



A. hydr. 1042 6

Stamper

A. Hydr.
1042⁶

Theoretische und praktische
ANLEITUNG ZUM NIVELLIREN.

Mit einem Anhang
über das Ausstecken von Kreisbogen.

Von

S. STAMPFER,

weil. o. ö. Professor der praktischen Geometrie am k. k. polytechnischen Institute,
Mitglied der k. Akademie der Wissenschaften zu Wien etc.



Achte vermehrte Auflage

bearbeitet von

Dr. JOS. PH. HERR,

k. k. Hofrath, o. ö. Professor der höheren Geodäsie und der Astronomie an der k. k. technischen Hochschule zu Wien.

WIEN.

Druck und Verlag von Carl Gerold's Sohn.

1877.

218 G



Vorwort zur ersten Auflage.

Das Nivelliren hat heut zu Tage vorzüglich durch die rasche Ausbreitung der Eisenbahnen fast in allen Ländern Europas eine grosse Wichtigkeit erlangt, und wird diese auf eine Reihe von Jahren noch ferner behaupten. Wie überall, so haben auch hier neue oder erhöhte praktische Bedürfnisse Verbesserungen und Erweiterungen in den Methoden sowohl als in den dazu nöthigen Instrumenten hervorgerufen. Ich habe mich bemüht, den Gegenstand so fasslich zu behandeln, dass Jeder, dem die Elemente der Geometrie bekannt sind, sich denselben mit Hilfe dieser Anleitung leicht gehörig eigen machen wird. Auch hoffe ich, dass das Nivelliren mit dem Barometer, das Ausstecken der Kreisbogen und stetiger Curvenzüge überhaupt, die Kubik-Berechnung der Auf- und Abträge u. s. w. für Geometer bei Eisenbahn-Bauten nicht unwillkommene Zugaben sein werden.

Die bereits seit längerer Zeit vergriffene Anleitung zum Gebrauche der verbesserten Nivellir-Instrumente, welche in der Werkstätte des k. k. polytechnischen Institutes zu Wien verfertigt werden, ist ihrem wesentlichen Inhalte nach ebenfalls aufgenommen.

Die Nivellir-Instrumente sind hinsichtlich ihrer Construction und Leistungsfähigkeit, ihres Preises u. s. w. sehr verschieden; zu einer bestimmten Gattung von Arbeiten kann die eine Art von Instrumenten weit zweckmässiger sein, als die andere, und der hieraus sich ergebende Gewinn an Zeit und Sicherheit ist bei ausgedehnten Nivellements beträchtlicher, als man gewöhnlich glaubt. Daher ist eine gründliche Kenntniss der verschiedenen vorzüglicheren Nivellir-Instrumente eine wesentliche Eigenschaft

des Geometers, der grössere solche Arbeiten auszuführen oder zu leiten hat. Wer mit der Einrichtung und den Eigenthümlichkeiten seines Instrumentes vollkommen vertraut ist, wird nicht nur schneller, sondern auch sicherer arbeiten, als ein Anderer, dem die nähere Einsicht mangelt. Es kann demnach nur zum Vortheil des Unternehmens gereichen, wenn dem ausübenden Geometer die freie Wahl der Instrumente überlassen ist, da er am besten weiss, mit welcher Art derselben er am leichtesten und sichersten arbeitet.

Die verschiedenen Nivellir-Instrumente, wie sie gegenwärtig von den Mechanikern des In- und Auslandes verfertigt werden, lassen sich hinsichtlich ihrer Einrichtung in Classen abtheilen; ich habe von jeder derselben die wesentlichen theoretischen und praktischen Eigenschaften, ihre gegenseitigen Vorzüge, besonders aber die Methoden deutlich anzugeben gesucht, dieselben genau zu rectificiren und richtig zu gebrauchen. Dem angehenden Geometer kann nicht genug empfohlen werden, diese Rectificationen sich gehörig geläufig zu machen, um sie jedesmal leicht vornehmen zu können, wenn zu besorgen ist, dass durch einen weiteren Transport, durch irgend eine heftige Erschütterung u. dgl. die Richtigkeit des Instrumentes könnte gestört worden sein. Auch die Prüfungen über die Genauigkeit der Visur, die Empfindlichkeit der Libelle etc. werden ihm von grossem Nutzen sein, denn dadurch lernt er die Eigenthümlichkeiten seines Instrumentes kennen, arbeitet mit mehr Selbstvertrauen und kann leicht beurtheilen, was er in besonderen Fällen berücksichtigen muss oder vernachlässigen kann, um eine verlangte Genauigkeit in der Arbeit zu erreichen.

Die geringste Aenderung in der gegenseitigen Lage der Libelle und der Visirlinie veranlasst schon merkliche Unrichtigkeiten; z. B. eine Verstellung des Fadenkreuzes in verticaler Richtung von nur $\frac{1}{10000}$ Zoll bewirkt einen Fehler von beinahe 2 Secunden. Solche Veränderungen sind aber ganz unvermeidlich

und können bei den besten Instrumenten durch zufällige Erschütterungen, durch starke oder ungleichförmige Temperaturwechsel u. dgl. eintreten; deshalb ist bei jedem guten Instrumente die Einrichtung getroffen, wornach der Geometer jeden Augenblick sein Instrument prüfen und berichtigen kann. Man kann hieraus abnehmen, welches Vertrauen die Arbeiten derjenigen sogenannten Geometer verdienen, deren es leider manche gibt, welche jedes Instrument, das ihnen in die Hand geräth, ohne weiters als richtig annehmen und damit darauf losarbeiten, auch wohl die nöthigen Prüfungen nicht einmal verstehen, die begangenen Fehler aber dem Instrumente zur Last legen.

Die besondere Methode, nach welcher mit Hilfe der verbesserten Nivellir-Instrumente aus der Werkstätte des k. k. polytechnischen Institutes nivellirt werden kann, findet immer mehr Anerkennung, und ihre Vorthelle, besonders in Bezug auf Zeitersparung, haben sich bei General-Nivellements, vorzüglich in stark gruppirtem Terrain, schon vielfach bewährt. In dieser Beziehung dürfte der k. k. Fabriks-Ingenieur *J. Latzel* noch schwerlich übertroffen sein, welcher vor etlichen Jahren, als er noch Assistent der praktischen Geometrie am hiesigen k. k. polytechnischen Institute war, bei den Vorarbeiten für die ungarischen Eisenbahnen ein 10 Meilen langes Control-Nivellement von Raab bis Ofen, in einer mehrfach von Mittelgebirgen durchzogenen Gegend, innerhalb drei Tagen ausführte, trotz der ungünstigen Jahreszeit (es war im December), welche ihm täglich höchstens 7 bis 8 Stunden zu arbeiten erlaubte, und dessen Endresultat auf die ganze Länge innerhalb 3 Zoll mit dem früheren Nivellement übereinstimmte.

Man hat zwar schon seit langer Zeit versucht, die verticale Winkelbewegung des Fernrohres an Nivellir-Instrumenten zu messen, z. B. durch einen Gradbogen; allein um auch nur annähernd jene Genauigkeit zu erreichen, welche die gewöhnliche Methode mit Hilfe eines guten Instrumentes gewährt, müssten sich

die Höhenwinkel durch den Gradbogen bis auf 2 Secunden sicher messen lassen, eine Forderung, welche bei Nivellir-Instrumenten schwer oder gar nicht erfüllbar ist, während unsere verbesserten Instrumente diese Genauigkeit mit Sicherheit geben. Auch hat *Hogrewe**) bereits vor nahe 50 Jahren eine Methode angegeben, das Nivelliren mittelst einer genauen Schraube zu erleichtern, ohne dass sein Vorschlag, der dem Principe nach mit dem unsrigen übereinstimmt (Bewegungen mit Schrauben zu messen ist ja eine lang bekannte Sache), die verdiente Würdigung fand.

Auch unsere Instrumente haben Angriffe und Verkleinerungen von verschiedenen Seiten erfahren. Ohne uns in eine Widerlegung der grundlosen oder absurden Einwürfe und Behauptungen einzulassen, welche nur Böswilligkeit oder grobe Unkenntniss verrathen, verweisen wir auf die Schlussbemerkung des beigesdruckten Preis-Verzeichnisses der Werkstätte des k. k. polytechnischen Institutes, welches wir der gütigen Mittheilung des rühmlichst bekannten Werkmeisters derselben, Herrn *Chr. Starke*, verdanken. Ferner spricht noch der Umstand für unsere Instrumente, dass jeder Geometer, der dieselben gehörig kennen gelernt hat, ihnen nicht nur seinen vollen Beifall schenkt, sondern zugleich vorzugsweise mit einem solchen zu arbeiten wünscht.

Wien, im Juli 1845.

Der Verfasser.

*) Praktische Anweisung zum Nivelliren oder Wasserwägen, nach einer in vielen Stücken veränderten und erleichterten Methode etc. von *J. L. Hogrewe*. Hannover, 1800.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Der Verfasser hat zur gegenwärtigen zweiten Auflage wenig zu bemerken, sie ist ohne bedeutende Aenderung der früheren Auflage gleich. Der hie und da vernommene Vorwurf, das Buch sei zu gelehrt, kann wohl nur von Jenen kommen, welche ohne geometrische Vorkenntnisse mit Hilfe eines Buches in ein paar Stunden sich zu Geometern qualificiren wollen. Für solche ist freilich diese Anleitung nicht bestimmt, sondern für jene, die hinreichende Vorkenntnisse aus der Geometrie sich erworben haben, woran bei den zahlreichen allenthalben verbreiteten technischen Lehranstalten selbst bei dem gesteigerten Bedürfnisse kein Mangel sein dürfte. Eine noch fasslichere, d. h. noch geringere oder gar keine geometrischen Kenntnisse voraussetzende Bearbeitung würde eine gänzliche Umarbeitung erfordert haben und jedenfalls weitläufiger geworden sein. Dabei wäre es nicht möglich gewesen, einen übersichtlichen Standpunct und allgemeine Grundsätze vorzugsweise im Auge zu behalten, sondern es hätten einzelne Detail-Beschreibungen und Detailregeln, überhaupt Vieles gegeben werden müssen, was der Verfasser absichtlich der eigenen Einsicht überlassen hat, um nicht das Halbwissen zu befördern. Auch dürfte Kürze der Darstellung und Weglassung alles Unwesentlichen besonders bei einem Buche wünschenswerth sein, welches für den Praktiker bestimmt ist, der nur zu leicht ermüdet, wenn er ein dickes Buch durchlesen soll, um das wenige für ihn Belehrende heraus zu finden. Unsere Anleitung zum Ausstecken der Eisenbahncurven z. B. ist auf wenigen Seiten in mehreren Methoden vorgetragen, während über dieselbe Aufgabe besondere Schriften erschienen sind, und dass erstere nicht nur gehörig ver-

standen, sondern auch für zweckmässig gehalten wird, dürfte wohl aus ihrer bereits vielfachen Anwendung zu schliessen sein.

Wer das Nivelliren nur nach mechanisch eingelernten Regeln betreibt, ist nie Meister, sondern nur Slave seiner Aufgabe; denn er ist ausser Stande, den verschiedenen Localverhältnissen und andern zu berücksichtigenden Bedingungen gemäss den jedesmal zweckmässigsten Weg einzuschlagen, die Leistungen und das Leistungsvermögen seines Instrumentes kennen zu lernen und fortwährend sich den Grad der Genauigkeit seiner Arbeit in klarem Bewusstsein zu halten. Der Umstand, dass die eigentliche Operation des Nivellirens so ungemein einfach ist, mag wohl Ursache sein, dass es bei keinem Theile der geometrischen Praxis so viele Unberufene und Halbwissende gibt, wie hier. Die meisten derselben verstehen nicht ihr Instrument hinsichtlich seiner Richtigkeit zu prüfen, und es ist vorgekommen, dass Leute als Eisenbahn-Ingenieure eingetreten sind, die ihr Nivellir-Instrument von Zeit zu Zeit zum nächsten Uhrmacher oder Schlosser schicken, um es rectificiren zu lassen! —

Wir sind weit entfernt, einem engherzigen Geiste des Ausschliessens das Wort reden zu wollen; wünschen vielmehr, dass bei der heutigen praktischen Wichtigkeit des Nivellirens sehr Viele dasselbe sich gründlich eigen machen möchten; allein bei dem ungemein grossen Einflusse, welchen zweckmässige Tracirung und Aussteckung der Curven, richtiges Nivellement u. s. w. auf die Bau- und Betriebskosten einer Eisenbahn haben, glauben wir im Interesse dieser grossartigen Unternehmungen vorstehende Bemerkungen machen zu müssen.

Wien, im Juli 1847.

Der Verfasser.

Vorwort zur dritten Auflage.

Die gegenwärtige dritte Auflage hat mehrere Zusätze erhalten; besonders machen wir die Geometer auf die Einrichtung eines Nivellir-Instrumentes aufmerksam, womit eine Verticalebene über Berg und Thal, durch Bergstollen hinein oder durch Bergschachte hinunter mit grosser Schärfe ausgesteckt werden kann, und die vorzüglich beim Tunnelbau Anwendung findet.

Wie man aus der Bemerkung ersieht, womit der Werkmeister am hiesigen k. k. polytechnischen Institute, Herr *Chr. Starke*, das beigefügte Preisverzeichniss begleitet, finden die verschiedenen Nivellir-Instrumente, welche in der Institutswerkstätte verfertigt werden und vorzugsweise in diesem Buche beschrieben sind, immerfort sehr lebhaften Absatz, woraus der Verfasser den Schluss ziehen zu dürfen glaubt, dass seine Ueberzeugungen hinsichtlich der Genauigkeit, Zweckmässigkeit, Gebrauchsweise u. s. w. dieser Instrumente sich immer mehr verbreiten.

Wien, im April 1852.

Der Verfasser.

Vorwort zur sechsten Auflage.

Seit dem Erscheinen der ersten Auflage des vorliegenden Buches, welches in nahezu unveränderter Form nunmehr durch fünf Auflagen der Anerkennung seines vorzüglichen Werthes sich erfreut, haben nicht nur die in demselben bisher beschriebenen Instrumente mehrfache Verbesserungen in constructiver Beziehung erfahren, es sind auch namentlich in den letzten Jahren neue bereits in zahlreichen Exemplaren verbreitete Constructionen von Nivellir-Instrumenten hinzugekommen. Das Bedürfniss, hierauf durch entsprechende Abänderungen und Ergänzungen des Inhaltes gebührende Rücksicht zu nehmen, hatte sich schon seit längerer Zeit fühlbar gemacht, und wir hielten es um so mehr für Pflicht, demselben bei Veranstaltung der sechsten Auflage Rechnung zu tragen, als der Verfasser selbst nur durch körperliches Leiden gehindert war, schon bei der letzten Auflage seine Absicht, eine Revision des Buches vorzunehmen, zur Ausführung zu bringen.

Demgemäss wurden namentlich im dritten Abschnitte die Beschreibung der Instrumente den neuen Constructionen entsprechend umgestaltet und mit der Darstellung dreier Universal-Nivellir-Instrumente vermehrt, so wie überdies die Methoden zur Untersuchung der Instrumente in Bezug auf ihre Fehlerquellen vervollständigt.

Die vom Verfasser eingeführten verbesserten Nivellir-Instrumente, bei welchen die Elevationsschraube als Mikrometerschraube zur scharfen Messung der Verticalwinkel benützt wird, wurden ursprünglich in der Werkstätte des k. k. polytechnischen Institutes nur in einer Grösse hergestellt, auf welche sich die dem Buche bisher beigegebenen Hilfstafeln bezogen. Seit längerer Zeit werden

aber diese Instrumente in drei Kategorien ausgeführt, von welchen die erste mit dem ursprünglichen Instrumente übereinstimmt, die beiden anderen kleinere Dimensionen haben. In Bezug auf letztere haben wir im sechsten Abschnitte die nothwendig scheinenden Erläuterungen, sowie am Schlusse des Buches zwei neue Distanztafeln beigelegt. Ebenso wurden die auf die Instrumente der ersten Kategorie sich beziehenden Hilfstafeln II bis V neu berechnet, da der mittlere Werth der Constante b der Winkelgleichung, welcher früher $= 0''.07$ war, bei den in neuerer Zeit hergestellten Instrumenten $0''.08$ beträgt.

Mit Rücksicht auf die durch die zahlreichen Zusätze hervorgerufene Vergrößerung des Volums des Buches glaubten wir den auf die Cubatur der Dämme und Einschnitte bei Strassen und Eisenbahnbauten bezüglichen §. um so mehr beseitigen zu können, als sich die Praktiker zu diesem Zwecke anderer Methoden bedienen.

Für die Ausstattung des Buches hat der Herr Verleger in vorzüglicher Weise gesorgt, und der Ersatz der dem Buche früher beigegebenen Figurentafeln durch Holzschnitte dürfte dem Leser willkommen sein.

Wien, im Juli 1869.

Dr. J. Herr.

Die gegenwärtige achte Auflage wurde einer sorgfältigen Revision unterzogen und hiebei auch die Anwendung des metrischen Maasses entsprechend berücksichtigt.

Wien, im Juli 1876.

Dr. J. Herr.

Es ist in der That eine sehr wichtige Frage, ob die
Kunst der Malerei in der That eine Wissenschaft ist,
oder ob sie nur eine Kunst ist, die durch die
Erfahrung und die Beobachtung der Natur
gelernt werden kann. Die Kunst der Malerei
ist eine Wissenschaft, die sich mit der
Darstellung der Natur beschäftigt. Sie ist eine
Kunst, die durch die Erfahrung und die
Beobachtung der Natur gelernt werden kann.

Die Kunst der Malerei ist eine Wissenschaft,
die sich mit der Darstellung der Natur
beschäftigt. Sie ist eine Kunst, die durch
die Erfahrung und die Beobachtung der Natur
gelernt werden kann. Die Kunst der Malerei
ist eine Wissenschaft, die sich mit der
Darstellung der Natur beschäftigt. Sie ist eine
Kunst, die durch die Erfahrung und die
Beobachtung der Natur gelernt werden kann.

Die Kunst der Malerei ist eine Wissenschaft,
die sich mit der Darstellung der Natur
beschäftigt. Sie ist eine Kunst, die durch
die Erfahrung und die Beobachtung der Natur
gelernt werden kann. Die Kunst der Malerei
ist eine Wissenschaft, die sich mit der
Darstellung der Natur beschäftigt. Sie ist eine
Kunst, die durch die Erfahrung und die
Beobachtung der Natur gelernt werden kann.

Die Kunst der Malerei ist eine Wissenschaft,
die sich mit der Darstellung der Natur
beschäftigt. Sie ist eine Kunst, die durch
die Erfahrung und die Beobachtung der Natur
gelernt werden kann. Die Kunst der Malerei
ist eine Wissenschaft, die sich mit der
Darstellung der Natur beschäftigt. Sie ist eine
Kunst, die durch die Erfahrung und die
Beobachtung der Natur gelernt werden kann.

INHALT.

Erster Abschnitt.

Begriff des Nivellirens, scheinbarer und wahrer Horizont, Loth und Libelle.

§.	Seite
1. Allgemeine Begriffe	1
2. Genauigkeit des Nivellirens	2
3. Das Gefälle. Ausdruck desselben beim Nivelliren	2
4. Scheinbarer und wahrer Horizont	4
5. Reduction auf den wahren Horizont mit Rücksicht auf die Refraction	5
6. Mittel zur Herstellung einer horizontalen Visur	7
7. Das Loth	7
8. Die Libelle	9
9. Den Krümmungshalbmesser einer Libelle zu finden	10
10. Maass der Empfindlichkeit der Libelle	12

Zweiter Abschnitt.

Das Diopter und das Fernrohr.

11. Das Diopter. — Genauigkeit der Visur	14
12. Unvollkommenheit der Diopter. — Verbessertes Diopter, aus zwei Linsen von gleicher Brennweite bestehend	16
13. Das Fernrohr	17
14. Relationen zwischen der Brennweite, Entfernung des Objectes, Bildweite und Grösse des Bildes. — Helligkeit	20
15. Genauigkeit der Visur beim Fernrohr	21
16. Die Vergrößerung eines Fernrohrs zu finden	23
17. Das Fadenkreuz	25
18. Optische Axe oder Absehenlinie des Fernrohrs. — Ort des Bildes	27
19. Ort des Fadenkreuzes	28

Dritter Abschnitt.

Beschreibung und Rectification der verschiedenen Nivellir-Instrumente.

20. Die Stative	32
21. Einrichtung zur Horizontal-Stellung des Instrumentes	34
22. Weitere Beschreibung eines Nivellir-Instrumentes	37
23. Die Elevations-Schraube	40
24. Eintheilung der Nivellir-Instrumente	42

Rectification der Instrumente mit fest verbundenem Fernrohr.

§.	Seite
25. Das Instrument oder eigentlich seine Umdrehungsebene horizontal zu stellen	42
26. Berichtigung des Fadenkreuzes	44
27. Rectification des Instrumentes: die optische Axe mit der Libelle parallel zu stellen	45
28. Taschen-Nivellir-Instrument mit Fernrohr	48

Rectification der Instrumente mit umlegbarem Fernrohr.

29. Beschreibung dieser Instrumente	51
30. Berichtigung des Fadenkreuzes	53
31. Berichtigung der Libelle	54
32. und 33. Einfluss einer Ungleichheit der Ringdurchmesser	57
34. Verfahren, um einen Fehler im Parallelismus der optischen und Ringaxe zu eliminiren. — Einfluss eines Fehlers in der Centrirung des Objectivs	67

Untersuchung einiger allgemeiner Eigenschaften der Nivellir-Instrumente.

35. und 36. Empfindlichkeit der Libelle. Prüfung derselben	70
37. Ausmittlung des Winkelwerthes eines Scalentheiles	72
38. Bestimmung des mittleren Fehlers einer beobachteten Lattenhöhe	73
39. Untersuchung, ob die Bewegung des Ocularrohres parallel ist zur optischen Axe	75

Universal-Nivellir-Instrumente.

40. Das Universal-Nivellir-Instrument mit umlegbarem Fernrohr von G. Starke	77
41. Das Universal-Nivellir-Instrument von Ertel	82
42. Das Universal-Nivellir-Instrument mit Fernrohr zum Durchschlagen von G. Starke	89
43. Prismatischer Objectiv-Ansatz für Nivellir-Instrumente mit umlegbarem Fernrohr zur Absteckung von Verticalebenen	94

Nivellirlatten und Zieltafeln.

44. Verschiebbare Latten	98
45. Zieltafeln	100
46. Latten zum Selbstablesen	102

Vierter Abschnitt.**Nivellir-Instrumente von geringerer Leistungsfähigkeit.**

47. Die Canalwage	106
48. Die Quecksilberwage	107
49. Das Nivellir-Diopter	108
50. Das Taschen-Nivellir-Diopter zum Vor- und Rückwärtsvisiren	110
51. Fehler, welcher aus einer schiefen Stellung der Umdrehungsaxe entsteht	112

Fünfter Abschnitt.

Methoden des Nivellirens. — Nivellements-Profile.

§.	Seite
52. Das Vorwärts-Nivelliren	114
53. Das Nivelliren aus der Mitte	118
54. Wahl der Puncte.	120
55. General-Nivellements	121
56. Detail-Nivellements	121
57. Flächen-Nivellements	123
58. Nivellement-Profile	124
59. Genauigkeit des Nivellirens mit verschiedenen Instrumenten und unter verschiedenen Umständen	126

Sechster Abschnitt.

Einrichtung und Gebrauch unserer verbesserten Nivellir-Instrumente.

60. Beschreibung der verbesserten Nivellir-Instrumente	131
61. <i>Besondere Methode des Nivellirens.</i> Ausmittlung der Lattenhöhe	134
62. Das Vorwärts-Nivelliren nach dieser Methode	136
63. Das Nivelliren aus der Mitte nach dieser Methode	138
64. Vorthelle dieser Methode	139
65. <i>Das Instrument als Distanzmesser</i>	140
66. Genauigkeit der Distanzmessung	142
67. Anwendung des Instrumentes zur Situationsaufnahme	144
68. Ausmittlung der Reduction auf den wahren Horizont beim Nivelliren	145
69. <i>Das Instrument als Höhenmesser</i>	146

Schärfere trigonometrische Theorie und Anwendung des Instrumentes.

70. und 71. Messung der Vertical-Winkel durch die Mikrometerschraube	148
72. Trigonometrische Höhenmessung	152
73. Trigonometrische Berechnung der Horizontaldistanz und des Höhen- unterschiedes	153
74. Construction der Hilfstafeln	156
75. Beispiel eines Nivellements aus der Mitte nach der in §. 63 erklärten Methode	162
76. Allgemeine Bemerkungen über die Anwendung dieser Instrumente	164

Siebenter Abschnitt.

Höhenmessen und Nivelliren mit Hilfe des Barometers.

77. Grundformel der barometrischen Höhenmessung	167
78. Correctionen wegen der Temperatur und Veränderlichkeit der Schwer- kraft	169
79. Genauigkeit der barometrischen Höhenmessung	174
80. Formel zur Berechnung der Höhe ohne Anwendung von Logarithmen	175
81. Praktische Regeln und Vorsichten	176

A N H A N G.

Ueber das Ausstecken von Kreisbogen und einige andere damit zusammenhängende Aufgaben.

§.	Seite
82. <i>Ausstecken von Kreisbogen. Erste Methode</i>	179
83. <i>Zweite Methode</i>	181
84. <i>Dritte Methode</i>	183
85. <i>Vierte Methode</i>	185
86. <i>Berechnung der Hilfswinkel ohne Logarithmen</i>	186
87. und 88. <i>Beliebige continuirliche Curven auszustecken</i>	187
89. <i>Aufgaben, welche beim Ausstecken der Eisenbahnen vorkommen</i>	191

Einrichtung und Gebrauch der Hilfstafeln	198
Hilfstafeln	206

ERSTER ABSCHNITT.

BEGRIFF DES NIVELLIRENS, SCHEINBARER UND WAHRER HORIZONT, LOTH UND LIBELLE.

1. Die Auflösung der Aufgabe, den Höhenunterschied zwischen zwei gegebenen Puncten A und B auf der Oberfläche der Erde zu finden, oder den Unterschied ihrer Entfernungen vom Mittelpuncte der Erde zu bestimmen, ist der Gegenstand des Höhenmessens und Nivellirens. Beim Höhenmessen bildet der gesuchte Höhenunterschied die Seite eines in verticaler Ebene liegenden rechtwinkligen Dreieckes, von welchem man die nöthigen Stücke misst, um daraus die unbekannte Höhe durch Rechnung oder auch durch Construction ableiten zu können. Die gewöhnlichen Bestimmungsstücke sind die horizontale Entfernung AB und der Winkel, welcher der gesuchten Höhe gegenüber liegt. Beim Nivelliren hingegen wird von A nach B eine horizontale Linie geführt, welche einen im letzten Puncte senkrecht aufgestellten Maassstab trifft; ist nun auch in A der Abstand dieser Horizontalen vom Boden gemessen, so ergibt sich unmittelbar der Höhenunterschied. Hier wird also weder die horizontale Distanz noch ein Winkel gefordert, sondern der Höhenunterschied wird unmittelbar durch eine aufgestellte Messlatte erhalten, so lange derselbe nicht grösser ist als diese Latte. Bei grösseren Höhen, wenn z. B. A auf einem Berge, B in einem Thale liegt, kann man zwischen beiden Puncten so viele Zwischenpuncte wählen, dass der Höhenunterschied zwischen je zwei aufeinander folgenden Puncten durch die Messlatte erreicht wird, und dann staffelförmig von einem Puncte zum andern fortfahren, wodurch ebenfalls der ganze Höhenunterschied zwischen A und B sich ergibt.

Beim Nivelliren werden gewöhnlich nur kleine Höhendifferenzen, die verschiedenen Neigungen einzelner Theile der Erdoberfläche u. s. w. bestimmt, während das Höhenmessen sich mehr mit der Bestimmung einzelner Höhen von Thürmen, Bergen u. dgl. beschäftigt. Man nennt jedoch einen ganzen Verband von trigonometrischen oder barometrischen Höhenmessungen, aus welchem der Charakter der Unebenheiten einer Gegend oder Landesstrecke sich ergibt, ein trigonometrisches oder barometrisches Nivellement.

2. Das Nivelliren ist einer bedeutend grösseren Schärfe fähig, als das trigonometrische Höhenmessen, denn bei ersterem wird der Höhenunterschied mit jener Genauigkeit erhalten, mit welcher man die horizontale Visur herzustellen und auf der Nivellirlatte einzurichten im Stande ist. Dies lässt sich bei einem Nivellir-Instrumente, welches mit einem 30 bis 40 Centimeter langen Fernrohre und einer gehörig empfindlichen Libelle versehen ist, ohne Schwierigkeit bis auf 1 oder 2 Secunden erreichen, während die gleich scharfe Messung eines Höhenwinkels ungleich schwieriger ist und nur von grösseren, sehr kostspieligen Instrumenten geleistet wird. Ist überhaupt die horizontale Visur um n Secunden fehlerhaft, so ist der Fehler in der gesuchten Höhe, oder

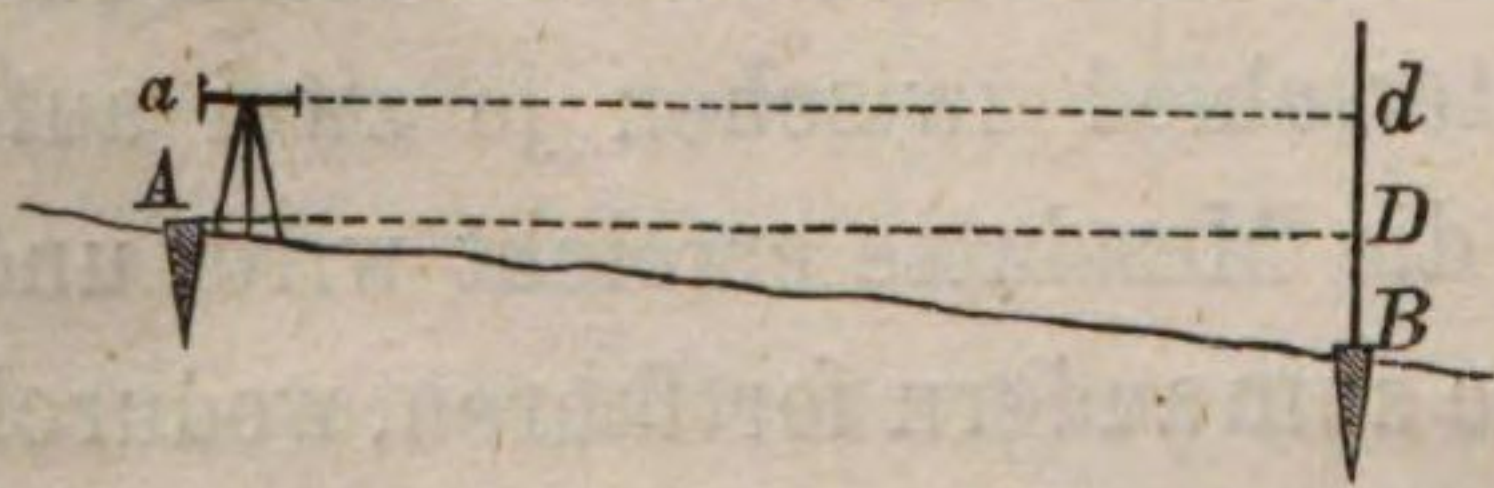
$$dH = 0.00000485 n D,$$

wo D die horizontale Distanz. Für $n = 2$ Secunden, was als Unsicherheit bei besseren Nivellir-Instrumenten und geschickten Geometern angenommen werden kann, ist dann nahe

$$dH = \frac{1}{100000} D.$$

Man ist also im Stande, vorausgesetzt, dass keine anderen Fehler eintreten, mit guten Instrumenten die Höhenunterschiede bis auf $\frac{1}{1000}$ Procent der Distanz genau zu erhalten.

Fig. 1.



3. Es seien A und B (Fig. 1) zwei Punkte auf der Erdoberfläche, und AD eine durch den Punkt A gelegte Horizontale, so ist BD der Abfall des Terrains

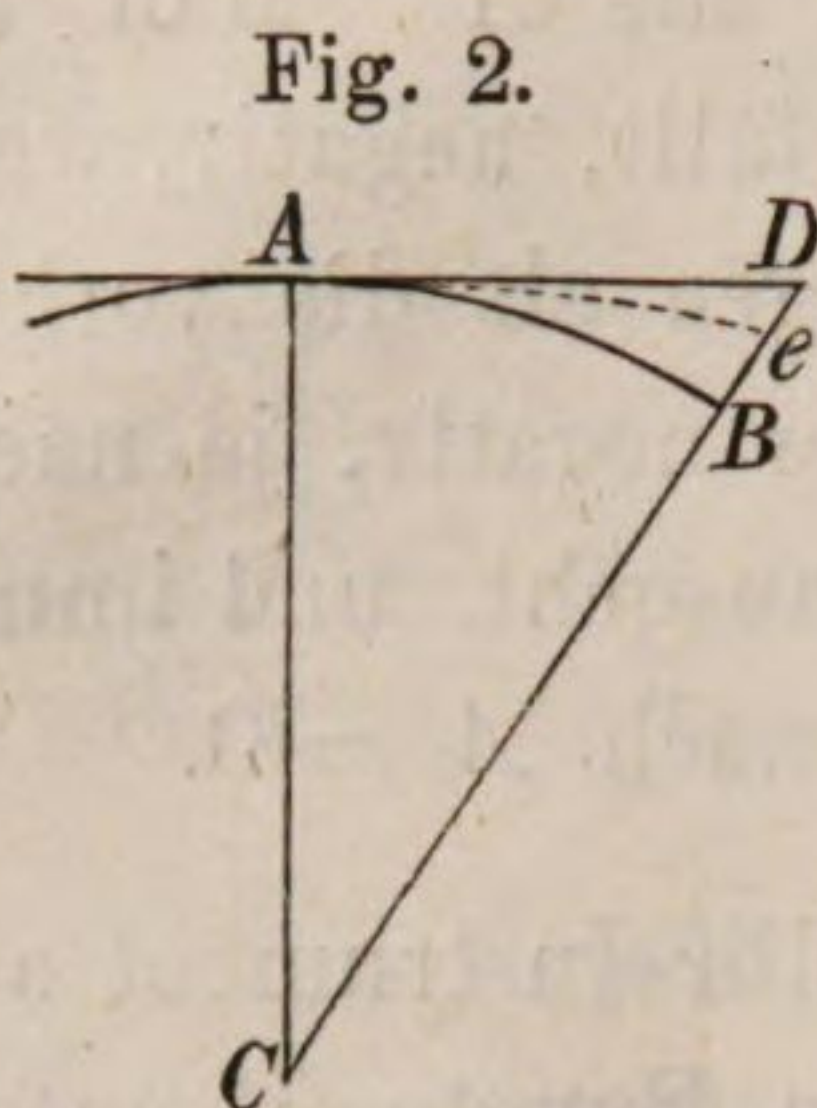
oder der Höhenunterschied zwischen den Puncten A und B und heisst das Gefälle. Z. B. das Gefälle von A nach B ist $= 2$ Meter, heisst: B liegt um 2 Meter tiefer als A . Man betrachtet das Gefälle positiv, wenn der Boden fällt, negativ, wenn er steigt oder die folgenden Puncte höher liegen als die vorhergehenden. Dasselbe Gefälle ist also positiv oder negativ, je nachdem man vom höheren oder tieferen Puncte ausgeht, und immer ist Gefälle von A nach $B +$ Gefälle von B nach $A = 0$.

Denkt man sich im Puncte A ein Nivellir-Instrument aufgestellt, dessen horizontale Visur ad eine im Puncte B aufgestellte eingetheilte Latte (die Nivellirlatte) in d trifft, so nennt man $Aa = J$ die Instrumenthöhe, $Bd = l$ die Lattenhöhe, und es ist, wie man sieht, das Gefälle von A bis $B = BD = Bd - Aa = l - J$, d. i. das Gefälle ist immer gleich der Lattenhöhe weniger der Instrumenthöhe. Ist die Differenz $l - J$ positiv, so fällt das Terrain von A bis B ; es steigt, wenn diese Differenz negativ ist.

Das Nivelliren kommt vorzüglich in Anwendung, wenn Wasserleitungen, Canäle, Strassen oder Eisenbahnen angelegt, der Lauf eines Flusses regulirt, Sümpfe entwässert werden sollen u. dgl. Häufig sind hiebei die Höhenunterschiede und Abdachungen der Erdoberfläche selbst auf grosse Entfernungen nur gering, und doch hängt von solchen kleinen Unterschieden oft die Ausführbarkeit grosser und kostspieliger Unternehmungen ab. In manchen Fällen ist eine besondere Schärfe nicht nöthig, z. B. bei den Anlagen gewöhnlicher Strassen, indem es hier ziemlich gleichgiltig ist, ob das Gefälle auf 10 Meter Distanz um 5 bis 10 Millimeter unsicher ist, auch die Veränderlichkeit der Strassenoberfläche eine grössere Genauigkeit meistens zwecklos macht. Die Genauigkeit eines Nivellements hängt daher von gegebenen Umständen, von der Natur und dem Zwecke des Unternehmens ab, welches darauf gegründet werden soll; daher wird auch der Grad der Genauigkeit in besonderen Fällen meistens gegeben, und es ist dann Sache des Geometers, das Nivellement mit der verlangten Schärfe auszuführen.

4. Scheinbarer und wahrer Horizont. Ist (Fig. 2)

A ein Punkt auf der Erdoberfläche, C der Mittelpunkt derselben, und denkt man sich mit dem Halbmesser CA eine Kugelfläche beschrieben, so bildet diese den wahren Horizont durch A , denn alle Punkte dieser Kugelfläche haben mit A gleichen Abstand vom Mittelpunkte, sind also mit A gleich hoch.



Eine Ebene AD , welche die Kugel in A berührt, heisst der scheinbare Horizont durch A , und jede in dieser Ebene durch A gezogene Gerade ist eine scheinbare Horizontallinie durch A . Man sieht nun leicht, dass die Punkte einer durch A gelegten horizontalen Visur mit A nicht gleiche Höhe haben, sondern mit zunehmender Entfernung von A immer mehr in die Höhe steigen. Man nennt den Abstand eines solchen Punktes D vom wahren Horizont, nämlich DB , den Unterschied zwischen dem scheinbaren und wahren Horizont, den wir in der Folge immer mit f bezeichnen werden.

Bei geringen Entfernungen ist f wegen der noch unmerklichen Krümmung der Erdoberfläche verschwindend, allein bei grossen Distanzen, und wenn eine besondere Schärfe erreicht werden soll, darf diese Grösse nicht mehr vernachlässigt werden, ja es kann Fälle geben, wo das gesuchte Gefälle so klein ist, dass es ohne Berücksichtigung dieser Grösse f ganz irrig erhalten werden würde.

Sei nun der horizontale Abstand $AD = t$, der Halbmesser $AC = R$, $BD = f$, so ist im Dreiecke ACD :

$$(R + f)^2 = R^2 + t^2,$$

$$R + f = R \sqrt{1 + \frac{t^2}{R^2}} = R \left(1 + \frac{1}{2} \frac{t^2}{R^2} - \frac{1}{8} \frac{t^4}{R^4} + \dots \right),$$

$$\text{und } f = \frac{1}{2} \frac{t^2}{R} - \frac{1}{8} \frac{t^4}{R^3}.$$

Eigentlich ist nicht die Tangente AD , sondern die Distanz auf dem wahren Horizonte oder der Bogen AB gegeben; bezeich-

net man diesen mit d , so ist $t = d + \frac{1}{3} \frac{d^3}{R^2}$, und dieser Werth in obige Gleichung gesetzt, gibt

$$f = \frac{1}{2} \frac{d^2}{R} + \frac{5}{24} \frac{d^4}{R^3} \dots (1).$$

Das zweite Glied in (1) wird erst merklich, wenn d mehrere Kilometer beträgt, es wird z. B. 0.001 Meter für $d = 33$ Kilometer; mithin ist für den Zweck des Nivellirens das erste Glied in allen Fällen vollkommen hinreichend.

5. Die Visur AD (Fig. 2) ist wegen der ungleichförmigen Dichtigkeit der Luftschichten, welche sie durchschneidet, keine gerade, sondern eine krumme Linie Ae , deren hohle Seite gegen die Erde gekehrt ist und von der scheinbaren Horizontallinie AD tangirt wird. Wir sehen daher den in e befindlichen Gegenstand in der Verlängerung der Tangente oder in D , mithin erscheinen uns die entfernten Objecte wegen der Strahlenbrechung erhöht. Die Natur und der Grad der Krümmung des Lichtstrahles hängt von dem Zustande der Luft ab und ist deshalb zu verschiedenen Zeiten verschieden. Der mittlere Werth dieser irdischen Refraction oder des Winkels DAe ist nach den Bestimmungen verschiedener Geometer nahe $\frac{1}{3}$ des Winkels ACB . In neuerer Zeit wurden zahlreiche Arbeiten ausgeführt, welche zur Bestimmung dieser Grösse einen Beitrag liefern, aus welchen aber auch der starke Einfluss des jedesmaligen Zustandes der Atmosphäre augenscheinlich hervorgeht. Für das gewöhnliche Nivelliren ist es jedoch viel zu umständlich und auch unnöthig, auf den Zustand der Atmosphäre mittelst Barometer und Thermometer Rücksicht zu nehmen, sondern es genügt, die irdische Refraction im Mittel nach Gauss $= 0.0653 c$ zu setzen, wenn c den entsprechenden Winkel am Mittelpuncte der Erde bezeichnet. Die mittlere Unsicherheit dieser Grösse beträgt etwa ihren achten Theil in solchen Fällen, wo die Umstände nicht ungünstig genannt werden können, nämlich die Luft ziemlich ruhig und klar ist. Ist sie aber stark undulirend, z. B. wenn die Sonne in den Morgenstunden die Erd-

oberfläche stark erwärmt, so sieht man, besonders wenn der Lichtstrahl sehr nahe an der Erdoberfläche vorbeistreicht, die Luft in so heftiger Wallung, dass keine genaue Pointirung möglich ist. In solchen Fällen ist die irdische Refraction oft ungewöhnlichen Anomalien unterworfen. Nehmen wir also die mittlere Refraction $= 0.0653 c$, oder, da Winkel $B A D = \frac{1}{2} c$, Refraction $= 0.1306$ des Winkels $B A D$, so folgt, da wir $D e$, $D B$ ohne merklichen Fehler den opponirten Winkeln proportional setzen können, $D e = 0.1306 . B D$, um welche Grösse unser obiges f zu verkleinern ist; wir haben demnach:

Unterschied zwischen dem scheinbaren und wahren Horizont, mit Rücksicht auf die Refraction:

$$f = 0.4347 \frac{d^2}{R} \dots (2).$$

Setzen wir für R den Halbmesser der Erde für 45° Breite $= 3356860$ Wiener Klafter, so erhalten wir

$$f = 0.00000012950 d^2 \dots (3),$$

in welcher Formel d und f in Wien. Klaftern zu verstehen sind.

Für metrisches Maass wird:

$$f = 0.000000068282 d^2,$$

wo f und d in Metern.

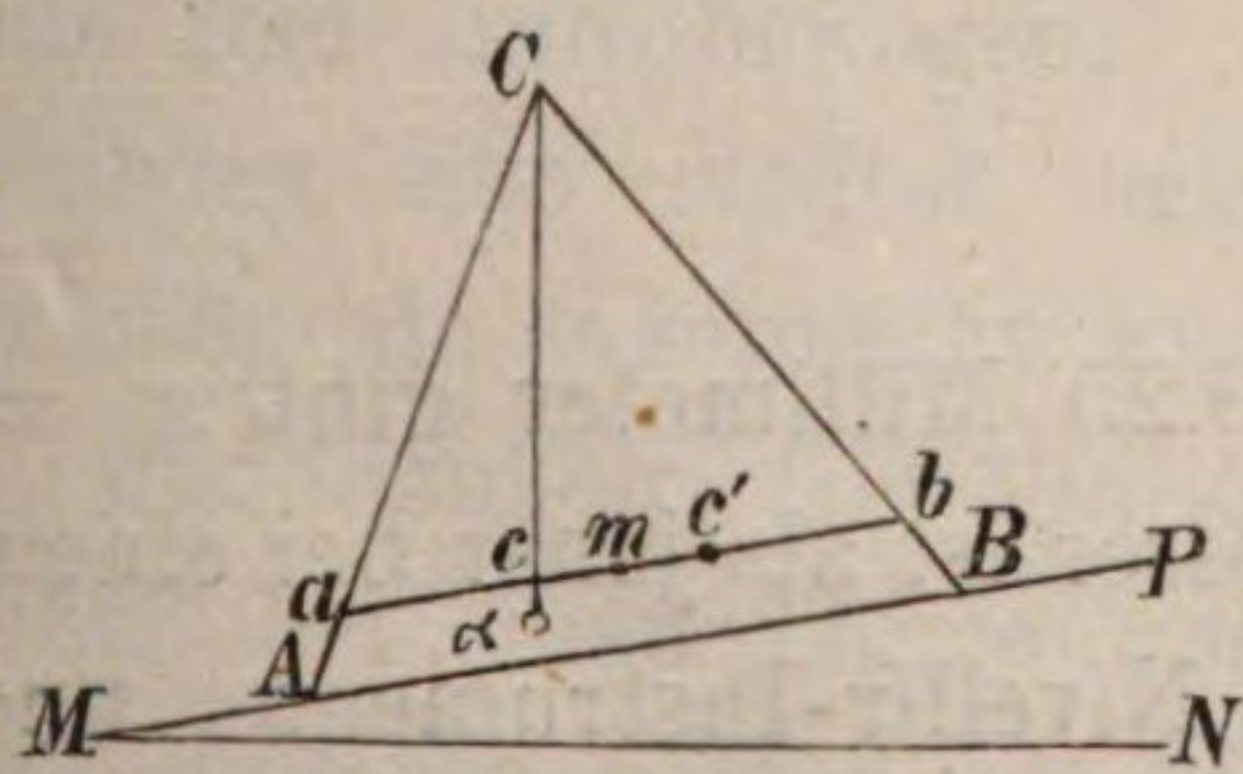
Wegen der sphäroidischen Gestalt der Erde ist zwar R für verschiedene Breiten etwas verschieden, allein der Einfluss auf f beträgt erst $0.001 f$, wenn die Ortsbreite um 20° von 45° entfernt ist, mithin ist die Formel (3) und daraus abgeleitete Tabellen für ganz Europa ohne den geringsten merklichen Fehler anwendbar. Für $d = 120$ Meter wird $f = 0.001$ Meter und ist für kleinere Entfernungen noch geringer; man wird also diese Verbesserung bei Distanzen unter 100 Meter sehr häufig, bei nicht sehr genau geforderten Arbeiten auch bei grösseren Entfernungen vernachlässigen können, sie jedoch gehörig in Anwendung bringen, wenn bei grösseren Distanzen das Nivellement mit besonderer Schärfe gefordert wird. Sie wird immer mit negativem Zeichen an die Latten-

höhe angebracht, d. i. die beobachtete Lattenhöhe muss um f vermindert werden.

6. Aus den bisherigen Erklärungen über das Wesen und den Zweck des Nivellirens geht hervor, dass jedes Nivellir-Instrument eine horizontale Visur angeben soll. Die Schärfe eines Nivellements hängt vorzüglich von der Genauigkeit ab, mit welcher das Instrument die Horizontalstellung zulässt und die Zieltafel an der Nivellirlatte einvisirt (in die Visur eingerichtet) werden kann. Jene Bestandtheile des Instrumentes, welche bestimmt sind, diese beiden Forderungen zu erfüllen, sind demnach die wesentlichsten und erfordern eine genauere Betrachtung. Wir haben vorzüglich zwei Hilfsmittel, eine horizontale Linie anzugeben, das Loth und die Libelle (Niveau oder Wasserwage).

7. Das Loth. Ein freihängender Faden, an seinem unteren Ende mit einem Gewichte versehen, gibt die Richtung der Schwere oder eine lothrechte (verticale) Linie an, denn er liegt in der Richtung des Erdhalbmessers, und eine auf dem Faden senkrechte Gerade bildet eine Tangente der Erdoberfläche, ist mithin horizontal.

Fig. 3.



Die gemeine Setzwage (Fig. 3) besteht gewöhnlich aus einem gleichschenkeligen Dreiecke ABC . Von einem Stifte bei C hängt das Loth $C\alpha$ frei herab.

Setzt man die Basis AB des Werkzeuges auf eine Ebene auf und der Faden schneidet die bei m befindliche Marke, so soll AB horizontal sein. Ist das Dreieck genau gleichschenkelig, so liegt der Spielpunkt m in der Mitte der Leiste ab ; indessen wird dieser Punkt einfacher und sicherer auf folgende Weise gefunden. Es sei MP eine beliebig gegen den Horizont MN geneigte Ebene. Man setze auf selbe die Setzwage ABC und markire den Faden bei c . Hierauf kehre man die Setzwage um, so dass B nach A und A nach B zu stehen kommt, so erhält man abermals einen Punkt c' des

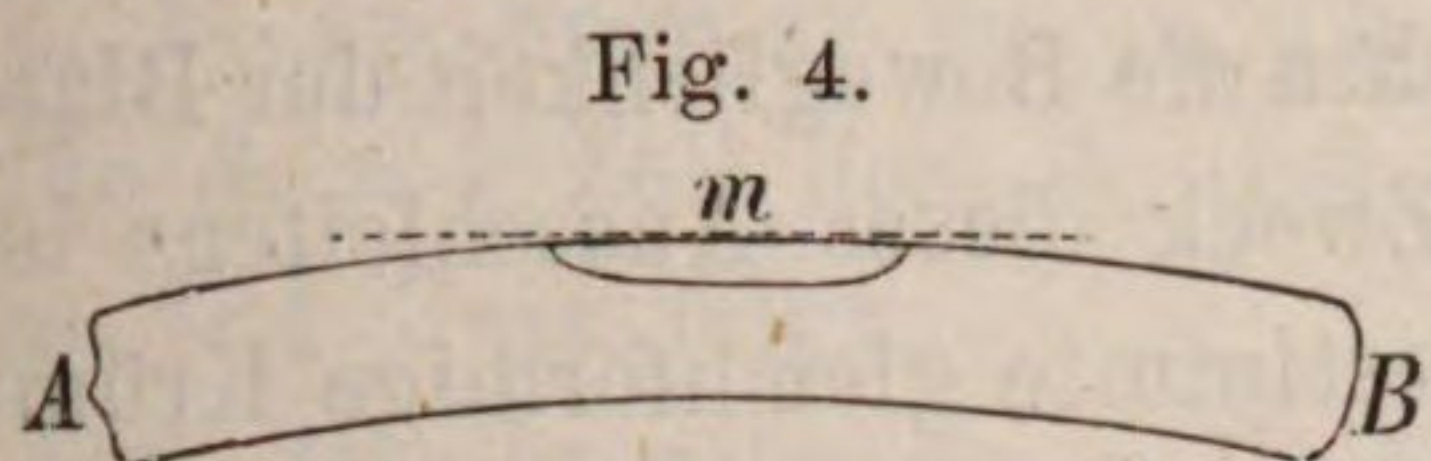
Fadens. Halbirt man nun cc' , so ergibt sich der wahre Spielpunct m , auf welchem der Faden stehen muss, wenn die Basis AB der Setzwage horizontal ist. Um das Werkzeug nach dem Umkehren genau wieder auf dieselbe Stelle der Ebene MP aufsetzen zu können, wodurch man von etwaigen Unebenheiten der Unterlage unabhängig wird, zieht man vorher an der Basis AB eine Bleilinie.

Bringt man anstatt der Leiste ab einen Gradbogen an, so gibt eine solche Setzwage die Neigung gegen den Horizont in Gradmaass an. Dieser Gradbogen ist gewöhnlich so eingerichtet, dass der Faden 0 zeigt, wenn die Basis AB horizontal ist. Die Prüfung des Nullpunctes geschieht ebenfalls durch Umkehren. Gibt das Instrument in beiden Lagen denselben Neigungswinkel an, so ist der Gradbogen berichtigt, wo nicht, so erhält man die wahre Neigung, wenn man aus beiden Ablesungen das Mittel nimmt. Je feiner der Faden und je länger derselbe vom Aufhängepuncte bis zum Spielpuncte ist, desto genauer wird sich mit diesem Werkzeuge eine horizontale Linie herstellen lassen. Ist die Fadenslänge $= l$, ferner δ die Abweichung des Fadens vom wahren Spielpuncte und x der Fehler des Gefälles in der Distanz $= D$ so ist:

$$\frac{x}{D} = \frac{\delta}{l}.$$

Z. B. $l = 25$ Centimeter, $\delta = 0.25$ Millimeter gibt $x = \frac{1}{1000} D$, ein Fehler, der hundertmal grösser ist als jener bei einem guten, mit einem Fernrohre versehenen Nivellir-Instrumente, und doch wird man das richtige Einspielen des Fadens kaum schärfer als bis auf 0.25 Millimeter verbürgen können. Wegen dieser geringen Genauigkeit und wegen des Uebelstandes, dass die Pendel im Freien durch den Luftzug gestört werden, wodurch ihre Unsicherheit noch grösser wird, werden selbe heut zu Tage nicht mehr zu Nivelirungen angewendet, von denen nur einige Genauigkeit gefordert wird. Aus diesem Grunde übergehen wir hier auch die nähere Beschreibung jener älteren Nivellir-Instrumente, welche sich auf das Loth gründen.

8. Die Libelle. Das zweite und vorzüglichere Hilfsmittel, irgend ein Messinstrument horizontal zu stellen oder überhaupt in irgend eine bestimmte Lage gegen den Horizont zu bringen,



ist die Libelle. Eine cylindrische Glasröhre AB (Fig. 4) wird mit Weingeist oder Aether so gefüllt, dass nur ein kleiner

leerer Raum in Form einer Blase m übrig bleibt. Nach den Gesetzen der Schwere wird die Blase immer an einer Stelle der Röhre zur Ruhe kommen, welche in Bezug auf den Horizont die höchste ist. Ist nun die Röhre nach oben etwas gekrümmt oder gewölbt, so ist offenbar die höchste Stelle jene, deren Tangente horizontal oder deren Krümmungshalbmesser vertical ist. Wenn demnach die Blase an irgend einer Stelle der Röhre in Ruhe ist, so ist eine Tangente, durch die Mitte der Blase an die innere Röhrenwölbung gezogen, jedesmal horizontal.

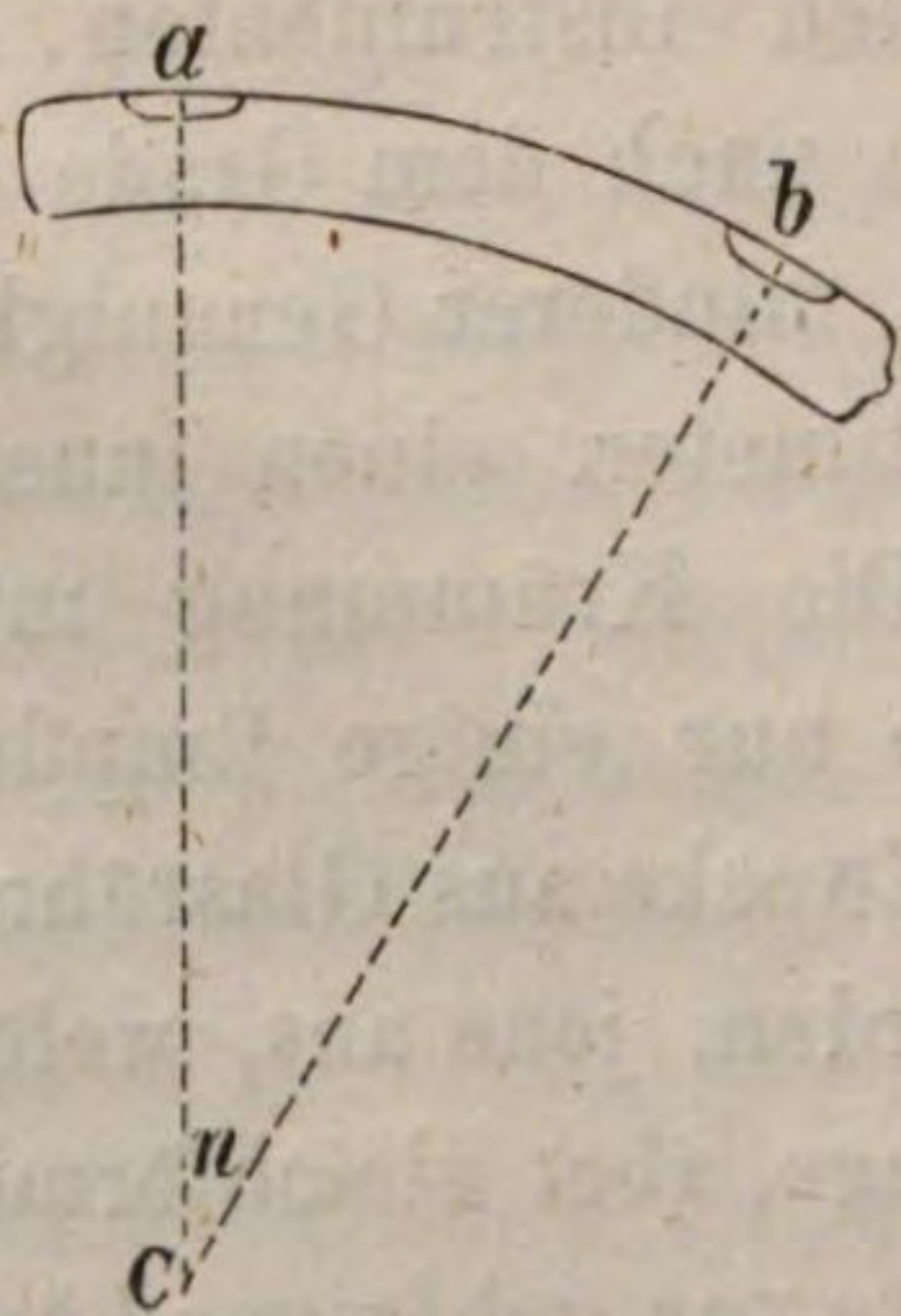
Die Röhre, eigentlich nur ihre obere Wand, muss daher immer etwas nach oben gekrümmt sein; denn wäre sie ganz gerade, so würde es bei horizontaler Lage derselben keinen höchsten Punkt geben, mithin die Blase an jeder Stelle derselben stehen bleiben, hingegen bei der geringsten Neigung sich sogleich ganz an das eine Ende hin bewegen. Die Grösse der Libellen ist sehr verschieden und richtet sich theils nach den Instrumenten, an welchen sie angebracht werden, theils auch nach dem Grade der Empfindlichkeit. Gewöhnliche Libellen von minderer Genauigkeit haben bei einer Länge von 5 bis 15 Centimeter, einen inneren Durchmesser von 8 bis 20 Millimeter. Die Krümmung muss immer sehr gering sein, wenn die Libelle nur einige Empfindlichkeit haben soll. Man wählt zu diesem Zwecke aus Glasröhren, wie solche von den Glashütten geliefert werden, jene aus, welche bei einer Länge von mehreren Fuss eine geringe, aber gleichförmige Krümmung haben, und schneidet davon Stücke von gehöriger Länge ab. Auf diese Weise werden jedoch nur die ordinären Libellen erhalten, von denen nur eine geringe Genauigkeit verlangt wird, wie z. B. bei den Messtischen, Bauarbeiten u. dgl. Hingegen genauere Li-

bellern, wie solche bei vorzüglicheren Winkel- und Nivellir-Instrumenten angewendet werden, sind von innen auf das Sorgfältigste ausgeschliffen, wodurch die Unebenheit und Rauheit der inneren Glaswand weggeschafft, mithin die Beweglichkeit der Blase befördert wird. Der vorzüglichste Zweck dieses Ausschleifens ist aber, der Wölbung der Röhre eine bestimmte gleichförmige Krümmung und dadurch der Libelle einen gegebenen Grad der Empfindlichkeit zu ertheilen.

Die Empfindlichkeit einer Libelle hängt vorzüglich von dem Krümmungshalbmesser ab; auch die Glattheit der inneren Röhrenwand, die Weite der Röhre und Länge der Blase haben darauf Einfluss. Die Länge der Blase beträgt etwa $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{3}$ der Röhrenlänge; sie ist jedoch bei verschiedener Temperatur veränderlich und bei höherer Temperatur kleiner, weil der Weingeist sich viel mehr durch die Wärme ausdehnt als die Röhre. Bei manchen Libellen ändert sich die Empfindlichkeit mit der Länge der Blase; doch ist diese Aenderung immer gering und kommt bei Nivellir-Instrumenten nicht in Betracht.

9. Den Krümmungshalbmesser einer Libelle zu finden. Sei (Fig. 5) die Blase in a , C der Mittelpunkt der

Fig. 5.



Krümmung, so ist der Halbmesser Ca vertical. Nun werde die Neigung der Röhre gegen den Horizont um einen kleinen Winkel n geändert, wodurch die Blase nach b kommt. Da nun jetzt Cb vertical sein muss, so ist der Winkel n zwischen Ca , Cb jenem gleich, um welchen die Neigung der Röhre gegen den Horizont verändert worden ist. Bezeichnet R den Krümmungshalbmesser und ist $d = ab$ = dem Wege, welchen die Blase zurückgelegt hat, so ist

$$R = \frac{d}{n},$$

wo n in Bogenmaass für den Halbmesser = 1 zu verstehen ist.

Ist aber n in Secunden gegeben, so ist

$$R = 206265 \frac{d}{n}.$$

Z. B. an einer zu einem Theodoliten gehörigen Libelle fand ich für $d = 1$ Zoll den Winkel $n = 22''.5$, woraus $R = 9167$ Zoll $= 764$ Fuss folgt.

Die so gefundenen Halbmesser sind immer etwas kleiner als die wirklichen, weil d wegen Adhäsion und Reibung der Flüssigkeit an der Röhrenwand immer zu klein erhalten wird. Obige Libelle gehört schon zu den sehr empfindlichen; denn angenommen, man könne die Bewegung der Blase bis auf $\frac{1}{100}$ Zoll erkennen, so lässt sich mittelst derselben die Neigung gegen den Horizont bis auf $0''.225$ genau erhalten. Zur Bestimmung des Krümmungshalbmessers einer Libelle hat man eine Vorrichtung nöthig, mittelst welcher man die Neigung der Röhre gegen den Horizont etwas verändern und den Winkelwerth dieser Aenderung, d. h. den Winkel n (Fig. 5) mit Schärfe messen kann. Es gibt verschiedene hiezu dienliche Apparate, auch kann jedes gute Nivellir-Instrument dazu benützt werden. In Ermangelung besserer Hilfsmittel kann man auf folgende Weise verfahren. Man befestige auf einem Stücke Holz, etwa auf einem starken Brette, ein gutes Fernrohr, welches im Brennpuncte mit einem Fadenkreuze versehen ist, und neben demselben in paralleler Richtung die Libelle. Diesen Apparat stelle man so auf, dass das Fernrohr auf eine entfernte Scala zielt, und bringe durch gehörige Neigungsveränderungen desselben mittelst eines Keiles die Bewegung der Blase hervor. Ist diese wie vorhin $= d$, die correspondirende Bewegung der Visur an der Scala $= h$, die Entfernung der letzteren $= D$, so hat man

$$R = \frac{d D}{h},$$

und für den Winkel, welcher der Bewegung $= d$ entspricht,

$$n = 206265 \frac{h}{D} \text{ Secunden.}$$

Dieses Verfahren ist einer bedeutenden Schärfe fähig, nur muss man das Maass h genau zu erhalten suchen, und damit

dieses bei sehr empfindlichen Libellen nicht gar zu klein ausfällt, die Distanz D hinreichend gross wählen. Z. B. $D = 100$ Meter, $d = 0.05$ Meter, $h = 0.0875$ Meter, gibt $R = 57.14$ Meter und $n = 180.5$ Secunden auf 50 Millimeter Bewegung der Blase, mithin für 1 Millimeter Bewegung $n = 3''.61$.

10. An den besseren Libellen ist oben auf der Glasröhre eine Scala mit gleichen Theilen angebracht, welche dazu dient, die Blase jedesmal genau in die Mitte zu stellen, oder ihre Ausweichung von der Mitte abzulesen. Die Grösse dieser Theile ist willkürlich, gewöhnlich sind sie nahe $= 2$ Millimeter. Die Blase wird dann in der Mitte stehen, wenn sie mit ihren Enden zu beiden Seiten des Nullpunctes gleich viele Theile abschneidet. Schneidet aber das eine Ende m , das andere n Theile ab, so ist ihre Ausweichung gegen die Seite der m Theile

$$= \frac{m-n}{2} \text{ Theile.}$$

Zeigt z. B. die Blase rechts 4.6, links 9.4 Theile, so weicht sie um 2.4 Theile links ab.

Bei Libellen an vorzüglicheren Instrumenten soll das Maass ihrer Empfindlichkeit, d. h. der Winkel bekannt sein, um welchen die Röhre ihre Lage gegen den Horizont ändert, wenn die Blase einen bestimmten Weg, z. B. einen Theil der Scala zurücklegt. Durch das in §. 9 beschriebene Verfahren gelangt man, wie leicht einzusehen, unmittelbar zur Kenntniss dieses Werthes. Die Anzahl der Secunden, welche einem Scalatheile entspricht, kann dann an der Röhre bemerkt werden. Ist dieser Werth längs der Scala gleichförmig, so ist die Empfindlichkeit constant und die Krümmung kreisförmig. Die Libellen sind mit den Instrumenten, je nach ihrer Bauart und ihrem Zwecke, auf sehr verschiedene Weise verbunden. Soll eine Umdrehungsaxe des Instrumentes vertical stehen, so ist die Libelle unter einem rechten Winkel mit derselben verbunden; sie ist hingegen mit der Axe parallel, wenn letztere horizontal sein soll. Bei den Nivellir-Instrumenten

ist immer die Libelle mit der Visirlinie parallel, da diese im Horizont liegen soll. Die Art und Weise, wie mittelst der angebrachten Libelle die genaue Horizontalität der Visur erhalten wird, wird später bei der Beschreibung und Gebrauchsanweisung der Instrumente erklärt werden.

ZWEITER ABSCHNITT.

DAS DIOPTER UND DAS FERNROHR.

II. Das Diopter. Die Richtung einer Geraden wird bei geometrischen Arbeiten auf dem Felde durch das Visiren erhalten. Die Hilfsmittel hiezu sind von zweierlei Art, nämlich Diopter oder Fernrohre.

Die ersteren bestehen gewöhnlich aus einem Lineale, an dessen beiden Enden zwei Flügel (die Diopter) senkrecht aufgesetzt sind, wovon der eine in einer fensterartig durchbrochenen Oeffnung ein Fadenkreuz, der andere eine kleine runde Oeffnung, oder auch wohl einen längeren schmalen Spalt zum Durchvisiren enthält. Letztere heisst das Ocular-, erstere das Objectiv-Diopter. Das Fadenkreuz besteht aus einem verticalen und horizontalen Faden, zuweilen auch nur aus einem dieser beiden. Ueber die wesentlichen Eigenschaften dieser wichtigen geometrischen Werkzeuge, über den Grad der Genauigkeit, welchen sie leisten, hatte man früher ziemlich unzureichende Anhaltspuncte, und selbst diese bestanden grossentheils aus hypothetischen, durch die Erfahrung nicht nachgewiesenen Voraussetzungen. Hiedurch veranlasst, stellte ich im Jahre 1833 eine Reihe von Versuchen über diesen Gegenstand an, welche im 18. Bande der Jahrbücher des polytechnischen Institutes näher beschrieben und deren Hauptresultate folgende sind:

a) Der Fehler einer Visur mit unbewaffnetem Auge, welchen verschiedene Schriftsteller von $\frac{2}{3}$ bis 1 Minute annahmen, geht bei zweckmässiger Einrichtung des Visirwerkzeuges unter günstigen Umständen auf 10 Secunden, bei vorzüglicher Gesichts-

schärfe und Uebung noch weiter herab. In der Praxis kann man diese Unsicherheit zwischen 10 und 20 Secunden annehmen.

b) Man ist häufig der Meinung, grössere Ocularöffnungen seien schädlich und der deshalb zu befürchtende Fehler könne dem Winkel gleich kommen, unter welchem die halbe Ocularöffnung vom Objectivfaden aus gesehen erscheint. Die Versuche zeigten die gänzliche Grundlosigkeit dieser Annahme, indem der genannte Winkel bis 6 Minuten stieg, ohne dass deshalb der mittlere Visurfehler sich wesentlich änderte, wohl aber war er grösser bei zu kleinen Oeffnungen. Im letzteren Falle kann durch die Oeffnung zu wenig Licht in das Auge gelangen, daher wird die Visur unsicher, besonders wenn die Objecte nicht sehr deutlich sind und gegen den Hintergrund nicht gut abstechen. Warum die Visur nicht in dem Verhältniss der Weite der Ocularöffnung unsicher wird, erklärt sich auf folgende Art. Am Rande der Oeffnung sieht das Auge wegen der hier vorgehenden Beugung der Lichtstrahlen sehr undeutlich, daher sucht es von selbst jene Stelle, wo es am deutlichsten sieht, d. h. die Mitte der Oeffnung. Man sieht daher beim Visiren, ohne gerade die Absicht zu haben, immer sehr nahe durch die Mitte der Oeffnung, und erst dann, wenn diese so gross wird, dass der von der Beugung freie mittlere Raum breiter wird, fängt der Visurfehler an, mit dieser Breite zuzunehmen. Die Versuche zeigen, dass dieser Fall eintritt, wenn die Breite der Oeffnung 1.1 Millimeter übersteigt. Am zweckmässigsten ist es, diese Oeffnungen von 0.75 bis 0.9 Millimeter gross zu machen.

c) Die Länge des Diopters hat auf die Genauigkeit der Visur keinen wesentlichen Einfluss, indem diese nahe dieselbe war, wenn auch die Länge von 0.26 bis 1.32 Meter variirt wurde. Nur wenn der Abstand des Fadens vom Auge kleiner wird, als die deutlichste Gesichtswerte, welche für das fehlerfreie Auge 0.21 bis 0.26 Meter beträgt, nimmt die Zuverlässigkeit der Visur ab. Die Dicke des Objectivfadens richtet sich nach der Länge des Diopters; man nimmt gewöhnlich möglichst zarte Fäden. Man visirt jedoch mit einem stärkeren Faden eben so scharf, als mit einem schwächeren,

so lange er das Object nicht ganz deckt. Man wendet gewöhnlich Rosshaare an; zweckmässig sind geschwärzte Metalldrähte, die man leicht jedesmal von passender Dicke haben kann. In jedem Falle muss für eine straffe Spannung gesorgt werden. Auch Plan-
gläser mit eingeschnittenen Linien sind hiezu vorgeschlagen worden, dürften jedoch minder zweckmässig sein, weil sie einen Theil des Lichtes abhalten, ferner auch eine störende Spiegelung eintreten kann, und endlich noch Fehler dadurch veranlasst werden, wenn die beiden Flächen des Glases nicht genau unter sich parallel sind, mithin die Lichtstrahlen beim Durchgange gebrochen werden.

d) Runde Ocularöffnungen lassen eine grössere Schärfe der Visur zu als Spalten, weil erstere ein abgeschlossenes rundes Bild, letztere hingegen einen schmalen Lichtstreifen auf der Netzhaut des Auges hervorbringen, wobei das überflüssige Seitenlicht die Deutlichkeit des Sehens schwächt. Aus demselben Grunde ist die Visur genauer, wenn der Raum zwischen der Ocularöffnung und dem Faden durch eine Röhre abgeschlossen und dadurch das unnöthige Seitenlicht abgehalten wird.

12. Die Diopter sind übrigens einer Unvollkommenheit unterworfen, welche die Genauigkeit der Visur wesentlich beeinträchtigt. Das Auge muss nämlich gleichzeitig auf den Objectivfaden und das entfernte Object gefasst werden; wegen der grossen Ungleichheit im Abstände beider vom Auge fallen aber ihre Bilder nicht zugleich auf die Netzhaut, sondern etwas hintereinander. Das Auge besitzt zwar die Fähigkeit, sich den Entfernungen der Objecte gemäss innerhalb gewisser Grenzen zu adjustiren, allein für zwei so verschiedene Distanzen in demselben Momente und auf derselben Stelle der Netzhaut kann offenbar diese Adjustirung nicht eintreten. Dieser Uebelstand zeigt sich dem Beobachter auch sehr deutlich, indem er immer entweder den Faden oder das entfernte Object deutlich oder undeutlich sieht, je nachdem er seine Aufmerksamkeit vorzugsweise auf den einen oder den andern Gegenstand richtet. Um den Einfluss dieser Unvollkommenheit kennen zu lernen, wurden Versuche mit einem Fernrohre ohne

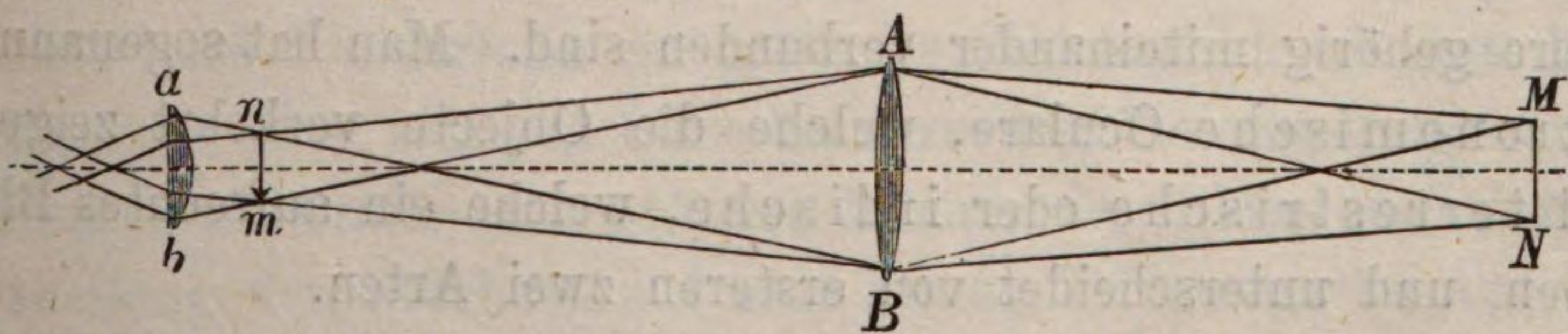
Vergrößerung, oder vielmehr mit der Vergrößerung $= 1$, an-
gestellt.

Dieses Rohr von etwa 0.1 Meter Länge enthielt zwei kleine gleiche Linsen, um die Summe ihrer Brennweiten von einander entfernt, mit einem Fadenkreuze in der Mitte. Aus zahlreichen, gut übereinstimmenden Versuchen mehrerer Personen ergab sich als mittlerer Visurfehler 2.5 Secunden. Wenn man auch diesen zu 5 Secunden annimmt, so ist er doch gegen dreimal kleiner als bei den gewöhnlichen Dioptern, obschon ein solches Visirrohr nicht vergrößert, wohl aber die Objecte heller und schärfer zeigt, weil hier so viel Licht in das Auge gelangen kann, als die Pupille zu fassen vermag. Man kann also annehmen, dass das freie Auge unter günstigen Umständen, und wenn es Faden und Object zugleich vollkommen deutlich sieht, auf 3 bis 5 Secunden sicher visirt.

13. Das Fernrohr. Um die Visur oder Pointirung mit grösserer Schärfe zu erhalten, werden Fernrohre angewendet, deren Grösse sich nach dem Instrumente, mit welchem sie verbunden werden, und nach dem Grade der zu erreichenden Genauigkeit richtet. Sie sind gegenwärtig fast immer achromatisch, nur an älteren Instrumenten findet man noch zuweilen Fernrohre mit einfacher Objectivlinse. Die Vorzüge der ersteren sind so entschieden und so allgemein anerkannt, dass eine nähere Nachweisung derselben ganz überflüssig ist.

Ohne in die eigentliche Theorie der Fernrohre einzugehen, wollen wir nur das Nöthigste über ihre Construction und Wir-

Fig. 6.



kungsweise anführen. Von einem entfernten Gegenstande MN (Fig. 6) fallen Strahlen auf die Glaslinse AB (das Objectivglas)

und erzeugen nach ihrem Durchgange ein verkehrtes Bild $m n$ des Gegenstandes. Dieses Bild wird durch ein zweites Glas ab (das Ocularglas) betrachtet, welches wie eine gewöhnliche Lupe wirkt. Man sieht sogleich, dass es hier vorzüglich auf die Vollkommenheit dieses Bildes ankommt. Denn je grösser diese ist, desto deutlicher und besser wird man alle Detailpunkte desselben sehen, eine desto stärkere Vergrößerung wird sich beim Ocular anbringen lassen.

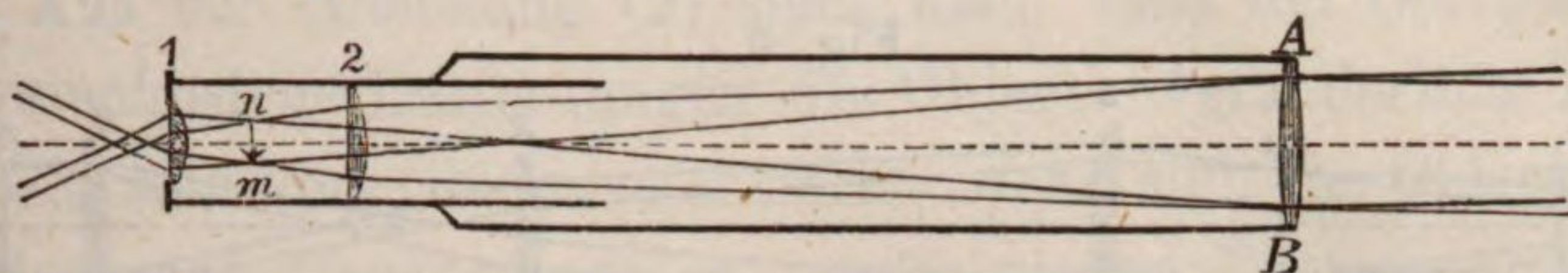
Diese Vollkommenheit des Bildes hängt ganz allein von der Güte des Objectives ab, daher dieses der wesentlichste Theil eines Fernrohres ist. Es gibt jedoch kein ganz fehlerfreies Objectivglas, sondern alle sind nur mehr oder weniger der Vollkommenheit angenähert, theils weil es bis jetzt keine ganz homogenen Glasmassen gibt, die geringste Ungleichförmigkeit derselben aber die vollkommene Präcision des Bildes stört, theils auch, weil sich weder die Kugelabweichung noch die Farbenzerstreuung ganz vollständig aufheben lässt und überhaupt keine praktische Ausführung die beabsichtigte theoretische Form in aller Strenge zu erreichen im Stande ist. Indessen werden gegenwärtig solche achromatische Objective, besonders von der kleineren Gattung, wie sie bei geometrischen Instrumenten vorkommen, von den vorzüglicheren Optikern in bedeutender Vollkommenheit geliefert. Sie sind aus zwei Linsen von verschiedener Glasart, einer Sammellinse aus Crown Glas und einer Zerstreuungslinse aus Flintglas, zusammengesetzt, deren einzelne Krümmungshalbmesser nach einer besonderen Theorie berechnet sein sollen.

Auch das Ocular wird, theils der grösseren Präcision des Bildes wegen, theils zur Erreichung noch anderer Zwecke, aus zwei oder mehreren Linsen zusammengesetzt, die in einem besonderen Rohre gehörig miteinander verbunden sind. Man hat sogenannte astronomische Oculare, welche die Objecte verkehrt zeigen, und terrestrische oder irdische, welche ein aufrechtes Bild geben, und unterscheidet von ersteren zwei Arten.

Das astronomische Ocular erster Art oder das Huygens'sche Ocular (Fig. 7) besteht aus zwei Planconvexlinsen 1 und

2, deren convexe Seiten dem Objective $A B$ zugekehrt sind. Die von einem entfernten Objecte $M N$ kommenden Strahlen treffen noch vor ihrer Vereinigung die Linse 2 (die sogenannte Collectiv-

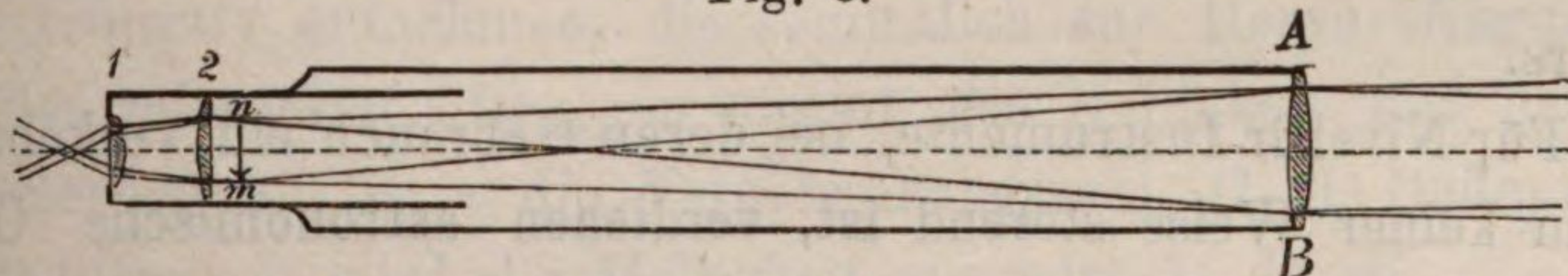
Fig. 7.



linse), erhalten durch diese eine grössere Convergenz und vereinigen sich hinter derselben zum verkehrten Bilde $n m$, welches sodann durch die Linse 1, welche als einfache Lupe wirkt, betrachtet, unter einem grösseren Sehwinkel erscheint, wie dies aus dem angedeuteten Gange der Strahlenbündel erhellt. Hier liegt also das Bild zwischen den beiden Bestandlinsen des Oculars.

Das astronomische Ocular zweiter Art (auch Ramsden'sches oder Mikrometer-Ocular genannt) besteht gleichfalls aus zwei Planconvexlinsen 1 und 2 (Fig. 8), deren convexe Flächen

Fig. 8.

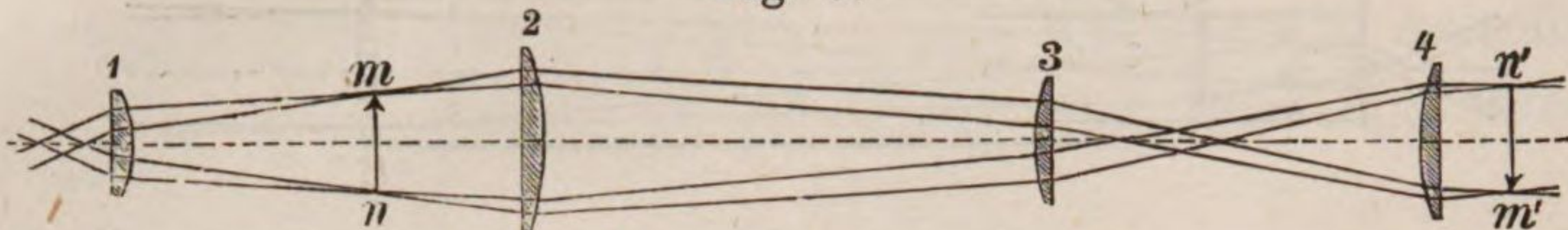


sich zugekehrt sind. Hier vereinigen sich die von dem Objecte $M N$ kommenden Strahlen, nach ihrem Durchgange durch das Objectiv $A B$, noch vor der Linse 2 (der Collectivlinse) zum verkehrten Bilde $n m$, werden sodann durch diese gegen die Axe hingebrochen und gelangen endlich wieder durch die Linse 1 unter einem vergrösserten Sehwinkel in das Auge.

Bei beiden Ocularen erreicht man durch Hinzufügung der Collectivlinse 2 einerseits ein grösseres Gesichtsfeld, als dies bei Anwendung einer einzigen Linse bei derselben Vergrösserung möglich wäre, anderseits eine grössere Schärfe des Bildes, weil durch Vertheilung der Brechung auf zwei Linsen bei geeigneter Anordnung derselben die im Oculare entstehende sphärische und chromatische Abweichung wieder nahezu aufgehoben werden kann.

Das terrestrische Ocular (Fig. 9) besteht aus vier Linsen, von welchen die zwei dem Auge zunächst befindlichen 1 und 2 nahezu wie ein astronomisches Ocular der ersten Art wirken, während die beiden anderen 3 und 4 die Umkehrung des

Fig. 9.



Bildes bewerkstelligen. $m'n'$ ist das vom Objective erzeugte verkehrte Bild des entfernten Objectes MN , welches somit vor der letzten Linse 4 des Oculars liegt. Durch die beiden Linsen 4 und 3 werden die Strahlenkegel auf die entgegengesetzte Seite der Axe gebrochen, treffen die Linse 2 und vereinigen sich zwischen dieser und der Linse 1 zum aufrechten Bilde mn .

Bei allen drei Ocularen bestimmt der Ort des Bildes mn die Stelle, wo das Fadenkreuz (§. 17) angebracht werden muss. Eine einfache Linse, welche dieselbe Vergrößerung hervorbringt wie das zusammengesetzte Ocular, heisst die äquivalente Linse des Oculars.

Für Nivellir-Instrumente, bei deren Gebrauch ein verkehrtes Bild in keiner Weise störend ist, verdienen astronomische Oculare entschieden den Vorzug vor terrestrischen, da sie nicht nur unter gleichen Umständen ein schärferes Bild geben, sondern auch bei gleicher Länge des ganzen Fernrohres eine stärkere Vergrößerung gestatten, oder umgekehrt bei gleicher Vergrößerung eine geringere Länge des Fernrohres erfordern, da das terrestrische Ocular nicht wohl kürzer als 9 Centimeter gemacht werden kann.

14. Ist die Grösse des Gegenstandes $= H$, sein Abstand vom Objective $= D$, Grösse des Bildes $= h$, dessen Abstand vom Objective $= d$, so ist

$$\frac{d}{D} = \frac{h}{H} \dots (1).$$

Ist das Object unendlich weit entfernt, oder fallen die Strahlen parallel auf das Objectiv, so heisst für diesen Fall der Abstand d die Brennweite des Objectives. Bezeichnen wir diese mit F , so ist

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{d} &= \frac{1}{F} - \frac{1}{D} \\ \text{oder } d &= \frac{D F}{D - F} \end{aligned} \right\} \dots (2).$$

Aus der Gleichung (2) sieht man, dass der Ort des Bildes für verschiedene Entfernungen des Objectes veränderlich ist, und das Bild sich vom Objective entfernt, wenn sich das Object nähert. Um demnach Gegenstände in verschiedenen Entfernungen deutlich sehen zu können, ist das Ocular in eine besondere Röhre gefasst, mittelst welcher sich sein Abstand vom Objectivglase verändern und jedesmal so stellen lässt, dass das Bild am deutlichsten erscheint. Die Grösse des Bildes oder h ist der Brennweite proportional und nimmt verhältnissmässig mit dieser zu, wie die Gleichung (1) zeigt, daher man um so längere Fernrohre verwendet, je mehr Vergrösserung man erreichen will. Die Helligkeit des Bildes hängt von dem Durchmesser des Objectives (der Oeffnung) ab und nimmt wie das Quadrat dieses Durchmessers zu; denn je grösser die Oeffnung ist, desto mehr Strahlen kann das Objectiv aufnehmen, die sämmtlich zur Hervorbringung des Bildes mitwirken. Dagegen nimmt die Helligkeit mit der Vergrösserung ab; ist v die Vergrösserungszahl, O die Oeffnung des Objectives, so wird die Helligkeit ausgedrückt durch

$$H = \frac{O^2}{v^2}.$$

Die Helligkeit wächst mit dem Bruche $\frac{O}{v}$, bis dieser der Oeffnung der Pupille gleich wird. Ein grösserer Werth von $\frac{O}{v}$ trägt zur Vermehrung der Helligkeit nichts mehr bei, weil das Auge alles Licht nicht mehr aufnehmen kann, welches beim Objectivglase eintritt.

15. Ueber die Genauigkeit der Visur mit Fernrohren habe ich gleichfalls Versuche angestellt*), aus denen sich im Wesentlichen Folgendes ergibt. Bei guten achromatischen Fernrohren ist unter günstigen Umständen die Genauigkeit der Visur nahe der

*) Jahrbücher des polytechnischen Institutes, 18. Band.

Vergrößerung proportional, vorausgesetzt, dass diese im Verhältniss zur Brennweite des Objectives nicht zu gross ist. Setzt man den mittleren Visurfehler bei Dioptern = 15 Secunden, so ist dieser bei einem guten Fernrohre, dessen mässige Vergrößerung = v ist, unter übrigens gleichen Umständen = $\frac{15''}{v}$, welcher Werth unter besonders günstigen Verhältnissen und bei gehöriger Uebung bis auf die Hälfte sich vermindern kann.

Bei einerlei Vergrößerung geben astronomische Oculare eine grössere Schärfe als terrestrische. Ferner nimmt bei demselben Fernrohre der Visurfehler durch Steigerung der Vergrößerung nur bis zu einer gewissen Grenze ab; wird die Vergrößerung weiter getrieben, als es die Eigenschaften des Objectives erlauben, so vermindert sich die Deutlichkeit und Klarheit so stark, dass der Visurfehler wieder zunimmt. Für Fernrohre an geodätischen Instrumenten haben schwache Vergrößerungen entschiedene Vorzüge vor stärkeren; denn nicht nur ist bei ersteren der Visurfehler schon so klein, dass es meistens unnöthig ist, die Vergrößerung deshalb zu vermehren, sondern das Rohr gewährt auch eine grössere Helligkeit und Präcision, weil die Undulation der Luft und der verschiedene Grad ihrer Durchsichtigkeit bei einer schwächeren Vergrößerung weniger störend hervortreten. Die schwächere Vergrößerung lässt zugleich ein grösseres Gesichtsfeld zu, wodurch das Auffinden der Objecte erleichtert wird. Diesen Grundsätzen gemäss ist die Vergrößerung der Fernrohre an geodätischen Instrumenten, namentlich an Nivellir-Instrumenten, zweckmässig, wenn, unter Voraussetzung der grösstentheils noch angewendeten Fraunhofer'schen Construction der Objective und Oculare, die Vergrößerungszahl 0.4 bis höchstens 0.8 des in Centimetern ausgedrückten Werthes der Brennweite des Objectives gleichkommt. Bei Anwendung der von Steinheil in neuerer Zeit ausgeführten Oculare und Objective, welch' letztere bei gleicher Brennweite eine grössere Oeffnung vertragen, als die Fraunhofer'schen Objective, kann man die Vergrößerung bis auf 1.2 des in Centimeter ausgedrückten Werthes der Brennweite des Objectives steigern.

16. Die Vergrösserung eines Fernrohres zu finden.
 Diese wird erhalten, wenn man die Brennweite des Objectives durch die Brennweite des Oculares dividirt; allein da das letztere fast immer aus mehreren Linsen zusammengesetzt ist, so ist die Brennweite der entsprechenden äquivalenten Linse zu nehmen. Diese Brennweite ist jedoch schwer auszumitteln, daher man verschiedene Methoden hat, auf anderen Wegen die Vergrösserung eines Fernrohres zu finden. Folgendes Verfahren ist eines der leichteren und zweckmässigeren.

Man richte das Fernrohr auf einen entfernten Gegenstand, z. B. auf das Fenster eines Hauses, auf eine aufgestellte Nivellirlatte u. dgl., und während man mit dem einen Auge diesen Gegenstand durch das Fernrohr betrachtet, sehe man mit dem anderen freien Auge auf einen 15 Centimeter oder darüber entfernten Maassstab und bemerke das Maass, welches der durch das Fernrohr gesehene Gegenstand auf diesem Maassstabe einzunehmen scheint. Es gehört nur einige Uebung dazu, um das eine Object auf dem anderen zu erblicken. Statt des Maassstabes kann man auch einen Zirkel anwenden, zwischen dessen Spitzen man das Bild des entfernten Gegenstandes fasst. Ist nun die Distanz des letzteren $= D$, seine Höhe (oder Breite, wenn diese zur Vergleichung genommen wird) $= H$, der Abstand des Maassstabes vom Auge $= d$, die scheinbare Grösse des Gegenstandes auf diesem Maassstabe $= h$, so ist die

$$\text{Vergrösserung } v = \frac{h}{d} \frac{D}{H}.$$

Z. B. in einer Entfernung $= 100$ Meter sei eine Nivellirlatte $= 2$ Meter aufgestellt, welche, durch das Fernrohr gesehen, ebenso gross erscheint, wie dem freien Auge eine Zirkelöffnung $= 10$ Centimeter in einem Abstände von 25 Centimeter, so ist die Vergrösserung

$$v = \frac{10}{25} \cdot \frac{100}{2} = 20\text{mal.}$$

Eine andere Methode ist folgende: Ist das Ocular so gestellt, dass man sehr entfernte Gegenstände deutlich sieht, und wird dann das Rohr gegen den hellen Himmelsgrund gerichtet, so sieht

man, wenn das Auge in einiger Entfernung rückwärts in der verlängerten Axe des Rohres sich befindet, in der Ocularöffnung einen kleinen scharf begrenzten lichten Kreis, und der Durchmesser der Objectivöffnung, dividirt durch den Durchmesser dieses kleinen Kreises, gibt die Vergrößerung $= v$. Es ist jedoch schwierig, den letzteren Durchmesser mit grösserer Schärfe zu messen. In Ermangelung besserer Hilfsmittel zeichne man auf ein Stück Strohpapier eine feine Scala etwa von $\frac{1}{2}$ zu $\frac{1}{2}$ Millimeter mit möglichst zarten Strichen und halte selbes so vor die Ocularöffnung, dass der kleine Lichtkreis sich scharf und möglichst klein projecirt, wo man dann seinen Durchmesser in Theilen der Scala abnehmen kann. Die wahre Stelle dieses Lichtkreises befindet sich nicht ganz an der Ocularöffnung, sondern etwas davon entfernt, und bestimmt den Ort für das Auge beim Visiren.

Dieser aus dem Oculare austretende Lichtbüschel enthält, den Verlust beim Durchgange durch die verschiedenen Gläser des Fernrohres abgerechnet, alles Licht, welches beim Objectivglase eintritt. Ist d der Durchmesser dieses Lichtbüschels, jener des Objectives $= O$, die Vergrößerung $= v$, so ist nach Obigem:

$$v = \frac{O}{d}; \quad d = \frac{O}{v},$$

und da nach §. 14 die Helligkeit dem Bruche $\frac{O^2}{v^2}$ proportional ist, so nimmt diese wie das Quadrat von d zu. Zugleich sieht man, dass die gesehene Helligkeit nicht mehr vergrößert werden kann, sobald der Lichtbüschel grösser wird als die Pupille, weil diese denselben nicht mehr ganz aufnehmen kann. Ist δ die Oeffnung der Pupille, so ist für die grösste Helligkeit

$$\delta v = O,$$

und ein grösseres O , als diese Gleichung gibt, ist unnütz. Hieraus erklärt sich, warum das §. 50 beschriebene Taschen-Nivellir-Diopter bei so kleiner Oeffnung des Rohres doch volle Helligkeit gibt; denn da bei diesem $v = 1$ ist, so braucht O nicht grösser zu sein als δ .

Eine leicht ausführbare und genaue Methode, die Vergrößerung eines Fernrohres zu finden, ist noch folgende*): Man richtet dasselbe, nachdem es auf sehr entfernte Gegenstände eingestellt worden, gegen die Sonne so, dass ihr Licht am Oculare frei austreten kann. Dieser Lichtbüschel läuft in einem Kegel fort, dessen Spitze an der Ocularöffnung liegt, und wenn m der Winkel dieses Kegels, δ der scheinbare Durchmesser der Sonne, so ist $v = 2 \tan \frac{1}{2} m \cdot \cot \delta$. Man ziehe nun auf einem Blatt Papier etwa von 2 zu 2 Centimeter mehrere Parallellinien, halte selbes obigem Lichtkegel senkrecht in einer solchen Entfernung entgegen, dass der lichte Kreis genau von zwei Parallellinien begrenzt wird, und messe den Abstand des Papiers vom Oculare. Ist dieser $= d$, der Durchmesser des Lichtkreises $= h$, so ist

$$v = 107.5 \frac{h}{d}.$$

Z. B. für $h = 8$ Centimeter sei $d = 27.3$ Centimeter, so wird $v = 31.5$.

Um den lichten Kreis auf dem Papier besser zu sehen, muss das directe Sonnenlicht durch einen Schirm abgehalten werden. Will man besonders genau verfahren, so ist h noch um den Durchmesser des Lichtbüschels, unmittelbar an der Ocularöffnung gemessen, zu verkleinern. Die Zahl 107.5 ist die Cotangente des scheinbaren Sonnendurchmessers und im Verlaufe des Jahres etwas veränderlich, nämlich Anfangs Januar am kleinsten $= 106$, und Anfangs Juli am grössten $= 109$.

17. Um die Objecte mit einem Fernrohre anvisiren oder pointiren zu können, ist an der Stelle des Bildes ein Fadenkreuz eingezogen, welches aus einem horizontalen und verticalen Spinnenfaden besteht, deren Dicke sich nach der Grösse und dem Zwecke des Fernrohres richtet. Für geodätische Instrumente, als Theodoliten, Nivellir-Instrumente u. dgl., welche immer nur bei Tage gebraucht werden, nimmt man vorzüglich feine Fäden, weil sie dennoch sehr gut sichtbar sind und die Schärfe der Visur dadurch

*) Von H. B. Valz (Schuhmacher, Astr. Nachrichten 7. Bd. S. 204).

gewinnt. Der kreisrunde Raum, welchen man in einem Fernrohre übersieht, heisst das Gesichtsfeld und wird durch einen besondern in dem Ocularrohre angebrachten Ring (die Fadenplatte) gebildet, der bei manchen Instrumenten nur durch Reibung im Ocularrohre, bei anderen durch eigene Schraubchen festgehalten wird. Die Köpfe dieser Schraubchen treten im letzteren Falle auf der Aussenseite der Röhre hervor und dienen dazu, dem Ringe eine kleine Bewegung zu ertheilen. Auf diesem Ringe ist das Fadenkreuz aufgezogen. Dieses kann durch irgend einen Zufall unbrauchbar werden, indem ein Faden reisst oder schlapp wird, und der Geometer auf dem Lande in weiter Entfernung von einem in dieser Sache kundigen Mechaniker dadurch in grosse Verlegenheit kommen. Es wird demnach nicht überflüssig sein, hier die Handgriffe anzudeuten, nach welchen man sich diese Fäden selbst einziehen kann.

Man nimmt die Fadenplatte vorsichtig aus dem Ocularrohre, nachdem man vorher die Linsen, welche sie einschliessen, weggenommen und die Schraubchen, die sie tragen, losgeschraubt, und befestigt sie auf einer passenden Unterlage. Gewöhnlich ist die Lage der Fäden schon durch Marken bezeichnet, wo nicht, kann man dieses selbst thun.

Die Spinnenfäden erhält man am zweckmässigsten aus den Cocons, in welche die Spinnen ihre Eier legen; man findet dieselben in verschiedener Feinheit der Fäden an Mauern, Planken, unter Dächern u. dgl., und muss, im Falle sie noch lebende Eier enthalten, letztere herausklopfen, um durch Zerdrücken derselben die Fäden nicht zu verunreinigen. Fäden von Spinnennetzen sind unbrauchbar wegen des daran haftenden Staubes. In Ermangelung eines geeigneten Cocons kann man auch den frisch gesponnenen Faden der Spinne benützen. Man öffnet nun einen Handzirkel etwas weiter als der Durchmesser der Fadenplatte, bestreicht dessen Schenkel mit etwas Wachs, fährt mit der Fläche des Zirkels durch einen der vorhandenen ausgespannten Fäden und sucht ihn auf den Schenkeln zu befestigen, worauf man ihn durch Oeffnen des Zirkels gehörig anspannen kann. Es ist wesentlich,

ihm eine möglichst grosse Spannung zu geben, damit er bei feuchter Witterung nicht schlapp werde; es ist daher anzurathen, ihn, nachdem er auf dem Zirkel befestigt ist, in heisses Wasser zu tauchen, wodurch er befähigt wird, eine grössere Spannung zu ertragen, ohne zu reissen. Man legt hierauf mittelst des Zirkels den Faden nahe in der richtigen Lage auf die Fadenplatte, so dass er auf dieser aufliegt, und bringt ihn durch vorsichtiges Rücken genau in die richtige Lage. Die Befestigung geschieht mit einem Tröpfchen heissen Wachses, das man etwa mit einer starken Stricknadel, die vorher erwärmt und dann in Wachs gestochen wird, aufträgt und mit der warmen Nadel eben streicht. Der erste Versuch wird freilich nicht immer gelingen, allein bei einiger Geduld und Uebung wird man seinen Zweck gewiss erreichen. Eine der losgeschraubten Ocularlinsen kann man bei dieser Arbeit als Lupe benutzen.

18. Die gerade Linie, welche den optischen Mittelpunkt des Objectives (ein in der Axe der Linse und gewöhnlich innerhalb ihrer Begrenzungsflächen liegender fester Punct) mit dem Durchschnittspuncte der Fäden verbindet, nennt man die Visirlinie, Absehenlinie oder auch optische Axe des Fernrohres; auf ähnliche Art bildet der optische Mittelpunkt mit dem Verticalfaden eine verticale, mit dem Horizontalfaden eine horizontale Visirebene. Soll Bild und Fadenkreuz zugleich möglichst deutlich gesehen werden, so muss sich ersteres in der Ebene des letzteren befinden; da aber der Abstand des Bildes vom Objectivglase nach Verschiedenheit der Entfernung des äusseren Gegenstandes veränderlich ist, so ist das Ocularrohr beweglich gemacht. Diese Bewegung soll in der Richtung der optischen Axe geschehen und dabei das Ocularrohr keine Drehung erleiden, damit die Fäden des Fadenkreuzes ihre unveränderte Stellung gegen die Verticallinie behalten. Das Maass dieser Bewegung ist übrigens, so lange die Objecte nicht sehr nahe sind, nur ganz gering; es ist nämlich $= d - F$, wenn d , F , D die Bedeutung nach §. 14 haben. Ist z. B. die Brennweite $F = 25$ Centimeter und verlangt man

zu wissen, um wie viel das Ocular herausgezogen werden müsse, wenn die Entfernung des Gegenstandes = 10 Meter, so ist nach §. 14, Formel (2):

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{25} - \frac{1}{1000},$$

woraus $d = 25.64$ Centimeter folgt, oder das Ocular muss um 0.64 Centimeter weiter herausgezogen werden, als für unendlich entfernte Objecte. Aus dem grössten Werthe d , bis zu welchem die Röhre sich ausziehen lässt, ergibt sich auch die kleinste Entfernung D des Objectes, welches man noch deutlich sehen kann. Sei z. B. die Brennweite = 30 Centimeter, welche durch das Ausziehen der Ocularröhre bis höchstens 32.5 Centimeter verlängert werden kann, so ist

$$\frac{1}{30} - \frac{1}{32.5} = \frac{1}{D},$$

woraus $D = 390$ Centimeter = 3.9 Meter als grösste Nähe des Objectes.

19. Das Fadenkreuz muss so gestellt sein, dass es durch das Augenglas möglichst deutlich erscheint. Weil aber das kurzsichtige Auge einen geringeren Abstand zwischen Glas und Fadenetz verlangt, als das normale oder weitsichtige, so muss dieser Abstand sich verändern lassen, zu welchem Zwecke entweder das Ocular oder das Fadenkreuz beweglich eingerichtet ist. Im letzteren Falle befindet sich die Fadenplatte $a b$ (Fig. 10) in einem besonderen kurzen im Ocularrohre befindlichen Röhrchen $f g$, und

Fig. 10.

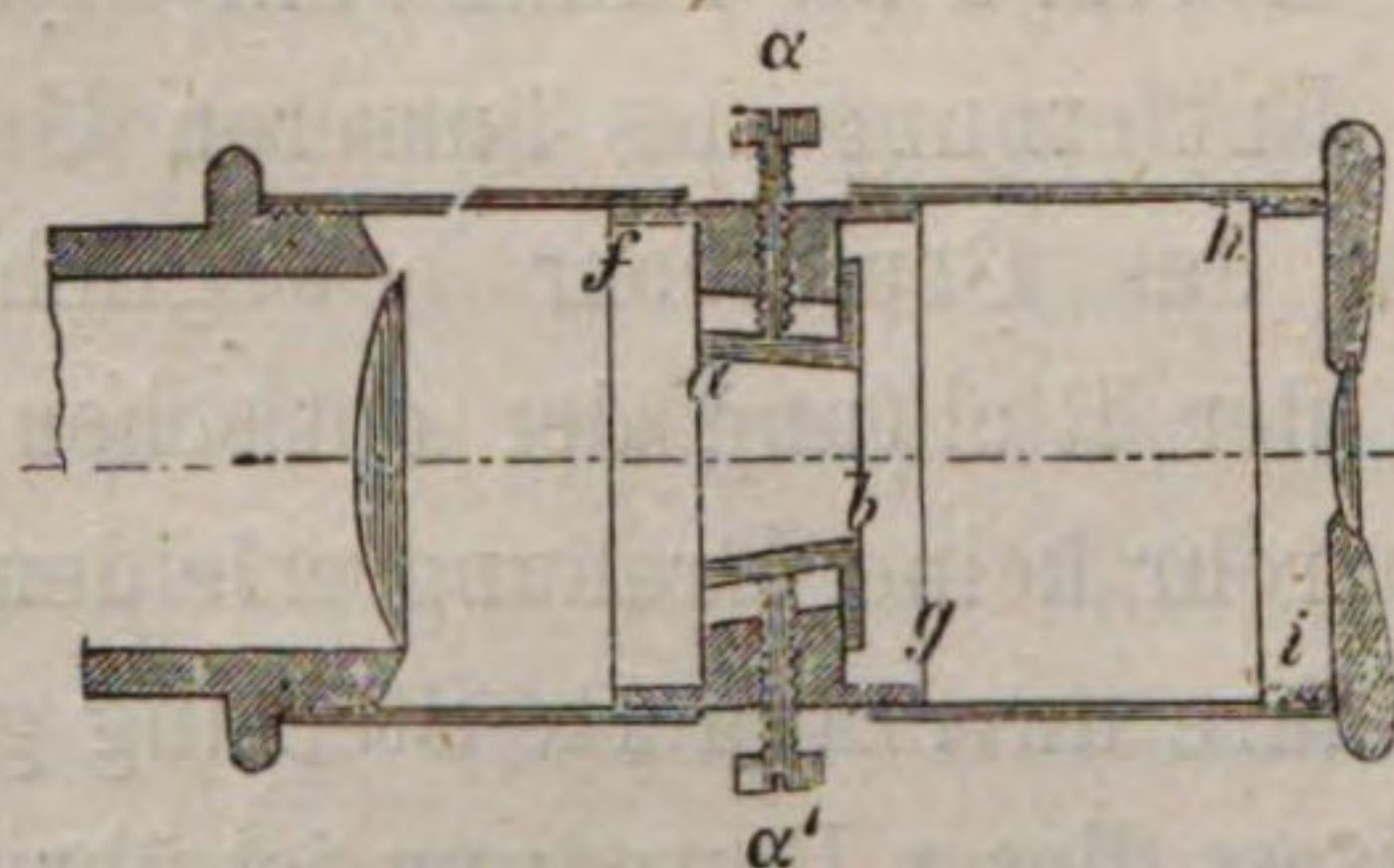
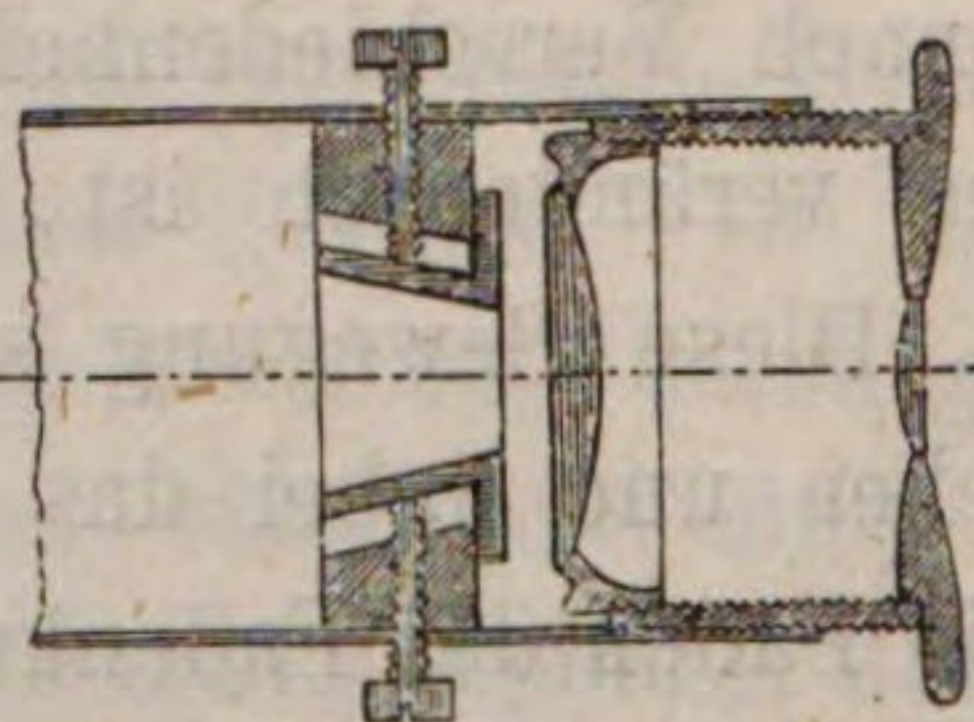


Fig. 11.



kann mittelst der ausserhalb vorstehenden Schraubchen $\alpha \alpha'$, die sich in länglichen Schlitzzen bewegen, etwas vor oder rückwärts geschoben werden. In Fig. 10 ist diese Einrichtung für ein astro-

nomisches Ocular erster Art dargestellt; man sieht aber leicht, dass dieselbe in gleicher Weise für ein astronomisches Ocular zweiter Art oder für ein terrestrisches Ocular getroffen werden kann.

Bei dieser Einrichtung wird jene Stellung, wobei Bild und Faden in einerlei Ebene fallen und zugleich möglichst deutlich gesehen werden, auf folgende Art erhalten. Man bringt zuerst, ohne auf das Bild im Fernrohre zu achten, durch Verschieben des Fadenkreuzes dieses zur möglichsten Deutlichkeit, so dass die Fäden als schwarze, scharf begrenzte Linien erscheinen; hierauf wird auch das Bild durch Verschieben des Ocularrohres zur grössten Deutlichkeit gebracht. Ob nun das Bild und die Fäden genau in einer Ebene liegen, lässt sich auf folgende Weise prüfen. Der Verticalfaden schneide einen scharf bezeichneten Punct des Objectes, so darf sich die Lage des Fadens gegen diesen Punct nicht ändern, wenn man das Auge an der Ocularöffnung etwas nach links oder nach rechts bewegt. Bewegt sich aber der Faden, und zwar mit dem Auge nach einerlei Richtung, so ist er weiter vom Augenglase entfernt als das Bild, im Gegentheile ist er näher am Glase. Der Fehler wird durch gehörige Verrückung des Ocularrohres weggeschafft. Das Fadenkreuz bleibt dann für gleiche Augen immer unverrückt, indem die scharfe Einstellung auf die verschiedenen Objecte blos durch Bewegung des Ocularrohres bewirkt wird.

Arbeiten aber abwechselnd Personen von verschiedener Augenbeschaffenheit mit dem Instrumente, so ist bei dieser Einrichtung ein wiederholtes Hin- und Herrücken des Fadenkreuzes erforderlich, wodurch die Rectification der optischen Achse leicht Störungen erleiden kann. Es ist deshalb zweckmässiger, nicht das Fadenkreuz, sondern das Ocular beweglich zu machen, indem man demselben ein etwas längeres Schraubengewinde gibt, wodurch sich der Abstand des Glases vom Faden ändern lässt. Fig. 11 zeigt diese Einrichtung für ein astronomisches Ocular zweiter Art. Bei einem solchen erster Art, oder bei dem terrestrischen Ocular wird der Zweck dadurch erreicht, dass das Ge-

winde *hi* (Fig. 10) der ersten zunächst dem Auge befindlichen Linse länger gemacht wird, so dass durch Drehung dieser Linse ihr Abstand von den Fäden geändert werden kann. Man stellt hier zuerst das Ocular (beziehungsweise die erste Linse) so, dass die Fäden gut sichtbar sind und bringt hierauf durch Verschiebung des Ocularrohres auch das Bild des entfernten Gegenstandes zur gehörigen Deutlichkeit. Ob dieses in der Ebene der Fäden liege, wird wie oben untersucht. Zeigt sich bei Bewegung des Auges eine Bewegung des Fadens auf dem Bilde, so wird diese durch Verschiebung des Ocularrohres weggeschafft.

Bei manchen, besonders englischen Instrumenten, befindet sich das Fadenkreuz nicht in dem beweglichen Ocularrohre, sondern ist im Fernrohre selbst angebracht und lässt keine Verschiebung längs des Rohres zu. Man stellt hier das verschiebbare Ocular so, dass die Fäden deutlich erscheinen; um aber auch das Bild auf die Fäden bringen zu können, ist das Objectivglas zum Verschieben eingerichtet.

Die eben erklärte Rectification, wodurch Bild und Fadenkreuz in einerlei Ebene und zugleich zur möglichsten Deutlichkeit gebracht werden, kommt bei allen Fernrohren an geodätischen Messinstrumenten in Anwendung. Die Verschiebung des Ocularrohres oder des Objectivglases muss genau in der Richtung der optischen Axe geschehen, wenn diese ihre Lage gegen das Instrument nicht verändern soll; eine Bedingung, die fast immer wesentlich ist, namentlich bei den Nivellir-Instrumenten. Wir geben deshalb der Einrichtung mit beweglichen Ocularen entschieden den Vorzug, da diese nicht nur leichter mit erforderlicher Genauigkeit sich ausführen lässt, sondern auch eine geringe Unvollkommenheit nicht so schädlich ist, während bei Verschiebung des Objectives das Bild seine Stelle gegen das Fadenkreuz sogleich sehr merklich versetzt, wenn die Bewegung nicht genau parallel zur optischen Axe ist, oder während der Bewegung die Axe des Objectivglases die geringste Seitenschwankung erleidet. Diese Verschiebungen des Oculares oder Objectives geschehen

bei kleineren Instrumenten mit blosser Hand, bei grösseren und vorzüglicheren mit einem Getriebe. Der Mechanismus muss aber mit Sachkenntniss und grosser Sorgfalt ausgeführt sein, wenn nicht durch den einseitigen Druck des Getriebes eine Störung der optischen Axe erfolgen soll. Wie das Rohr in dieser Beziehung untersucht werden könne, wird weiter unten §. 39 gezeigt werden.

DRITTER ABSCHNITT.

BESCHREIBUNG UND RECTIFICATION DER VERSCHIEDENEN NIVELLIR-INSTRUMENTE.

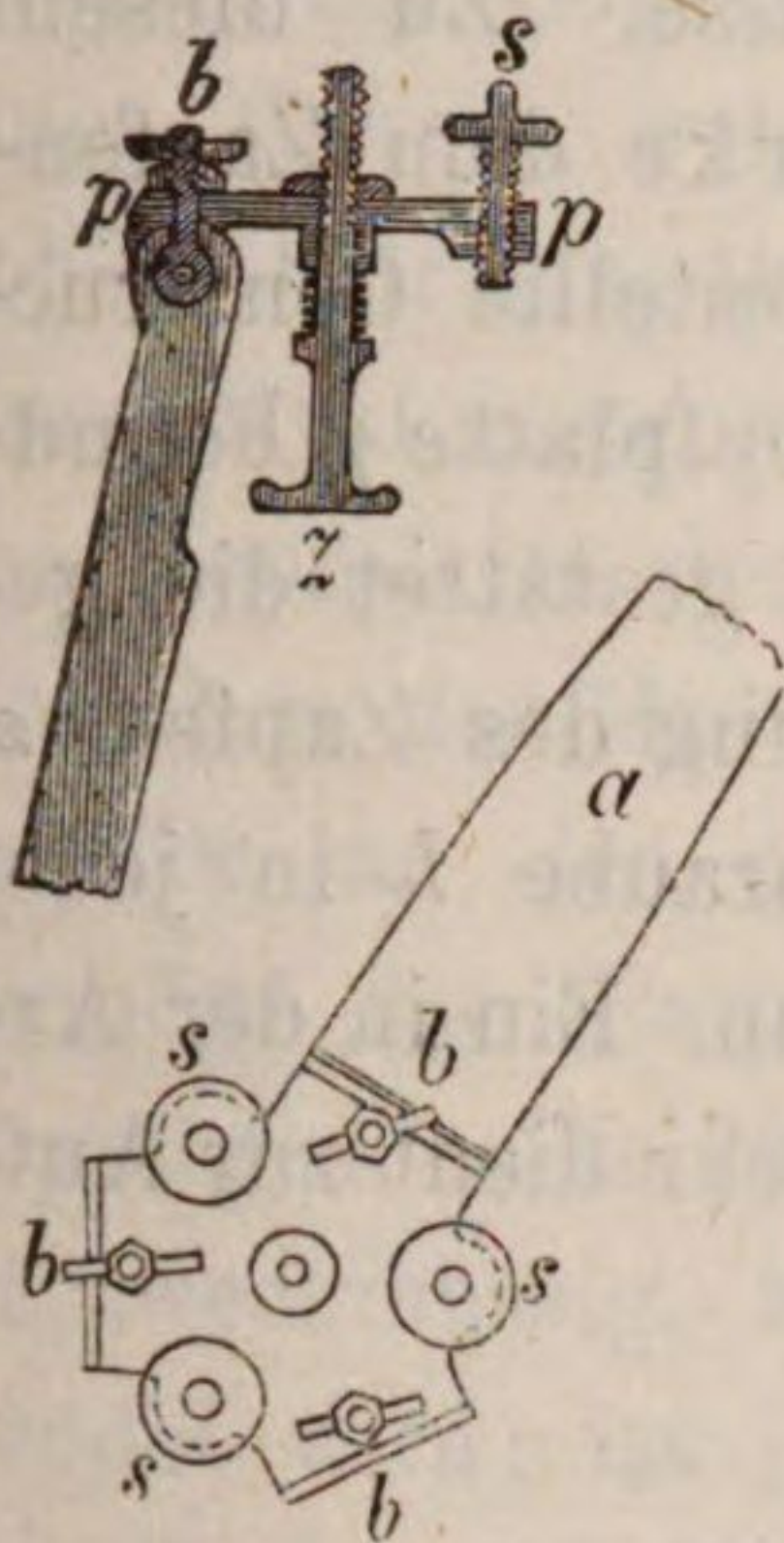
20. Bevor wir zur eigentlichen Erklärung des Nivellirens übergehen, müssen wir die Einrichtung der betreffenden Instrumente und die Art und Weise, selbe zu rectificiren, kennen lernen. Jedes solche Instrument soll nämlich eine horizontale Visur mit erforderlicher Schärfe angeben, ferner so eingerichtet sein, dass man sich, so oft man es wünscht, leicht von der genauen Horizontalität der Visur überzeugen kann. Eben so sind Bequemlichkeit beim Transport, Leichtigkeit und Schnelligkeit bei der jedesmaligen Aufstellung und Nivellirung, Festigkeit des Standes, Wohlfeilheit u. s. w. sehr wünschenswerthe Eigenschaften.

Es gibt kaum ein geometrisches Instrument, welches unter so mannigfachen Formen erscheint, als das Nivellir-Instrument. Wenn wir auch nur die vollkommensten Instrumente dieser Art, die mit einer Libelle und einem guten Fernrohre versehenen, betrachten, so hat fast jeder Künstler, der sich mit ihrer Verfertigung befasst, Eigenthümlichkeiten in der Einrichtung.

Die Bauart des Statives und seine Verbindungsweise mit dem Instrumente bildet einen wesentlichen Theil eines guten Nivellir-Instrumentes.

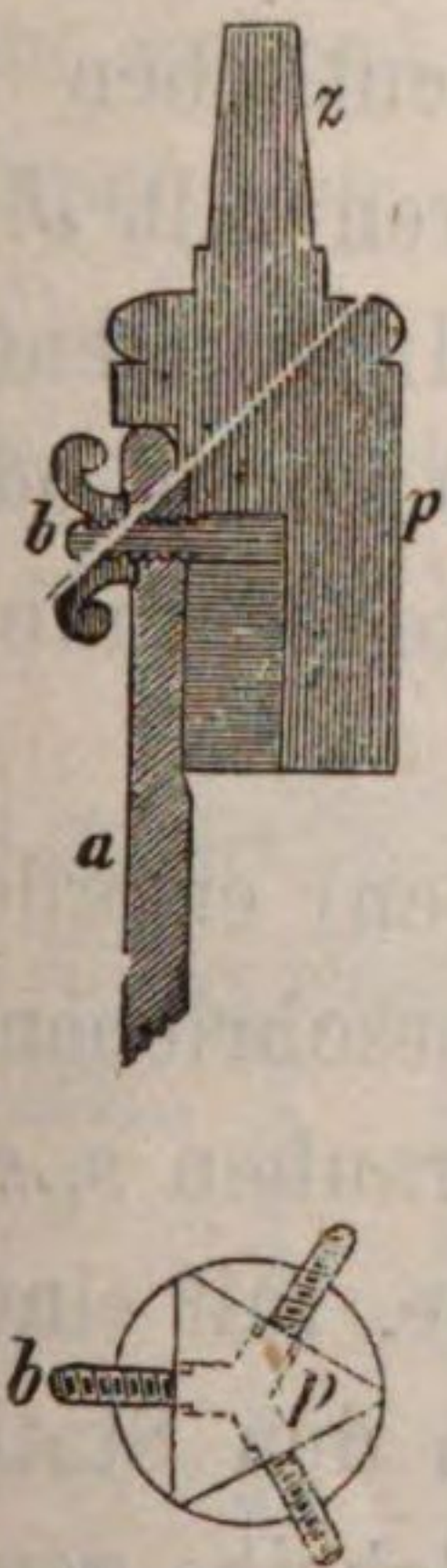
Die sogenannten Scharnierstative nach Reichenbach's Construction (Fig. 12) werden ihrer grösseren Eleganz wegen häufig angewendet. Die an ihrem oberen Ende cylindrisch abgerundeten Füße a werden mittelst der Flügelschrauben b in cylindrische,

Fig. 12.



an der unteren Fläche einer starken Messingplatte p angebrachte Höhlungen angepresst. In der Platte p haben die drei Stellschrauben s, s, s ihre Mutter, auf welchen das Instrument mit einer metallenen Scheibe ruht und mittelst einer durch die Mitte der Platte gehenden Centralschraube z festgehalten wird. Diese Stative dürften jedoch weder hinsichtlich des festen Standes noch der Bequemlichkeit zu den vorzüglichen gehören. Nicht nur findet meistens an den Scharnieren einige Elasticität statt, sondern diese werden mit der Zeit auch mehr oder weniger locker.

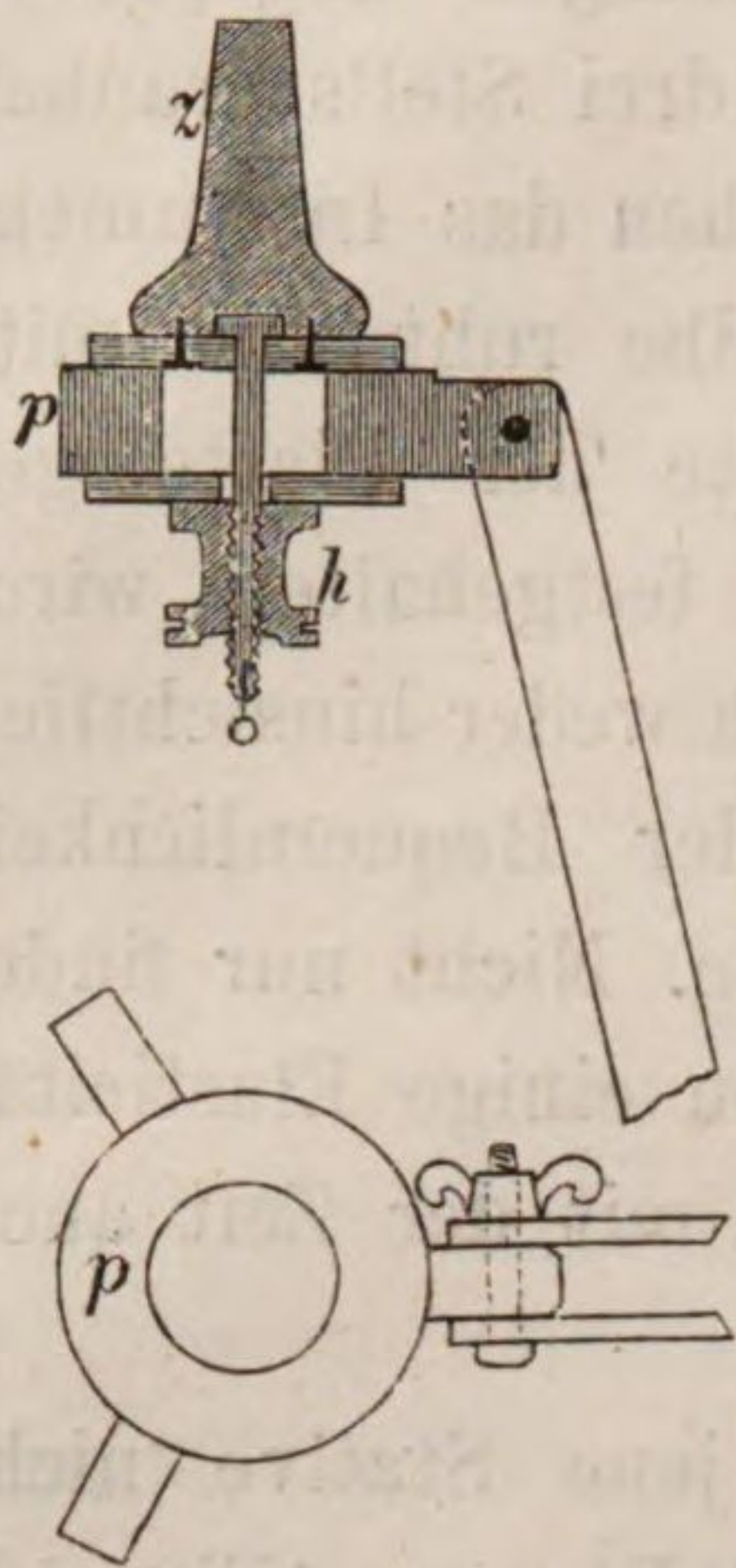
Fig. 13.



Diesem Uebelstande sind jene Stative nicht ausgesetzt, bei denen die drei Füße a (Fig. 13) mit hinreichend grosser Fläche an den Seiten eines dreieckigen Prisma p anliegen und durch starke Flügelschrauben b in jeder Lage festgeschraubt werden können. Das Prisma endet nach oben in einen conischen Zapfen z , auf welchen das Instrument mittelst einer Hülse aufgesteckt wird. Bei guter Bearbeitung und gehöriger Stärke der Bestandtheile haben diese Zapfenstative der Erfahrung gemäss einen ausgezeichnet festen Stand. Die Werkstätte des k. k. polytechnischen Institutes hat diese Art der Stative den Scharnierstativen nach Reichenbach nicht nur aus diesem Grunde vorgezogen, sondern auch deshalb, weil die Verbindung mit dem Instrumente einfacher und bequemer ist.

Ist jedoch mit dem Instrumente noch ein Horizontalkreis verbunden und soll dasselbe nicht bloß zum Nivelliren, sondern, wie beim Eisenbahnbau, zum Traciren, Abstecken von Curven und anderen geometrischen Arbeiten verwendet werden, so ist auch wünschenswerth, dass das Stativ, nachdem es über einem bestimmten Punkte aufgestellt ist, ohne Ueberstellung desselben eine

Fig. 14.



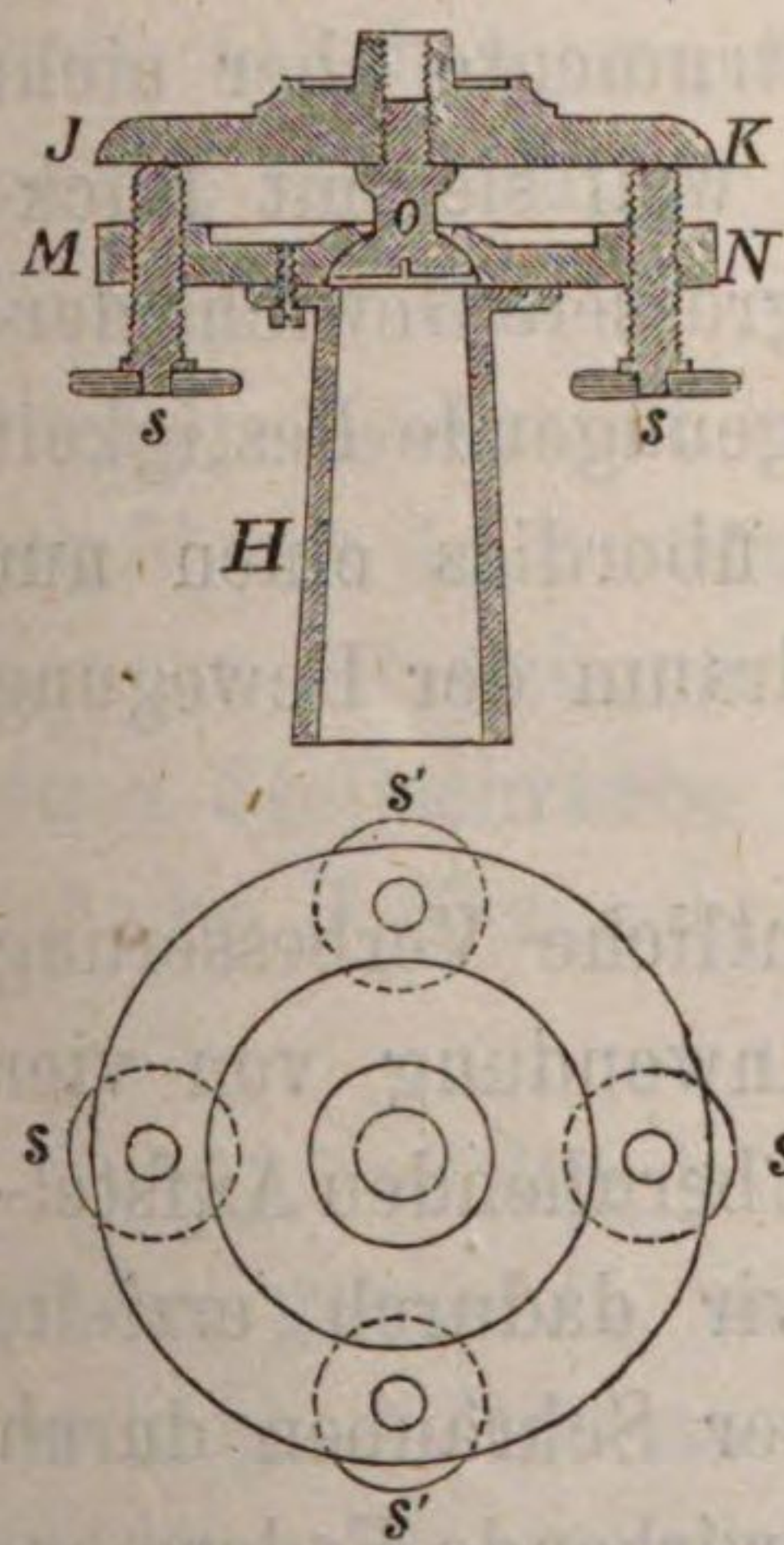
letzte genaue Centrirung des Instrumentes über den gegebenen Punct zulasse. Zu diesem Zwecke hat Hr. Gust. Starke dem Zapfenstative die in Fig. 14 dargestellte Construction gegeben; die in der Kopfplatte *p* befindliche kreisförmige Oeffnung gestattet die gewünschte seitliche Verschiebung des Zapfens *z*, welcher mit Hilfe der Schraube *h* in jeder Lage festgestellt werden kann. Ein in der Axe der Schraube angebrachtes Ohr dient zur Aufnahme des Bleiloths.

21. Zur Horizontalstellung des Instrumentes sind verschiedene Einrichtungen im Gebrauche, welche jedoch im wesentlichen in zwei Classen zerfallen. Eine metallene, in den Figuren mit *JK* bezeichnete Scheibe, welche den weiteren Bau des Instrumentes trägt, wird nämlich entweder durch drei um je 120 Grade oder durch vier um je 90 Grade von einander entfernte Stellschrauben gestützt.

Die erstere Einrichtung (mit drei Stellschrauben) erfordert die Anwendung des im vorhergehenden Paragraphe beschriebenen Scharnierstatives (Fig. 12). Die auf den drei Stellschrauben *s, s, s* ruhende Scheibe hat in ihrem Centrum eine bewegliche, mit einem Muttergewinde versehene Nuss, in welche die durch den Stativkopf gehende Centralschraube eingreift, wodurch die Scheibe gegen die drei Stellschrauben angezogen werden kann. Diese Einrichtung ist dieselbe wie bei den Messtischen. Die Centralschraube muss hier zuerst geöffnet werden; das Instrument, welches auf den Stellschrauben durch sein Gewicht ruht, wird durch dieselben horizontal gestellt und hierauf die Centralschraube angezogen. Da diese Manipulation nicht eben bequem ist, auch durch das Anziehen der Centralschraube die Horizontalstellung leicht wieder eine Störung erleidet, so versehen manche Mechaniker die Centralschraube mit einer starken, dieselbe nach abwärts ziehenden, in

Fig. 12 angedeuteten Schraubenfeder (schraubenförmig gewundene Feder). Die Schraube endet gewöhnlich in diesem Falle oben in einen Haken, welcher in ein im Centrum der Scheibe befindliches Oehr eingehängt ist und ist an ihrem unteren Ende mit einer Mutter versehen, zwischen welcher und der unteren Fläche der Kopfplatte des Statives sich die Feder befindet; durch das Anziehen der Mutter wird die Feder gespannt und hierdurch die Scheibe an den drei Stellschrauben festgehalten, ohne jedoch, vermöge der Elasticität der Feder, verhindert zu sein, der Bewegung der Stellschrauben zu folgen. Diese letztere Einrichtung ist zweckmässig, wenn das Instrument nur zum Nivelliren angewendet wird; ist jedoch mit demselben auch ein Horizontalkreis zur Horizontal-Winkelmessung verbunden, so ist sie, wenn die Construction ein festes Anpressen der Scheibe auf die Stellschrauben nicht zulässt, zu verwerfen, da die glatte Scheibenfläche auf den Kuppen der Stellschrauben sehr leicht gleitet und keine feste Stellung im Azimuth zu erreichen ist. In die hier betrachtete Classe gehört endlich noch die Aufstellung des Instrumentes auf

Fig. 15.

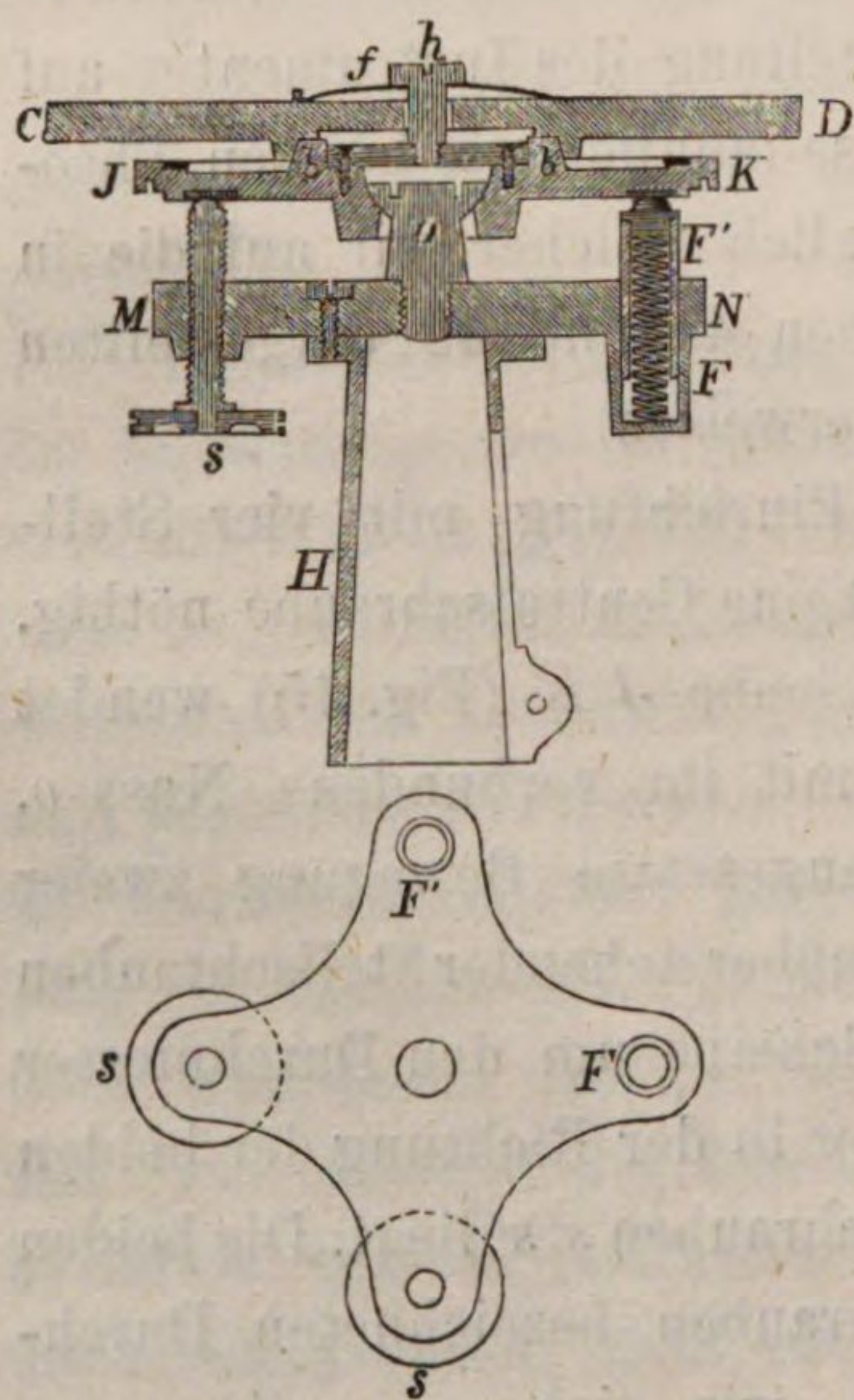


einem Dreifusse (ähnlich wie bei den Theodoliten), bezüglich welcher wir auf die in den Paragraphen 41 und 42 dargestellten Instrumente verweisen.

Bei der Einrichtung mit vier Stellschrauben ist keine Centralschraube nöthig, sondern die Scheibe JK (Fig. 15) wendet sich um eine mit ihr verbundene Nuss o . Durch entgegengesetzte Bewegung zweier diametralgegenüberstehender Stellschrauben s, s wird die Scheibe um den Durchmesser gedreht, welcher in der Richtung der beiden anderen Stellschrauben $s's'$ liegt. Die beiden durch die Schrauben bezeichneten Durchmesser stehen, wie sich von selbst versteht, auf einander senkrecht. Diese Einrichtung ist jener mit drei Stellschrauben entschieden vorzuziehen, weil die Horizontal-

stellung nicht nur leichter, sondern auch bedeutend schneller bewirkt werden kann, wovon man sich in der Praxis leicht überzeugen wird. Ein weiterer Vorzug besteht darin, dass alle zum Instrumente gehörigen Bestandtheile mit demselben vom Stative abgenommen werden können, während bei der ersten Anordnung mehrere Theile, wie die Stellschrauben und die Central-schraube, mit dem Kopfe des Statives in fester Verbindung stehend, nicht abgenommen werden können, daher weit leichter zufälligen Beschädigungen ausgesetzt sind, wie die Erfahrung vielfältig lehrt. Auf demselben Principe beruht die Einrichtung, welche in den Figuren 19 und 20, §. 28, dargestellt ist. Die mit der Scheibe *JK* fest verbundene Nuss *o*, welche in dem oberen Theile des cylindrischen Körpers *N* ihr Lager hat, endet nach unten in einen Zapfen von quadratischem Querschnitte, auf welchen die vier Stellschrauben *s* wirken, mittelst welcher die

Fig. 16.



Horizontalstellung bewerkstelliget wird. Diese letztere Einrichtung ist für kleine Instrumente wegen ihrer Compendiosität zweckmässig, für grosse Instrumente aber nicht zu empfehlen, weil sie mit Rücksicht auf das grössere Gewicht derselben keine genügende Festigkeit gewährt und überdies einen nur geringen Spielraum der Bewegung gestattet.

Eine wesentliche Verbesserung der auf der Anwendung von vier Stellschrauben beruhenden Aufstellung haben wir dadurch erzielt, dass zwei dieser Schrauben durch nach aufwärts wirkende Federn ersetzt werden, welche Einrichtung

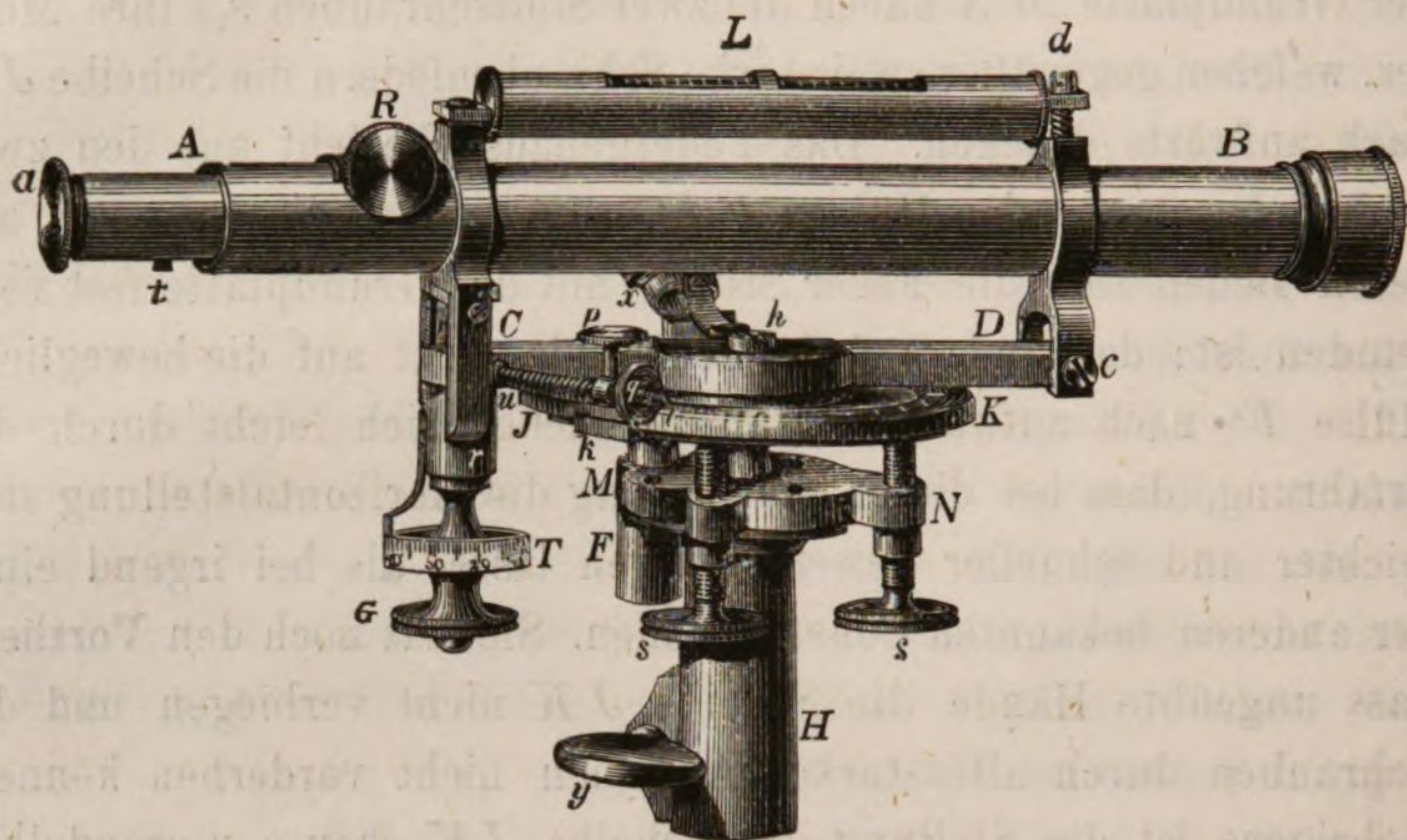
nach unserer Angabe bei den grösseren aus der Werkstätte des k. k. polytechnischen Institutes hervorgehenden Instrumenten ange-

wendet wird und aus Fig. 16 ersichtlich ist. Die Hülse H , mittelst welcher das Instrument auf ein Zapfenstativ aufgesteckt wird, trägt die Grundplatte MN , in deren Mittelpuncte die stählerne Nuss o verschraubt ist, um welche die Scheibe JK sich bewegen kann. In der Grundplatte MN haben die zwei Stellschrauben s, s ihre Mutter, welchen gegenüber zwei starke Schraubenfedern die Scheibe JK nach aufwärts drücken. Das Federgehäuse besteht aus den zwei ineinander steckenden Hülse $F F'$, von welchen die untere F , auf deren Boden sich die Feder stützt, mit der Grundplatte fest verbunden ist; das andere freie Federende wirkt auf die bewegliche Hülse F' nach aufwärts. Man überzeugt sich leicht durch die Erfahrung, dass bei dieser Einrichtung die Horizontalstellung sich leichter und schneller bewerkstelligen lasse, als bei irgend einer der anderen bekannten Constructionen. Sie hat noch den Vortheil, dass ungeübte Hände die Scheibe JK nicht verbiegen und die Schrauben durch allzustarkes Anziehen nicht verderben können. Uebrigens ist die Stellung der Scheibe JK ebenso unwandelbar als bei den gewöhnlichen Einrichtungen, denn sie wird durch die Federn an drei feste Puncte, die Nuss im Centrum und die beiden Stellschrauben, angedrückt. Bei Instrumenten von mittlerer Grösse genügt eine einzige Feder, welche in dem die Verbindungslinie der beiden um 90° entfernten Stellschrauben halbirenden Durchmesser angebracht wird, wie dies an dem in Fig. 17, §. 22, abgebildeten Instrumente ersichtlich ist. Um eine Drehung des Kreises im Azimuth zu verhindern, bewegt sich die Kuppe der einen Stellschraube in einer radialen an der unteren Fläche der Scheibe JK angebrachten Führung.

22. Sollen mit dem Nivellir-Instrumente auch Horizontalwinkel gemessen werden, so trägt die Scheibe JK eine Kreistheilung, welche an einem mit der Alhidade CD (Fig. 17) verbundenen Nonius oder Vernier mittelst der Lupe x abgelesen wird. Der Vernier gibt gewöhnlich einzelne Minuten, was hinreichend ist, da diese Winkel fast in allen Fällen nur zur graphischen Construction der Aufnahme, Abstecken von Curven u. dgl., nicht

aber zu einer trigonometrischen Berechnung benützt zu werden pflegen, die Genauigkeit einer solchen Construction jedoch kaum weiter als bis zu zwei Minuten getrieben werden kann. Die Art

Fig. 17.



der Verbindung der Alhidade CD mit dem Kreise JK ist aus dem Durchschnitte Fig. 16 (§. 21) ersichtlich; am Kreise ist der Ansatz bb schwach conisch und centrisc h angedreht und auf denselben die Alhidade fleissig aufgepasst; die obere genau eben und parallel zum Kreise abgedrehte Fläche des Ansatzes bildet die Umdrehungsebene der Alhidade. Eine auf diese Umdrehungsebene senkrechte, durch den Mittelpunkt des conischen Ansatzes gehende Gerade bildet die Umdrehungsaxe der Alhidade. Die Schraube h , welche in einem innerhalb des Ansatzes eingeschraubten Plättchen ihre Mutter hat, hält durch Vermittlung der zwischengelegten Feder f die Alhidade am Kreise fest.

Um die Alhidade in jeder Lage gegen den Kreis feststellen und ihr noch eine feine Bewegung ertheilen zu können, was bei der Messung von Horizontalwinkeln erforderlich ist, dient die Klemme k , welche, aus zwei Theilen bestehend, von welchem der untere mit zwei Vorsprüngen in einer an der unteren Fläche des Kreises JK eingedrehten Nuth läuft, mittelst der Schraube p an jeder Stelle des Kreises festgeklemmt werden kann. Die Schraube l

ist mit ihrem einen Ende durch ein Gelenk u mit der Alhidade verbunden, tritt mit dem anderen durch einen an der Klemme befindlichen Ansatz in die Mutter q und wird durch eine zwischen dem Gelenke und Ansätze eingelegte Schraubenfeder in Spannung erhalten. Ist die Klemme mittelst der Schraube p festgestellt, so wird, wie man leicht sieht, durch Drehen der Mutter q der Alhidade eine feine Bewegung ertheilt; bei gelüfteter Schraube p kann die Alhidade frei gedreht werden, wobei die Klemme mitgenommen wird. Die Klemmvorrichtung muss mit Sorgfalt gearbeitet sein, denn durch das Anziehen der Klemmschraube p soll die scharf einspielende Libelle nicht gestört werden, was immer geschieht, wenn der geringste einseitige Druck auf die Alhidade dabei eintritt. In dieser Beziehung trifft die beschriebene Vorrichtung kein Vorwurf; sie hat aber den Nachtheil aller Peripherieklemmen, dass die Nuth sich leicht mit Staub u. dgl. verunreinigt, wo dann die Klemme schwer und spissig der Bewegung der Alhidade folgt. In allen Fällen, wo die Construction des Instrumentes es erlaubt, ist daher eine Klemmung vom Centrum aus zu empfehlen, bezüglich welcher auf das im §. 42 beschriebene Instrument verwiesen wird. Ganz zu verwerfen sind die Vorrichtungen mit einer Schraube ohne Ende, wobei letztere, an der Alhidade angebracht, in ein am Rande des Kreises JK eingeschnittenes Gewinde eingreift und gewöhnlich mittelst eines Excenters eingedrückt und ausgelöst wird. Ein vertical wirkender Druck auf die Alhidade ist hiebei unvermeidlich und auch eine solide Feststellung der Alhidade auf die Dauer nicht zu erreichen, weil Schraube und Gewinde einer raschen Abnützung unterliegen.

Mit der Alhidade ist das Fernrohr AB sammt der Libelle L verbunden. Ein an der Seite des Objectives befindlicher Träger umgreift die Alhidade mit seinem gabelförmigen unteren Ende, in welchem zwei Schrauben c (die zweite rückwärts befindliche ist in der Figur nicht sichtbar) festsitzen, welche mit Spitzen in die Alhidade bei D eingreifen, wodurch eine Drehung des Fernrohres sammt der Libelle in verticaler Ebene um die horizontale durch die beiden Schraubenspitzen gebildete Axe ermöglicht ist.

Ein ähnlicher an der Ocularseite befindlicher Träger endet nach abwärts gleichfalls in eine Gabel, in welcher das Ende *C* der Alhidade gleitet. Die Verbindung zwischen dieser und dem Fernrohre ist hier durch die Elevations-schraube hergestellt; ihr oberes Ende ist mit dem Fernrohre verbunden, das untere tritt in die Mutter *G*; eine um die Schraube zwischen Fernrohr und Alhidade eingelegte Schraubenfeder hält beide auseinander und dient zur Beseitigung des todten Ganges der Schraube. Zwei ineinander gesteckte Messingrohre *r*, *r* umgeben Schraube sammt Feder, um erstere vor Staub zu schützen *).

Die Verbindung der Libelle mit dem Fernrohre ist aus der Figur ersichtlich; an dem einen Ende der Libelle befindet sich die Correctionsschraube *d*, mittelst welcher die Neigung der Libelle gegen das Fernrohr geändert werden kann. Das Getriebe *R* dient zur Verschiebung des Ocularrohres, um das Fadenkreuz in die Ebene des Bildes zu bringen. Das Ocular *a* kann in dem Ocularrohre etwas hinein- oder herausgeschraubt werden, um das Fadenkreuz vollkommen deutlich zu sehen. Das Instrument wird mit der Hülse *H* auf ein Zapfenstativ gesteckt und mittelst der Flügelschraube *y* festgeklemmt.

23. Die schon im vorhergehenden §. erwähnte Elevations-schraube, mittelst welcher dem Fernrohre gemeinschaftlich mit der Libelle eine feine Verticalbewegung ertheilt werden kann, gehört zu den wesentlichsten Bestandtheilen eines jeden wie immer construirten Nivellir-Instrumentes. Diese Schraube ist bei den verschiedenen in diesem Buche vorgestellten Instrumenten immer mit *G* bezeichnet. Sie dient zugleich, um die Libelle zur Umdrehungsebene der Alhidade parallel zu stellen. In Bezug auf den Gebrauch dieser Schraube gibt es eine zweifache Praxis. Bei

*) In Fig. 17 und mehreren anderen Abbildungen von Nivellir-Instrumenten ist mit der Mutter der Elevations-schraube eine getheilte Trommel *T* verbunden, welche jedoch keinen wesentlichen Bestandtheil der Elevations-schraube als solcher bildet. Ueber die Anwendung derselben handelt der sechste Abschnitt.

mehreren, besonders englischen Instrumenten, ist diese Schraube mit keinem ränderirten Kopfe versehen, sondern sie dient blos zur Parallelstellung der Libelle mit der Umdrehungsebene; ist diese Correction einmal gemacht, so bleibt die Schraube, wie jede andere Correctionsschraube, gänzlich unberührt. Die Praxis des Nivellirens besteht in diesem Falle darin, dass das Instrument mittelst der Stellschrauben gerade so wie der Messtisch oder Theodolit horizontal gestellt wird und hiernach die beliebigen Visuren für das Nivellement vorgenommen werden. Im zweiten Falle ist die Schraube mit einem ränderirten Kopfe versehen und kann beliebig verstellt werden. Das Verfahren ist dann folgendes. An dieser Schraube befindet sich eine Marke, auf welcher sie stehen muss, wenn die Libelle mit der Umdrehungsebene parallel ist. Nachdem das Instrument aufgestellt worden, wird die Schraube zuerst auf die erwähnte Marke gestellt und hierauf die Horizontalstellung des Instrumentes mittelst der Stellschrauben vorgenommen. Diese braucht jedoch keineswegs genau, sondern nur so weit richtig zu sein, damit der Horizontalfaden im Fernrohre hinreichend genau horizontal wird. Hierauf hat es aber nicht den geringsten Einfluss, wenn die Blase der Libelle auch um mehrere Theilstriche ausweicht. Ja diese Horizontalstellung ist eigentlich nur in der auf der Visur senkrechten Richtung nöthig. Die scharfe Horizontalstellung jeder einzelnen Visur wird, sobald sie auf die Latte eingerichtet ist, mit der Elevationsschraube hergestellt. Beim Vor- und Rückwärtsdrehen der Elevationsschraube soll nicht der geringste todte Gang entstehen, was durch eine gehörig angebrachte Feder bewirkt wird.

Die erstere Praxis hat so wesentliche Nachtheile gegen die zweite, dass wir uns nachdrücklich gegen dieselbe erklären müssen. Die Stellschrauben haben meistens ein grobes Gewinde, weshalb die gehörig scharfe Horizontalstellung sehr schwierig, bei einer empfindlicheren Libelle fast unmöglich, wenigstens sehr zeitraubend ist. Beim Nivelliren ist ja die genaue Horizontalität der ganzen Drehungsebene nicht nöthig, sondern es wird nur verlangt, dass die jedesmalige Visur scharf horizontal sei. Jeder Sach-

kundige weiss, wie leicht sich eine gehörig empfindliche Libelle durch den Luftzug, durch die Einwirkung der Temperatur, durch das Herumtreten auf einem elastischen Boden etc. verstellt. Befindet sich dann keine Stellschraube in der Richtung der Visur, so kann man auch den Fehler nicht gehörig verbessern, ausser man nivellirt die ganze Drehungsebene neuerdings, worauf abermals derselbe Uebelstand eintreten kann. Praktiker, welche auf diese Art ohne Elevationsschraube arbeiten, bekümmern sich auch gewöhnlich nicht um diese kleinen Abweichungen, und die nothwendige Folge davon ist eine minder gute Arbeit. Mittelst der Elevationsschraube hingegen lässt sich die Visur in jeder beliebigen Richtung und in dem verlangten Augenblicke genau horizontal stellen, und somit von der Einwirkung des Luftzuges, der Elasticität des Bodens etc. befreien.

24. Die Nivellir-Instrumente mit Fernrohr zerfallen in zwei Classen, nämlich in solche, bei denen das Fernrohr mit der Alhidade und Libelle in fester Verbindung steht, und in jene, wobei das Rohr sich abnehmen und in umgekehrter Lage wieder einlegen lässt. Wir betrachten zuerst die Instrumente mit festem Fernrohr. Sie werden in sehr verschiedener Form gebaut; eine der einfacheren dürfte die in §. 22 (Fig. 17) beschriebene sein, wie solche nach meiner Angabe in der Institutswerkstätte in verschiedenen Grössen verfertigt werden. Die Libelle befindet sich bei dieser Art von Instrumenten über, unter oder auch neben dem Fernrohre, jedoch immer in einer möglichst unveränderlichen Verbindung mit demselben.

Rectification der Nivellir-Instrumente mit fest verbundenem Fernrohre.

25. Das Instrument, oder eigentlich seine Umdrehungsebene, horizontal zu stellen. Bevor sich diese Horizontalstellung überhaupt bewirken lässt, muss die Libelle parallel zur Umdrehungsebene der Alhidade gestellt werden. Zu diesem Zwecke bringe man die Libelle in die Richtung einer

Stellschraube s , und stelle die Blase mittelst dieser Schraube in die Mitte*). Hierauf drehe man die Alhidade um 180° ; spielt jetzt die Libelle nicht ein, so verbessere man die Abweichung zur Hälfte mit der Stellschraube s , die andere Hälfte aber mit der Elevationsschraube G , und wiederhole dieses Verfahren, bis die Libelle in beiden Lagen gehörig einspielt. Es ist gut, die Eintheilung des Horizontalkreises zu Hilfe zu nehmen, um die Umdrehung genauer auf 180° zu bewirken.

Die Horizontalstellung des Instrumentes geschieht nun auf bekannte Weise. Man stellt nämlich die Alhidade in die Richtung einer Stellschraube und bringt mit dieser die Blase in die Mitte; dreht hierauf die Alhidade um 90° in die Richtung der anderen Stellschraube und stellt mit letzterer die Libelle gleichfalls ein, welches Verfahren bis zu einem verlangten Grade der Genauigkeit wiederholt werden kann*). Hat das Instrument nur drei Stellschrauben, so stellt man die Alhidade zuerst mit zweien derselben parallel und bringt durch Bewegung dieser Schrauben, wobei begreiflich die Centralschraube z (Fig. 12), wenn keine Feder eingelegt ist, geöffnet sein muss, die Libelle zum Einspielen. Hierauf wird die Alhidade um 90° gedreht, wodurch sie in die Richtung der dritten Stellschraube zu stehen kommt, und mit dieser die Blase wieder in die Mitte gebracht. Auch hier wird man das Verfahren bis zur gewünschten Genauigkeit wiederholen und, sobald diese erreicht ist, die Centralschraube z wieder anziehen. Durch dieses Anziehen der Schraube z soll sich die Libelle nicht verstellen.

Es wird ein für allemal erinnert, dass diese Horizontalstellung nur näherungsweise nöthig ist, damit der Horizontalfaden im Fernrohre hinreichend nahe die horizontale Lage erhält; auf die letztere hat es aber nicht den geringsten Einfluss, wenn die Li-

*) Sind am Instrumente vier Stellschrauben vorhanden (§. 21. Fig. 15, oder §. 28, Fig. 19 und 20), so bringt man die Libelle in die Richtung zweier gegenüberliegender Schrauben, und verfährt wie oben, wobei selbstverständlich die zwei gegenüberliegenden Schrauben gleichzeitig und in entgegengesetztem Sinne gedreht werden müssen.

belle auch noch um einige Theilstriche ausweicht. Die ganz scharfe Horizontalstellung wird für jede einzelne Visur (wie schon §. 23 bemerkt) mittelst der Elevationsschraube *G* hergestellt.

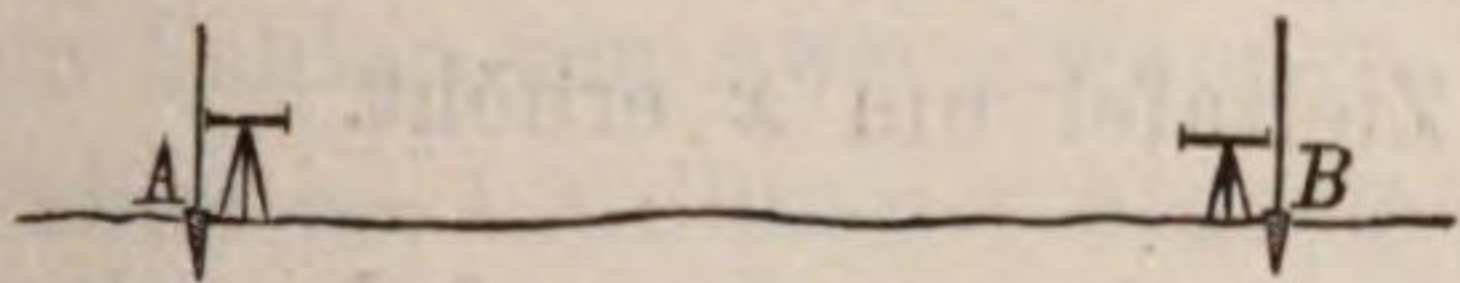
26. Berichtigung des Fadenkreuzes. Auf welche Weise Bild und Fadenkreuz in einerlei Ebene und zur besten Deutlichkeit gebracht werden, ist schon oben §. 19 erklärt worden, und muss begreiflich schon geschehen sein, bevor man ein Object scharf anvisiren (pointiren) kann. Die Zieltafel wird beim Niveliren mit dem Horizontalfaden geschnitten, daher dieser auch hinreichend genau horizontal sein soll, was auf folgende Art geprüft wird.

Nachdem das Instrument nach §. 25 horizontal gestellt worden, visire man auf einen entfernten Gegenstand und stelle diesen mit der Schraube *G* auf den Horizontalfaden scharf ein. Nun führe man die Alhidade etwas hin und her; bleibt bei dieser Bewegung der anvisirte Punct auf dem Faden, ohne ihn zu verlassen, so ist derselbe horizontal, wo nicht, so kann der Fehler bei unseren Instrumenten dieser Gattung auf folgende Weise weggeschafft werden. Das Schräubchen *t* (Fig. 17) geht durch einen auf die Axe senkrechten Schlitz des Ocularrohres und hat sein Gewinde in der Fadenplatte; diese kann daher bei gelüftetem Schräubchen etwas gedreht und, sobald der Faden in die richtige Stellung gebracht ist, durch Anziehen des Schräubchens wieder festgestellt werden. Der Zweck dieser Horizontalstellung des Fadens ist, um die Zieltafel, wie schon erwähnt, auch etwas seitwärts vom Verticalfaden schneiden zu können, was nicht nur die Arbeit beschleunigt, da man das Bild nicht genau auf den Verticalfaden, sondern nur in dessen Nähe zu bringen hat, sondern auch eine schärfere Pointirung zulässt, weil der durch den Zielpunct gehende Verticalfaden die Beurtheilung erschwert, ob derselbe wohl möglichst genau durch den Horizontalfaden geschnitten sei. Die Einrichtung zur Horizontalstellung des Fadens ist indessen bei verschiedenen Künstlern verschieden, auch ist eine solche bei Instrumenten von geringer Güte oft gar nicht vor-

handen, und der Faden vom Künstler schon so angebracht, dass er bei horizontal gestelltem Instrumente wenigstens nahe horizontal ist.

27. Die optische Axe des Fernrohres mit der Libelle parallel zu stellen. Diese Rectification ist die wesentlichste und wird, nachdem das Fadenkreuz nach §. 19 und 26 gehörig gestellt worden, auf folgende Weise vorgenommen. Man stelle das Instrument in *A* (Fig. 18) und die Latte in *B* auf. Die Entfernung *AB* richtet sich nach der Güte des Instrumentes;

Fig. 18.



bei einem Diopter wird man nicht über 30 bis 40 Meter gehen, während man bei einem guten Fernrohre 100 bis 200 und mehr Meter nehmen kann. In *A* und *B* müssen gehörig feste Punkte vorhanden sein, am besten in die Erde geschlagene Pflöcke, deren Köpfe horizontal abgeschnitten sind, um von diesen aus die Höhen möglichst genau messen zu können. Hat das Instrument einen festen Stand erhalten und ist es nach §. 25 horizontal gestellt, so richte man die Visur gegen *B*, bringe die Libelle mit der Schraube *G* scharf zum Einspielen und nehme die Visirhöhe an der Latte. Der grösseren Genauigkeit wegen kann man die Visur nach der Latte mehrmals wiederholen und das Mittel nehmen, wobei man jedesmal die Libelle etwas verstellt und wieder scharf zum Einspielen bringt, um einen constanten Fehler in ihrer Stellung zu vermeiden. Nun wird noch die Höhe des Instrumentes bis zur Axe des Fernrohres gemessen; am bequemsten nimmt man diese vom Kopfe des Pflöckes bis zur Mitte der Ocularöffnung, daher man schon bei der Aufstellung des Instrumentes dafür sorgen muss, dass die Ocularöffnung senkrecht über den Pflöck zu stehen kommt.

Sei die Lattenhöhe = l , Instrumenthöhe = J und f die Reduction auf den wahren Horizont (§. 5); ferner gehe die Visur an der Latte um x zu hoch, so ist die wahre Lattenhöhe = $l - x - f$ und das Gefälle von *A* bis *B* = $l - J - f - x$.

(§. 3.) Nun stelle man das Instrument in B , die Latte in A auf, und verfare ganz wie vorhin. Sind jetzt die gemessenen Höhen an der Latte und am Instrumente l' , J' , so ist das Gefälle von B nach $A = l' - J' - f - x$, da x und f unverändert bleiben. Die Summe beider Gefälle ist aber $= 0$, mithin

$$l + l' - J - J' - 2f - 2x = 0, \text{ woraus}$$

$$x = \frac{1}{2} (l + l') - \frac{1}{2} (J + J') - f.$$

Ist das Instrument fehlerfrei, so muss $x = 0$ werden; erhält man für x einen positiven Werth, so geht die Visur um x zu hoch, stellt man daher die Zieltafel in A um das Maass x tiefer, so wird sie im scheinbaren Horizont des in B befindlichen Fernrohres stehen. Bei negativem x wird die Zieltafel um x erhöht.

Die Verbesserung am Instrumente kann nun auf doppelte Art geschehen, indem man entweder die Libelle zur optischen Axe, oder diese zur Libelle parallel stellt. Im ersten gewöhnlicheren Falle ist die Libelle mit der Correctionsschraube d (Fig. 17) versehen, mittelst welcher die Neigung derselben gegen die horizontale Umdrehungsaxe geändert werden kann; man stellt die Visur mittelst der Elevationsschraube G genau auf die berichtigte Zieltafel ein, wodurch der Visirstrahl horizontal wird, und bringt hierauf die Libelle mit ihrer Correctionsschraube d (Fig. 17) zum scharfen Einspielen. Hat man es dahin gebracht, dass bei scharf einstehender Libelle der Horizontalfaden die Zieltafel genau schneidet, so ist die Visur mit der Libelle (eigentlich mit der Tangente durch den Spielpunct der Libelle) parallel, mithin jedesmal horizontal, wenn die Blase auf ihrem Spielpuncte steht. Im zweiten Falle ist nicht die Libelle, sondern das Fadenkreuz zum Verstellen eingerichtet, mittelst zweier Schraubchen $\alpha \alpha'$ (Fig. 10 und 11, §. 19), welche auf die verschiebbare Fadenplatte wirken. In diesem Falle wird die Verbesserung erhalten, indem man bei genau einspielender Libelle das Fadenkreuz mittelst der Schraubchen α, α' hebt oder senkt, bis die Visur die Zieltafel gehörig trifft. Es wird nämlich das eine Schraubchen zuerst etwas gelüftet und dann das entgegen-

gesetzte nachgeschraubt, bis man fühlt, dass es gehörig ansitzt. Man muss sorgfältig darauf achten, dass die Schraubchen nach vollendeter Correction gehörig festsitzen, weil sonst die Fadenplatte locker sein könnte, darf aber auch nicht übertriebene Kraft anwenden, wodurch dieselbe verbogen oder das feine Gewinde der Schraubchen leiden würde.

Beim Abmessen der Latten- und Instrumenthöhen muss man das Maass mit grösster Schärfe nehmen, und zwar um so schärfer, je näher die Punkte *A* und *B* sind. Deshalb ist es gut, die Distanz gross zu nehmen. Bei einer Entfernung von 100 Meter entsteht im Parallelismus der optischen Axe zur Libelle schon ein Fehler von zwei Secunden, wenn in den Maassen *J* oder *l* ein Fehler = 1 Millimeter begangen worden. Andere Methoden, diese wichtige Prüfung vorzunehmen, können füglich übergangen werden, da die eben erklärte nicht nur auf alle Arten von Instrumenten gleich anwendbar ist, sondern sich auch durch Einfachheit und Genauigkeit vorzugsweise empfiehlt.

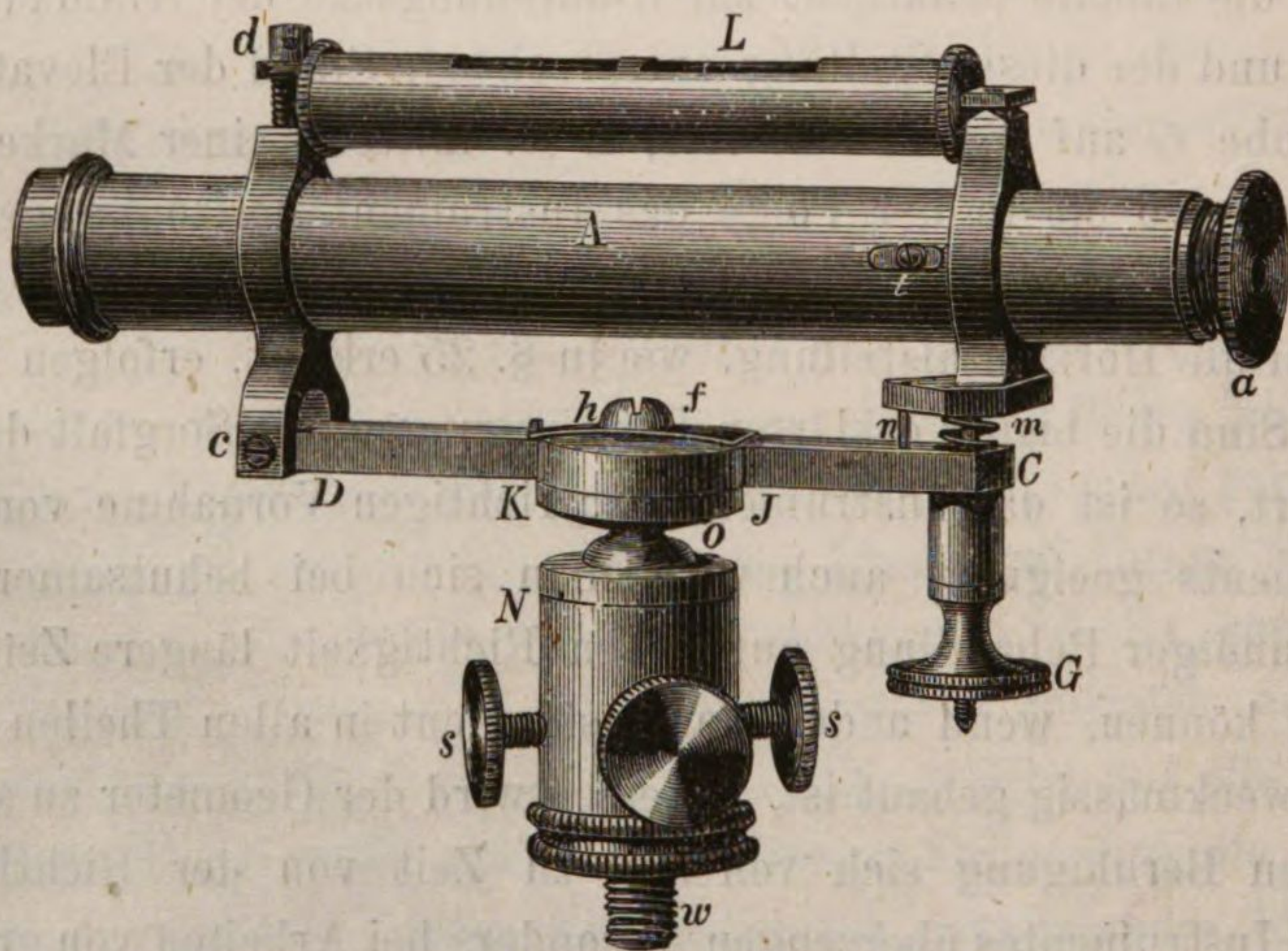
Nach Vollendung dieser Rectification wird nochmals nach §. 25 die Libelle senkrecht zur Umdrehungsaxe der Alhidade gestellt und der dieser Stellung entsprechende Stand der Elevationschraube *G* auf irgend eine Art, z. B. mittelst einer Marke, bezeichnet. So oft in der Folge das Instrument horizontal gestellt werden soll, wird die Schraube *G* zuerst auf diese Marke gestellt, worauf die Horizontalstellung, wie in §. 25 erklärt, erfolgen kann.

Sind die bisher erklärten Berichtigungen mit Sorgfalt durchgeführt, so ist das Instrument zur richtigen Vornahme von Nivellements geeignet; auch wird man sich bei behutsamer und sachkundiger Behandlung auf dessen Richtigkeit längere Zeit verlassen können, wenn anders das Instrument in allen Theilen solid und zweckmässig gebaut ist. Indessen wird der Geometer zu seiner eigenen Beruhigung sich von Zeit zu Zeit von der Richtigkeit seines Instrumentes überzeugen, besonders bei Arbeiten von grosser Wichtigkeit und Ausdehnung. Eine Störung der Rectification kann durch eine heftige Erschütterung, durch einen längeren Transport u. dgl. erfolgen, besonders auch, wenn das Instrument von der

Sonne beschienen wird, wodurch eine ungleiche Ausdehnung seiner Theile entsteht, da die Erwärmung nie an allen Stellen gleich sein kann. Es ist daher unerlässlich, die Instrumente gegen die Einwirkung der Sonnenstrahlen zu verwahren, wenn man eine ihrer Güte entsprechende genaue Arbeit erhalten will. In Bezug auf einen bisher wenig oder gar nicht beachteten Fehler, welcher entsteht, wenn die Bewegung des Ocularrohres zur optischen Axe nicht parallel ist, verweisen wir auf §. 39.

28. Taschen - Nivellir-Instrument mit Fernrohr.
Die Nivellir-Instrumente mit festem Fernrohre werden in verschiedenen Grössen angefertigt, und wir wollen im Folgenden nur noch eine Gattung kleinerer Instrumente dieser Art beschreiben, wie solche zuerst in der astronomischen Werkstätte des polytechnischen Institutes nach meiner Angabe ausgeführt wurden, welche sowohl wegen ihrer Bequemlichkeit, als auch ihrer im Verhältniss zur Grösse vorzüglichen Leistungsfähigkeit den Beifall der Sachkenner

Fig. 19.



erhielten. In Fig. 19 ist das Instrument in halber Grösse so deutlich dargestellt, dass der Zweck und die Wirkung der einzelnen Theile ohne weitläufige Erklärung klar ist. Das Fernrohr dreht

sich in verticaler Ebene mittelst der Elevationsschraube G um die Spitzen zweier Schrauben c , welche in die Alhidade CD eingreifen. Letztere ist um einen mit der kreisförmigen Platte JK verbundenen conischen Zapfen drehbar. Durch eine zwischen der Schraube h und der Alhidade CD eingelegte Feder f werden die Platten CD und JK in Berührung erhalten. Eine mit der Platte JK fest verbundene Nuss o , welche in dem oberen Theile des cylindrischen Körpers N ihr Lager hat, endigt nach unten in einen vierkantigen Zapfen, auf welchen die vier Stellschrauben s wirken, mit welchen die Horizontalstellung bewerkstelliget wird. Mittelst der Schraube w wird das Instrument mit dem Stative verbunden, auf dessen Zapfen zu diesem Zwecke eine Metallplatte mit dem Gewindloche befestiget ist. m ist eine Schraubenfeder zur Beseitigung des todten Ganges der Elevationsschraube. Das Ocular a (ein astronomisches Ocular zweiter Art) lässt sich in dem Ocularrohre etwas hinein- oder herausschrauben und dadurch für verschiedene Augen so stellen, dass die Fäden deutlich erscheinen. Eine mit dem Ocularrohre verbundene Schraube t bewegt sich in einem länglichen Schlitz des Objectivrohres A und verhindert die Drehung des Ocularrohres, wenn das Ocular a des deutlichen Sehens wegen vor- oder rückwärts bewegt wird.

Bezüglich der Horizontalstellung und Rectification des Instrumentes gilt das in den §§. 25 — 27 Gesagte, und wir fügen nur noch Folgendes hinzu. Zur Horizontalstellung des einen Fadens dient das Schraubchen t , dessen Kopf in einem zur Axe parallelen Schlitz des Objectivrohres A sich bewegt, um, wie schon oben bemerkt, die Geradföhrung des Oculars zu vermitteln. Diese Schraube geht durch einen auf die Axe senkrechten Schlitz im Ocularrohre, welcher nicht breiter ist als der Hals der Schraube und hat ihre Mutter in einem etwa vier Linien breiten Messingringe im Ocularrohre, welcher nach aussen federt und dahefleissig im Ocularrohre passt. Wird die Schraube t gelüftet, so kann das Ocularrohr um seine Axe gedreht und der Faden auf die im §. 26 beschriebene Weise horizontal gestellt werden. Sodann wird die Schraube angezogen, bis der Kopf auf der äusseren

Wand des Ocularrohres festsetzt. Ein Stift n dient zur Markirung jener Stellung der Elevationsschraube G , bei welcher die Libelle parallel zur Umdrehungsebene oder senkrecht zur Umdrehungsaxe der Alhidade steht. Wird die Schraube G so gestellt, dass man zwischen diesem Stifte und der Platte CD gerade nicht mehr durchsieht und zugleich ein auf der Mutter der Elevationsschraube angebrachter Punct in der Verlängerung des Instrumentes steht, so ist die Libelle senkrecht zur Umdrehungsaxe und die Horizontalstellung des Instrumentes kann mittelst der Schrauben s auf bekannte Weise (§. 25) erfolgen.

Das Objectiv hat 17.5 Millimeter freie Oeffnung und 132 Millimeter Brennweite. Die Länge des Fernrohres beträgt 165 Millimeter, die Vergrößerung ist eine zehnmalige. Wie man von selbst sieht, findet dasselbe vorzüglich auf Reisen, bei Detail-Nivellements, bei Querprofilen u. s. w., wo die Stationen nicht zu lang sind, zweckmässige Anwendung, indem es z. B. bei einer Distanz von 80 bis 100 Meter die Lattenhöhen noch wenigstens auf 0.001 Meter genau gibt.

Fig. 20.

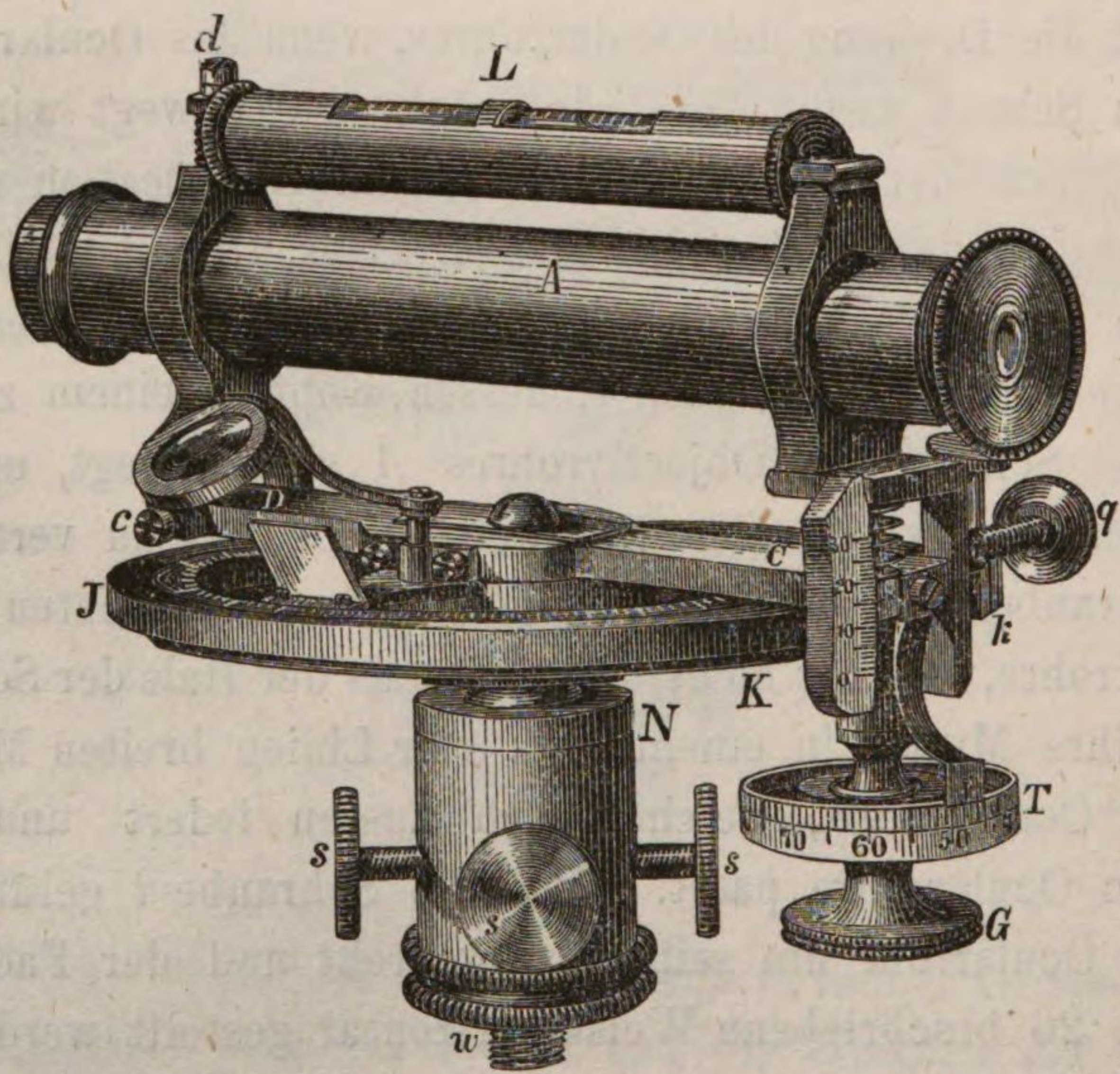


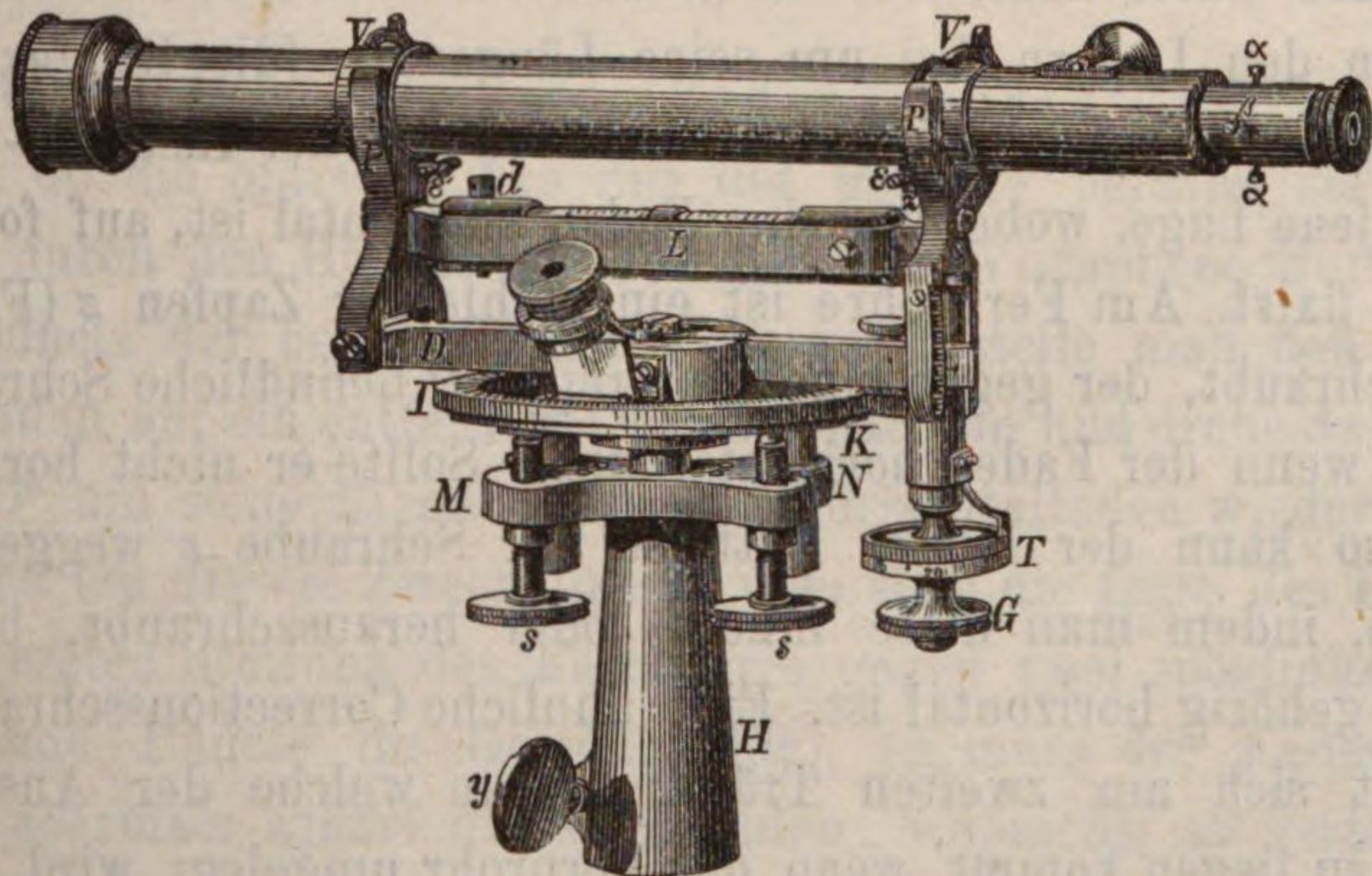
Fig. 20 stellt ein solches Instrument, von gleichen Dimensionen mit dem vorigen, mit einem Horizontalkreise versehen vor,

dessen Nonius einzelne Minuten gibt. Der Stift *n* (Fig. 19) fehlt bei diesem Instrumente, weil diejenige Stellung der Elevations-schraube *G*, bei welcher die Libelle parallel steht zur Umdrehungs-ebene der Alhidade, durch die mit der Elevations-schraube verbundene Theilung angegeben werden kann, deren Gebrauch im sechsten Abschnitte näher erörtert werden wird. Die Vorrichtung zur Klemmung und feinen Bewegung der Alhidade ist dieselbe wie bei dem in §. 22 beschriebenen Instrumente (Fig. 17); dieselben Instrumenttheile sind mit denselben Buchstaben bezeichnet.

Rectification jener Instrumente, bei welchen das Fernrohr zum Umlegen eingerichtet ist.

29. Die vorzüglicheren Nivellir-Instrumente werden gewöhnlich so eingerichtet, dass das Fernrohr abgenommen und in umgekehrter Lage eingelegt werden kann. Der Zweck dieser Anordnung ist, die Parallelstellung der Libelle mit der optischen Axe zu erleichtern und dem Geometer die Mittel an die Hand zu geben, sich jeden Augenblick von der Richtigkeit derselben überzeugen zu können.

Fig. 21.



In Fig. 21 ist ein Instrument dieser Art in $\frac{1}{5}$ der natürlichen Grösse dargestellt, wie solche nach meiner Angabe in der

Werkstätte des k. k. polytechnischen Institutes ausgeführt werden. Das Fernrohr von 316 Millimeter Brennweite und 24maliger Vergrößerung liegt mittelst zweier cylindrischer Ringe $V V'$ von genau gleichem Durchmesser in den gabelförmigen Trägern PP' und kann beliebig um seine Längsaxe gedreht werden. Die gerade Linie, welche die Mittelpunkte der beiden Ringe miteinander verbindet, wollen wir die Ringaxe nennen.

Die Libelle kann auf dreierlei Art angebracht sein, nämlich:

1. Sie ist vom Instrumente getrennt und wird mit ihren cylindrisch ausgedrehten Füßen auf die Ringe $V V'$ aufgesetzt, wie dies bei den in den §§. 40, 41 und 42 dargestellten Instrumenten (Fig. 27, 28 und 29) der Fall ist; 2. sie ist mit dem Fernrohre oder 3. mit den Trägern des Fernrohres (Fig. 21) verbunden. Jede dieser Verbindungsarten ist gebräuchlich und wird, je nach persönlicher Ansicht, bald die eine, bald die andere vorgezogen.

Die Horizontalstellung der Umdrehungsebene geschieht hier ganz nach §. 25; man stellt nämlich zuerst die Libelle mittelst der Elevationsschraube G senkrecht zur Umdrehungsaxe der Alhidade, worauf die Horizontalstellung nach bekannter Weise erfolgt.

Ob der Horizontalfaden wirklich horizontal sei, wird auf dieselbe Art untersucht, wie in §. 26 erklärt worden. Weil das Rohr in den Lagern frei um seine Längsaxe (die Ringaxe) sich drehen lässt, so ist bei den Instrumenten aus der Instituts-Werkstätte jene Lage, wobei der Faden horizontal ist, auf folgende Weise fixirt. Am Fernrohre ist ein stählerner Zapfen z (Fig. 21) eingeschraubt, der gegen eine am Träger P befindliche Schraube ϵ stösst, wenn der Faden horizontal steht. Sollte er nicht horizontal sein, so kann der Fehler mittelst der Schraube ϵ weggeschafft werden, indem man diese hinein- oder herausschraubt, bis der Faden gehörig horizontal ist. Eine ähnliche Correctionsschraube ϵ' befindet sich am zweiten Träger P' , an welche der Anschlagzapfen zu liegen kommt, wenn das Fernrohr umgelegt wird. Auch diese Schraube wird so gestellt, dass der Faden horizontal ist, wenn der Zapfen an derselben anliegt. Es gibt übrigens viele In-

strumente dieser Art, bei denen gar keine Einrichtung getroffen ist, mittelst welcher einer der Fäden horizontal gestellt werden kann, und es bleibt nichts übrig, als mit dem Durchschnittspuncte der Fäden die Zieltafel zu pointiren, welche Praxis aber wie schon früher erklärt worden, zeitraubend und zugleich minder genau ist. Noch verwerflicher ist es, den Faden bloß nach dem Augenmasse oder dadurch horizontal zu stellen, dass man den Verticalfaden mit der entfernten Latte parallel stellt und dadurch den Fehler einer nachlässigen schiefen Stellung der Latte auf das Instrument überträgt. Ist hingegen der eine Faden horizontal, so ist der andere (wenigstens sehr nahe) vertical, wodurch man den wichtigen Vortheil erlangt, mittelst des letzteren die gehörig verticale Lage der Latte controliren zu können.

Die Rectification des Instrumentes, d. i. die Parallelstellung der optischen Axe und der Libelle, erfordert zwei Operationen:

a) die Berichtigung des Fadenkreuzes, um die optische Axe mit der Ringaxe parallel zu machen;

b) die Berichtigung der Libelle, um diese, d. i. die Tangente am Spielpuncte, mit der Ringaxe parallel zu stellen.

Sind diese beiden Bedingungen erfüllt, so ist offenbar die Visur bei einspielender Libelle horizontal.

30. Berichtigung des Fadenkreuzes. Um zu untersuchen, ob die optische Axe mit der Ringaxe parallel sei, oder ob die durch den Horizontalfaden gebildete Visurebene durch die Mittelpuncte der beiden Ringe $V V'$ gehe, stelle man den Horizontalfaden auf ein entferntes Object scharf ein und drehe das Rohr um 180° um seine Ringaxe, bis der Horizontalfaden wieder horizontal ist (zu diesem Zwecke merkt man sich die Lage des Fadens bei der ersten Stellung des Fernrohres gegen zwei möglichst weit abstehende Puncte im Gesichtsfelde), so muss der Faden das Object abermals scharf durchschneiden, wo nicht, so verbessert man den Fehler, indem man das Fadenkreuz mittelst der Schraubchen $\alpha \alpha$ um den halben Fehler hinauf- oder herabrückt. Die Fadenplatte ist zu diesem Zwecke beweglich in der Art einge-

richtet, wie dies aus den Figuren 10 und 11, §. 19, ersichtlich ist. Gelingt die Verbesserung nicht mit einem Male, so wird man sie wiederholen, bis man keine Abweichung mehr bemerkt und zugleich die Schraubchen gehörig festsitzen, über deren vorsichtige Behandlung schon im §. 27 gesprochen wurde. Die meisten Geometer vollführen diese Correction so, dass sie den Durchschnittspunct der beiden Fäden in die Axe der Ringe bringen, zu welchem Zwecke noch ein zweites Paar Schraubchen β (das gegenüberliegende ist in Fig 21 nicht sichtbar) angebracht ist. Die Correction muss dann auf die eben erklärte Art abwechselnd mit dem einen und anderen Faden vorgenommen werden, bis der Durchschnittspunct der Fäden auf dem Bilde unbeweglich stehen bleibt, während das Rohr um die Ringaxe gedreht wird. Für die Richtigkeit des Gefälles ist es jedoch nur erforderlich, dass der Horizontalfaden genau mit der Ringaxe zusammenfalle, daher man auch für diesen die Correction mit besonderer Sorgfalt durchführen wird.

31. Berichtigung der Libelle. Diese Rectification, durch welche die Tangente der Libelle am Spielpuncte mit der Ringaxe parallel gestellt wird, ist nach der Art, wie die Libelle angebracht ist, etwas verschieden, daher wir sie für die drei verschiedenen Fälle besonders angeben wollen. Dabei wird als allgemein nothwendige Bedingung vorausgesetzt, dass die beiden Ringe genau gleiche Durchmesser haben.

a) Wenn die Libelle auf die beiden Ringe aufgesetzt wird. Man bringt die Blase durch die Elevationsschraube G oder auch durch die Fusschrauben zum Einspielen und kehrt hierauf die Libelle um. Spielt sie jetzt ein, so ist sie berichtigt, d. h. ihre Füße sind gleich lang, wo nicht, so wird der Fehler zur Hälfte mit der Schraube G verbessert und die Blase wieder auf ihren Spielpunct mittelst der Correctionsschraube d der Libelle (Fig. 27) zurückgebracht, welches Verfahren wiederholt wird, bis die Blase in beiden Lagen genau einspielt. Dadurch wird die Ringaxe horizontal, mithin ist es auch die optische Axe, da die letztere

bereits mit der ersteren parallel gestellt ist. Ist die Libelle einmal berichtigt, so wird in der Folge die Horizontalstellung der Visur ganz einfach erhalten, indem die Libelle aufgesetzt und zum Einspielen gebracht wird; auch kann man sich von ihrer Richtigkeit durch Umkehren jeden Augenblick überzeugen.

Beim Aufsetzen der Libelle mit freier Hand ist nicht zu erwarten, dass sie jedesmal in dieselbe verticale Ebene komme, sondern sie wird bald mehr, bald weniger zur Seite geneigt sein. Soll dadurch kein Fehler entstehen, so muss die Axe der Libellenröhre mit der Ringaxe parallel sein. Deshalb sind an einem Fusse der Libelle zwei Schräubchen $\delta \delta$ (Fig. 27, Seite 78) angebracht, mittelst welcher die Libellenröhre an diesem Ende in horizontaler Richtung etwas bewegt werden kann. Man corrigirt mittelst dieser Schräubchen so lange, bis die Blase ihren Stand nicht mehr ändert, wenn die Libelle aus ihrer verticalen Lage auf den Ringen etwas links oder rechts gedreht wird. Auch hier ist mit Sorgfalt darauf zu achten, dass die Schräubchen nach vollendeter Verbesserung gehörig festsitzen. Endlich kann auch noch durch ungleichen Druck der Libelle auf die Ringe ein Fehler entstehen, der sich leicht auf folgende Art erkennen lässt. Während die Libelle in beiden Lagen genau einspielt, sei das Fernrohr zugleich scharf auf einen entfernten Punct gestellt. Zeigt sich in der Visur für die beiden Lagen der Libelle kein Unterschied, und ebenso wenig, wenn die Libelle ganz weggenommen wird, so ist das Instrument auch in dieser Beziehung fehlerfrei.

b) Wenn die Libelle mit dem Fernrohre verbunden ist.

Man bringt die Libelle mit der Elevationsschraube G oder den Fusschrauben wie gewöhnlich zum Einspielen, kehrt hierauf das Fernrohr so um, dass die Ringe mit den Lagern wechseln, und verbessert, wenn die Blase nicht einspielt, den halben Fehler mit der Schraube G , die andere Hälfte mit der Correctionsschraube d d. h. man bringt die seitwärts gegangene Blase wieder auf ihren Spielpunct zurück und wiederholt den Versuch so lange, bis die Blase in beiden Lagen genau einspielt. Dann ist die Ringaxe,

folglich auch die optische Axe horizontal, wenn diese früher nach §. 30 mit ersterer parallel gestellt worden. Auch hier soll die Axe der Libellenröhre mit der Ringaxe parallel sein, wenn nicht durch einen Anschlagzapfen (§. 29) die bestimmte Lage des Fernrohres sammt der Libelle gegen die Verticallinie fixirt ist. Wie eine diesfällige Berichtigung vorzunehmen, falls sie nöthig, ist gerade vorhin erklärt worden.

c) Wenn die Libelle mit den Trägern des Fernrohres nach Fig. 21 verbunden ist.

Man richtet das Fernrohr bei genau einspielender Libelle auf einen entfernten Gegenstand, am besten auf die Nivellirlatte, und visire die Zieltafel scharf ein. Hierauf lege man das Fernrohr um, so dass das Objectiv gegen den Beobachter zu liegen kommt, drehe die Alhidade um 180^0 , bringe die Libelle mittelst der Elevationsschraube *G* wieder scharf zum Einspielen und sehe nach, ob die Visur den früheren Punct unverändert trifft. Weicht sie ab, so wird der Fehler zur Hälfte mit der Schraube *G* verbessert und, weil dadurch die Blase ihren Ort ändert, letztere mittelst der Correctionsschraube *d* wieder auf ihren Spielpunct gebracht. Man wird den Versuch wiederholen, bis man es dahin bringt, dass die Visur bei genau einstehender Libelle dieselbe Höhe angibt, das Fernrohr mag nach der einen oder anderen Richtung in die Lager eingelegt sein. Die Begründung dieses Verfahrens geht aus dem im Eingange des folgenden Paragraphen Gesagten hervor.

Bevor das Instrument horizontal gestellt werden kann (§. 25), muss die Libelle senkrecht zur Umdrehungsaxe der Alhidade gestellt werden, womit ein bestimmter Stand der Elevationsschraube correspondirt. Um diesen zu finden, stelle man, nach Vollendung aller Berichtigungen, nach Vorschrift des §. 25, die Libelle senkrecht zur Umdrehungsaxe der Alhidade und markire die erhaltene Stellung der Schraube *G*. So oft man in der Folge diese Schraube auf die Marke stellt, ist die Libelle senkrecht zur erwähnten Umdrehungsaxe und die Horizontalstellung kann unmittelbar erfolgen,

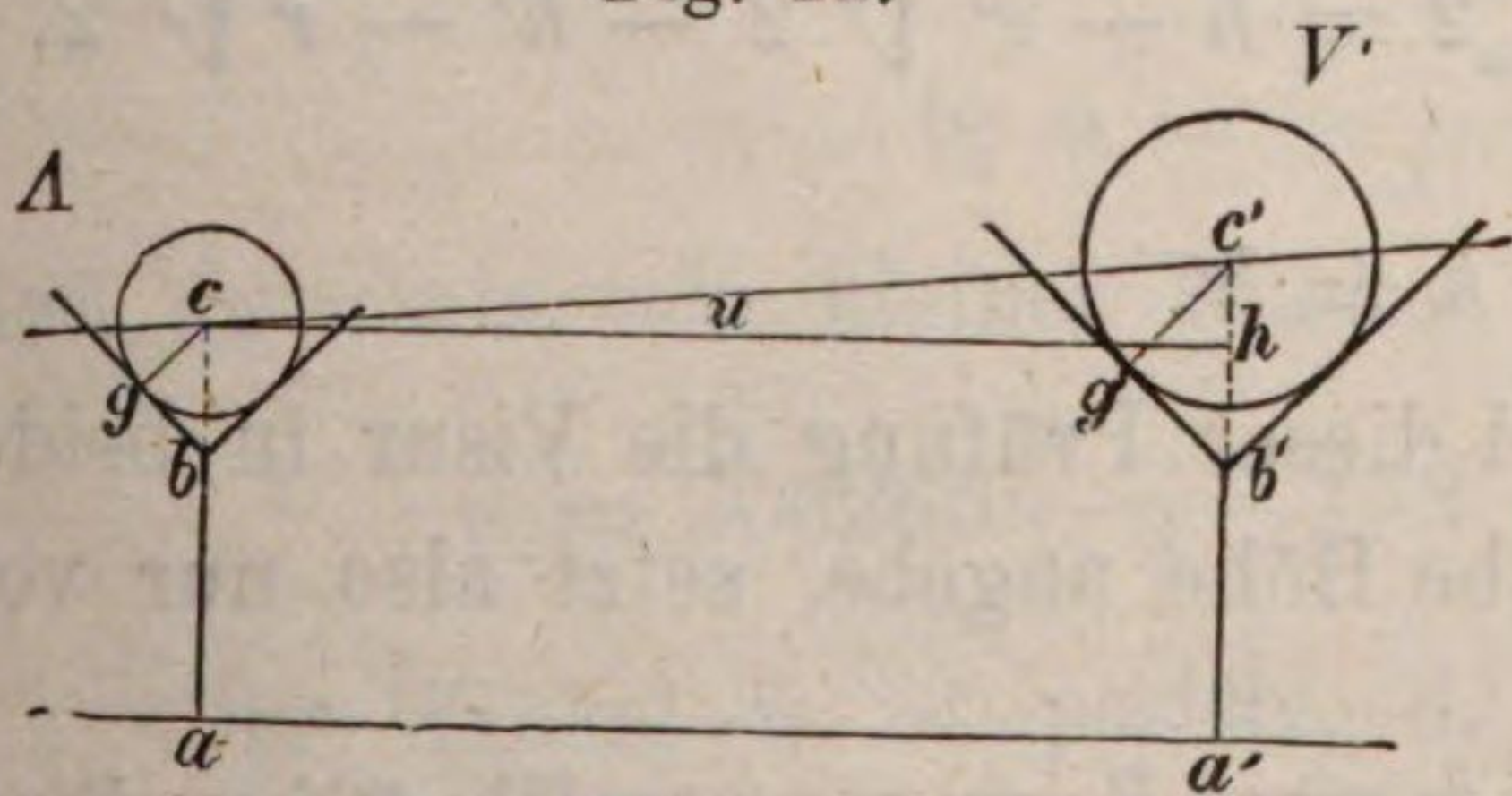
welche, wie schon erinnert worden, ohnehin nur genähert zu sein braucht.

Es wird kaum nöthig sein zu erinnern, dass die Corrections-schraubchen α, β vor jedem Drucke, wodurch eine zufällige Verrückung des Fadenkreuzes entstehen könnte, sorgfältig verwahrt werden müssen, wenn das Instrument fehlerfrei bleiben soll. Deshalb ist auch die Einrichtung (§. 19), wobei das Fadenkreuz mittelst dieser Schraubchen vor- und rückwärts gerückt wird, um selbes in die deutlichste Gesichtweite zu bringen, unzweckmässig, weil durch öftere solche Verrückungen die Rectification der optischen Axe gestört werden kann. Ein gutes Instrument, einmal genau berichtigt, wird sich längere Zeit in diesem Zustande erhalten, wenn es mit Schonung und Sachkenntniss behandelt wird. Um sich in der Folge von seiner Richtigkeit zu überzeugen, genügt es, die Prüfung nach §. 30 und 31 nachzusehen.

32. Einfluss einer Ungleichheit der Ringdurchmesser. Die in §. 31 erklärten Berichtigungen setzen, wie schon bemerkt, in allen Fällen voraus, dass die Ringe des Fernrohres genau gleiche Halbmesser haben; sind diese verschieden, so ist die Ringaxe, mithin auch die damit parallele optische Axe nicht horizontal, ungeachtet die Libelle in beiden Lagen genau einspielt und die Visur denselben entfernten Punct trifft.

Um dies zunächst für den letzten Fall, wenn nämlich die Libelle mit den Trägern des Fernrohres verbunden ist, nachzu-

Fig. 22.



weisen, seien (Fig. 22) $a a'$ die durch den Spielpunct der Libelle gehende Horizontale, ab und $a'b'$ die beiden Träger, in welchen das Fernrohr mit seinen (in der Figur in die Ebene des Papierees umgelegten) Ringen $V V'$ ruht*); cc' die Ringaxe,

*) Die Ringe ruhen in den Trägern auf zwei kurzen vorspringenden Segmenten, welche nach dem Halbmesser der Ringe ausgedreht sind und

mit welcher die optische Axe zusammenfällt, sobald das Fadenkreuz nach §. 30 berichtigt ist; die Ocularseite befinde sich bei c . Zieht man ch parallel mit aa' , so ist $c'ch = u$ der Winkel, welchen die Visur bei einspielender Libelle mit dem Horizonte bildet, und man hat:

$$\operatorname{tg} u = \frac{c'h}{ch} = \frac{a'c' - ac}{ch}.$$

Setzt man die Halbmesser der Ringe $cg = r$, $c'g' = r'$, die halben Lagerwinkel $gbc = g'b'c' = \lambda$ (sie können immer als gleich angenommen werden), so wird $cb = \frac{r}{\sin \lambda}$, $c'b' = \frac{r'}{\sin \lambda}$, oder, wenn man $\lambda = 45^\circ$ setzt, wie dies meistens der Fall ist, $cb = r\sqrt{2}$, $c'b' = r'\sqrt{2}$. Bezeichnet man endlich die Höhe der Träger ab , $a'b'$ mit h, h' , ihren Abstand $ch = aa'$ mit d , so wird $ac = h + r\sqrt{2}$, $a'c' = h' + r'\sqrt{2}$, und

$$\operatorname{tg} u = \frac{h' + r'\sqrt{2} - h - r\sqrt{2}}{d} \dots (1).$$

Wird nun die Prüfung nach §. 31 c) vorgenommen, so wird das Fernrohr umgelegt und die Alhidade um 180° gedreht, wodurch der Träger $ab = h$ nach vorne gegen das Object zu liegen kommt und der Ring V' mit ab zusammentrifft. Ist jetzt der Winkel der Visur mit dem Horizonte $= u'$, so hat man:

$$\operatorname{tg} u' = \frac{h + r'\sqrt{2} - h' - r\sqrt{2}}{d}.$$

Die Visur wird nach demselben Punkte (in Bezug auf die Höhe) gehen, wenn $u = u'$ ist, d. i. wenn:

$$h' + r'\sqrt{2} - h - r\sqrt{2} = h + r'\sqrt{2} - h' - r\sqrt{2},$$

woraus folgt:

$$h = h'.$$

Die Bedingung, dass bei dieser Prüfung die Visur in beiden Lagen des Fernrohres dieselbe Höhe angebe, setzt also nur vor-

deren Halbirungspunkte gewöhnlich einen Bogen von ungefähr 90° am Ringe umfassen. Man kann dann für die vorliegende Betrachtung das Lager des Ringes aus zwei Ebenen gebildet annehmen, welche den Ring an den erwähnten Halbirungspunkten berühren, wie dies durch die Figur dargestellt wird.

aus, dass die Lager des Rohres gleich hoch seien, r und r' können was immer für Werthe haben; denn da sie aus obiger Gleichung verschwinden, so haben sie auf die Bedingung, welche dieser Gleichung zu Grunde liegt, keinen Einfluss. Hat man nun das Instrument nach der oben angegebenen Art berichtigt, so hat man blos $ab = a'b'$, d. h. die Höhe der Träger gleich gemacht. Damit aber die optische Axe cc' mit aa' parallel, mithin horizontal sei, d. i. damit der Winkel $u = 0$ werde, wird zugleich erfordert, dass $r = r'$, d. h. die Ringhalbmesser einander gleich seien.

Im ersteren Falle, wo die Libelle auf die Ringe aufgesetzt wird, ist die Sache für sich klar; denn spielt die Blase in beiden Lagen ein, so sind die Füße der Libelle gleich lang, folglich wird die Axe der Ringe nur dann horizontal sein, wenn diese gleiche Halbmesser haben. Im zweiten Falle, wenn nämlich die Libelle mit dem Fernrohre verbunden ist und mit diesem zugleich umgelegt wird, verhält es sich eben so. Hier bilden die Ringe gleichsam die Füße der Libelle, und durch das Einspielen der Blase in beiden Lagen wird abermals bewirkt, dass die Libellenfüsse gleich lang werden, mithin müssen auch hier die Ringhalbmesser gleich sein, wenn die Ringaxe horizontal sein soll.

Ist daher das Instrument nach den Vorschriften der zwei vorhergehenden Paragraphe rectificirt, wodurch $h = h'$ geworden, so hat man, wenn die Ringdurchmesser ungleich sind, für den Winkel u , welchen die Ringaxe mit dem Horizonte bildet wenn die Libelle in beiden Lagen genau einspielt, vermöge der Gl. (1):

$$\operatorname{tg} u = \frac{r' - r}{d} \sqrt{2},$$

oder, da u ein sehr kleiner Winkel ist:

$$u = 206265 \frac{r' - r}{d} \sqrt{2} \text{ Secunden} \dots (2).$$

Der Winkel u ist positiv, d. i. die Visur geht zu hoch, wenn $r' > r$, d. i. wenn der Ring auf der Objectivseite der grössere ist. Die Gleichung gilt übrigens für alle drei Verbindungsarten der Libelle mit dem Instrumente, nur mit dem Unterschiede, dass im ersten Falle, wenn die Libelle zum Aufsetzen

eingerrichtet ist, das Zeichen des zweiten Theiles sich ändert, d. i. die Visur zu tief geht, wenn der Objectivring der grössere.

Bei unseren Instrumenten ist $d = 160$ Millimeter; ist dann z. B. $r' - r = 0.002$ Millimeter, so wird $u = 3''.6$ ein Fehler, der die Leistungsfähigkeit eines guten Nivellir-Instrumentes bedeutend übertrifft. Man sieht also, wie ungemein genau die Ringdurchmesser einander gleich sein müssen. Wenn auch das Instrument in dieser Hinsicht fehlerfrei aus der Hand des Künstlers kommt, so kann doch eine so geringe Differenz der Ringdurchmesser leicht durch Abnützung oder minder vorsichtige Behandlung entstehen, daher es nothwendig wird, sich die Ueberzeugung zu verschaffen, ob ein derartiger Fehler vorhanden sei oder nicht, was auf folgende Weise geschehen kann. Nachdem die Berichtigung nach den Vorschriften der §§. 30 und 31 mit aller Sorgfalt vollendet worden, nehme man auch die allgemeine Prüfungsmethode nach §. 27 vor. Wird die dort mit x bezeichnete Grösse $= 0$, so sind die Ringe fehlerfrei, wo nicht, so ist der Unterschied der Ringhalbmesser

$$r' - r = \frac{dx\sqrt{2}}{2D},$$

wo D die Entfernung der Latte und d der Abstand der Ringe. Ein positives x zeigt an, dass bei der 2. und 3. Verbindungsart der Libelle mit dem Instrumente der Ring beim Objective, bei der 1. der Ring auf der Ocularseite der grössere. Z. B. in einer Entfernung von 200 Meter habe man $x = + 6.5$ Millimeter gefunden, so ergibt sich der Halbmesser des vorderen Ringes um 0.00368 Millimeter grösser, beziehungsweise kleiner.

Hat man sich wirklich von dem Dasein eines solchen nicht zu vernachlässigenden Fehlers überzeugt, so gibt es mehrere Wege denselben unschädlich zu machen.

Erste Methode. Man nivellirt ohne Rücksicht auf diesen Fehler und verbessert dann alle einzelnen Visirhöhen gehörig. Ist nämlich für die Distanz $= D$ die Verbesserung $= x$ gefunden, so ist für eine andere Distanz $= D'$ die entsprechende Verbesserung $x = \frac{D'}{D} x$. Zur grösseren Bequemlichkeit wird

man sich eine kleine Tafel für verschiedene Werthe D' construiren. Die Distanzen brauchen hier nur beiläufig bekannt zu sein, weil α' in jedem Falle nur sehr klein wird, mithin selbst ein bedeutender Fehler in D' keinen merklichen Einfluss auf α' haben kann.

Dieses Verfahren kann man immer anwenden, wenn man bei der Prüfung nach §. 27 einen Fehler α gefunden hat und diesen am Instrumente nicht verbessern will oder kann.

Zweite Methode. Man beseitige den Fehler ganz nach Vorschrift des §. 27; man verbessere nämlich die Lattenhöhe um α , wodurch die Tafel in die Horizontallinie des Fernrohres kommt und corrigire das Fadenkreuz mittelst der Schraubchen $\alpha \alpha$, bis der Horizontalfaden bei genau einspielender Libelle die Zieltafel scharf schneidet. Ist diese Berichtigung mit Sorgfalt ausgeführt, so gibt das Instrument jedesmal eine horizontale Visur, das Fernrohr mag nach der einen oder anderen Richtung eingelegt sein; nur hat man darauf zu achten, dass der Anschlagzapfen z oder überhaupt dieselbe Seite des Rohres jedesmal nach unten gekehrt sei. Die §. 30 angeführte Probe bleibt jetzt unbeachtet; denn sie kann nicht mehr zutreffen, der Horizontalfaden wird nämlich, wenn das Rohr 180° um seine Axe gedreht wird, nicht mehr denselben Punct schneiden. Man kann die sich ergebende Differenz in Theilen der Libelle messen und notiren, weil man, so lange dieselbe unverändert bleibt, auf die ungestörte Richtigkeit der optischen Axe schliessen kann.

33. Die angegebene Methode, den Unterschied der Ringhalbmesser zu finden, ist auf alle Instrumente anwendbar, die Libelle mag auf irgend eine der drei üblichen Arten mit demselben verbunden sein. Bei jenen Instrumenten jedoch, welche mit einer Aufsatzlibelle versehen sind, kann die Untersuchung direct mit Hilfe der Libelle ausgeführt werden.

Wir bezeichnen im Folgenden mit s , t die Ablesung des Standes der Blase an der Scala der Libelle, von der Mitte aus nach beiden Seiten gezählt, und zwar mit dem Buchstaben s

immer die Lesung des Blasenendes auf Seite der Elevations-
schraube. Ferner nennen wir jene Lage des Fernrohrs in seinen
Trägern die normale, bei welcher das Ocularende auf Seite der
Elevationsschraube sich befindet. Dies vorausgesetzt, seien in

Fig. 23.

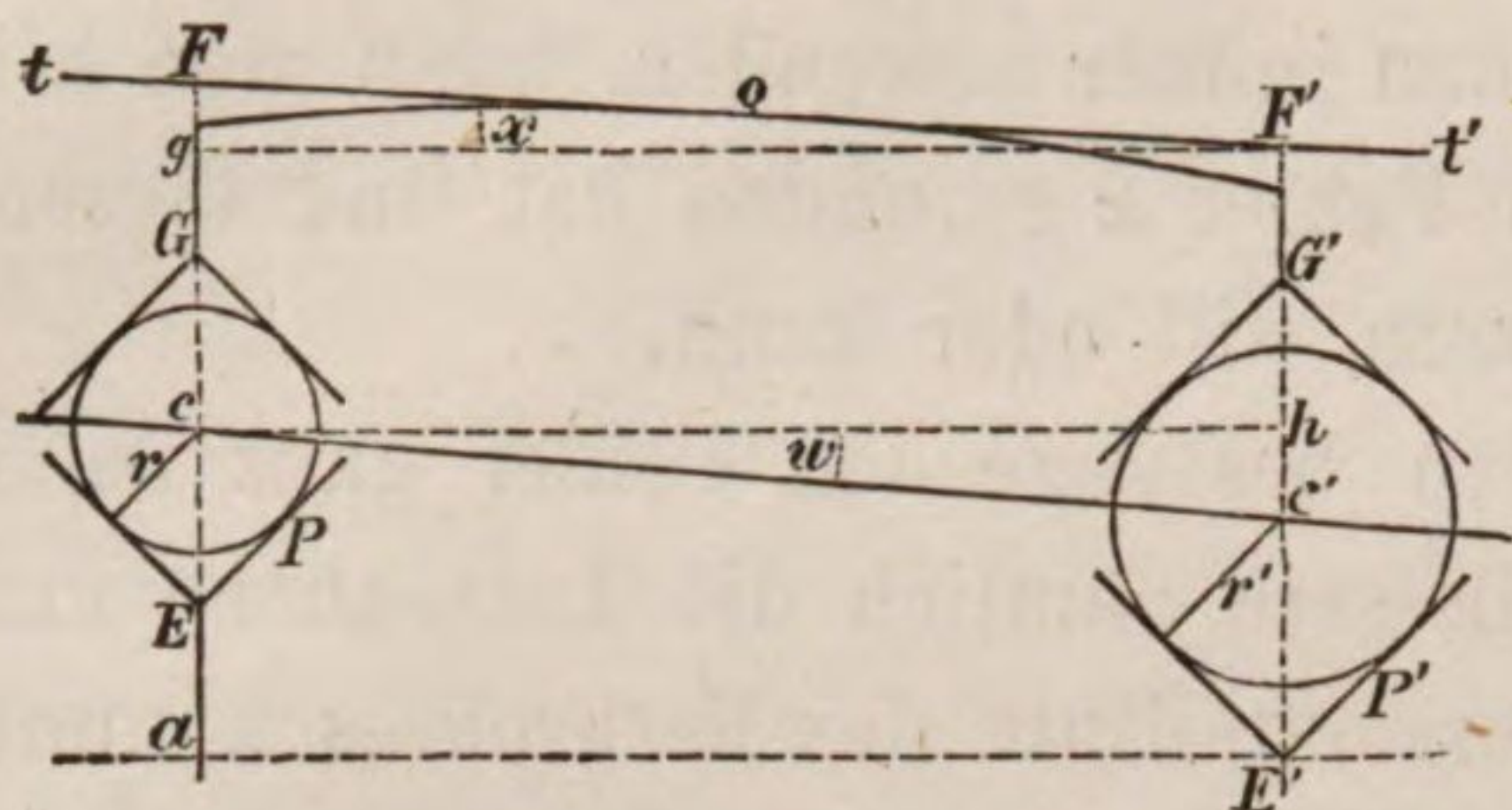


Fig. 23 cc' die Mittelpunkte der beiden Ringe, welche in den Trägern PP' in der normalen Lagerung; rr' die Ringhalbmesser, r' jener auf Seite des Objectivs. Auf die Ringe sei die Libelle aufgesetzt, tt'

die Tangente am Spielpunkte o (Nullpunkt der Scala); $a = GF$, $a' = G'F'$ die beiden Füße der Libelle. Ziehen wir durch den Punkt E' eine Horizontale, welche den Träger P in dem Abstände $aE = k$ unterhalb des Durchschnittspunktes der Berührungsflächen schneidet, durch den Punkt F' eine Horizontale $F'g$, mit welcher die Tangente tt' den Winkel x einschliesst, und nennen endlich 2λ den Winkel der Berührungsflächen sowohl der Libellenfüße als auch der Träger, so hat man, wenn d der Abstand der Träger:

$$\operatorname{tg} x = \frac{Fg}{gF'} = \frac{aF - E'F'}{d} = \frac{\left(a + \frac{2r}{\sin \lambda} + k\right) - \left(a' + \frac{2r'}{\sin \lambda}\right)}{d},$$

oder, da x immer ein sehr kleiner Winkel, in Secunden:

$$x = \frac{a - a' + k}{d \sin 1''} + \frac{2(r - r')}{d \sin 1'' \sin \lambda}.$$

Sind nun s, t die Lesungen der Blase, so ist $\frac{1}{2}(s - t)$ die Ausweichung der Blase von der Mitte, und folglich, wenn μ der Winkelwerth eines Scalentheiles der Libelle, $x = \frac{1}{2}\mu(s - t)$, positiv, wenn $s > t$, d. h. wenn die Blase auf Seite der Elevations-
schraube ausweicht, diese Seite also die höhere ist. Man hat also für diese Lage des Rohres und der Libelle:

$$\mu \frac{s - t}{2} = \frac{a - a' + k}{d \sin 1''} + \frac{2(r - r')}{d \sin 1'' \sin \lambda} \dots (a).$$

Kehrt man nun die Libelle um, und sind nunmehr s', t' die Lesungen der Libelle, so ist, da a mit a' vertauscht wird:

$$\mu \frac{s' - t'}{2} = \frac{a' - a + k}{d \sin 1''} + \frac{2 (r - r')}{d \sin 1'' \sin \lambda} \dots (b).$$

Diese beiden Gleichungen gelten für die normale Lage des Fernrohres. Legen wir nun dasselbe in seinen Trägern um, wodurch r mit r' vertauscht wird, und setzen wir die Libelle wieder in der ersten Lage auf, so erhalten wir, wenn s_1 und t_1 die Lesungen der Blase:

$$\mu \frac{s_1 - t_1}{2} = \frac{a - a' + k}{d \sin 1''} - \frac{2 (r - r')}{d \sin 1'' \sin \lambda} \dots (c),$$

und endlich, nach Umkehrung der Libelle:

$$\mu \frac{s_1' - t_1'}{2} = \frac{a' - a + k}{d \sin 1''} - \frac{2 (r - r')}{d \sin 1'' \sin \lambda} \dots (d).$$

Nehmen wir nun das Mittel aus den Gleichungen (a) und (b), so wie aus den Gleichungen (c) und (d), und setzen zur Abkürzung:

$$i_n = \frac{\mu}{4} [(s + s') - (t + t')],$$

$$i_v = \frac{\mu}{4} [(s_1 + s_1') - (t_1 + t_1')],$$

wo, wie man sieht, i_n die Neigung des Fernrohres in der normalen, i_v die Neigung in der verkehrten Lage desselben ist, wie sich dieselbe unmittelbar aus den Lesungen in beiden Lagen der Libelle ergibt, so erhalten wir:

$$i_n = \frac{k}{d \sin 1''} + \frac{2 (r - r')}{d \sin 1'' \sin \lambda} \dots (e)$$

$$i_v = \frac{k}{d \sin 1''} - \frac{2 (r - r')}{d \sin 1'' \sin \lambda} \dots (f)$$

aus beiden Gleichungen folgt durch Subtraction:

$$r - r' = \frac{1}{4} (i_n - i_v) d \sin 1'' \sin \lambda.$$

Gewöhnlich ist λ nahe $= 45^\circ$; dann hat man:

$$r - r' = \frac{1}{8} (i_n - i_v) d \sin 1'' \sqrt{2}, \dots (3)$$

woraus $r - r'$ gefunden wird.

Ist w der Neigungswinkel der Ringaxe gegen den Horizont, positiv, wenn dieselbe in der Richtung der Visur nach abwärts geneigt ist, so hat man aus der Figur:

$$\operatorname{tg} w = \frac{h c'}{c h} = \frac{a c - E' c'}{d} = \frac{\left(k + \frac{r}{\sin \lambda}\right) - \frac{r'}{\sin \lambda}}{d}$$

oder

$$w = \frac{k}{d \sin 1''} + \frac{r - r'}{d \sin 1'' \sin \lambda}.$$

Durch Verbindung dieser Gleichung mit der Gleichung (e) ergibt sich:

$$w = i_n - \frac{r - r'}{d \sin 1'' \sin \lambda},$$

oder für $\lambda = 45^\circ$:

$$w = i_n - \frac{(r - r') \sqrt{2}}{d \sin 1''} \dots (4).$$

Hier ist nun i_n die Neigung der Ringaxe in der normalen Lage ohne Rücksicht auf die Ungleichheit der Ringhalbmesser, wie sie unmittelbar aus den Ablesungen der Libelle erhalten wird, und:

$$u = - \frac{(r - r') \sqrt{2}}{d \sin 1''}, \dots (5)$$

(übereinstimmend mit Gleichung (2) im vorhergehenden §.), die wegen der Ungleichheit der Ringhalbmesser anzubringende Verbesserung; spielt die Libelle in beiden Lagen ein, so wird $i_n = 0$, und es bleibt $w = u$ als Neigung der Ringaxe gegen den Horizont. Für u ergibt sich noch mit Benützung der Gl. (3) der einfache Ausdruck:

$$u = - \frac{1}{4} (i_n - i_v) \dots (6).$$

Um die Grösse u sicher zu erhalten, wird man eine Reihe von Beobachtungen machen, indem man das Fernrohr wiederholt umlegt und dabei alle Vorsicht anwenden, um beim Ausheben und Einlegen des Fernrohres die Lage der Träger nicht zu stören, weil durch eine Verrückung derselben die Grösse k in unseren Gleichungen sich ändert, und somit das mit derselben behaftete Glied durch Verbindung derselben nicht herausfällt. Aus demselben Grunde muss man auch versichert sein, dass der Druck des Fernrohres sammt der Libelle auf beide Träger genau gleich sei, widrigenfalls das Resultat unrichtig wird.

Beispiel. Mit dem Nivellir-Instrumente Nr. 824 von Hrn. G. Starke aus der Werkstätte des polytechnischen Institutes

wurden folgende Beobachtungen gemacht; der Werth eines Scalentheiles der Libelle war $\mu = 6''.67$; $d = 161.2$ Millimeter.

Nr.	Lage des Fernrohres	Libelle		$s + s'$	$t + t'$	$(s + s') - (t + t')$	
		s	t				
1	Normal.....	10.85	11.6	22.40	22.55	— 0.15	+ 0.75
		11.55	10.95				
2	Verkehrt.....	10.65	11.8	21.95	22.85	— 0.90	0.80
		11.3	11.05				
3	Normal.....	10.95	11.4	22.30	22.40	— 0.10	1.10
		11.35	11.0				
4	Verkehrt	10.6	11.7	21.65	22.85	— 1.20	0.60
		11.05	11.15				
5	Normal.....	10.75	11.55	21.95	22.55	— 0.60	0.45
		11.2	11.0				
6	Verkehrt	10.55	11.6	21.60	22.65	— 1.05	0.80
		11.05	11.05				
7	Normal.....	10.9	11.25	22.00	22.65	— 0.25	+ 0.50
		11.1	11.0				
8	Verkehrt	10.75	11.4	21.75	22.50	— 0.75	
		11.0	11.1				
						Mittel =	+ 0.714

Es folgt daher im Mittel $i_n - i_v = \frac{1}{4} \mu \times 0.714 = + 1''.195$.
Hiemit ergibt sich nach den Formeln (3) und (6):

$$r - r' = + 0.000165 \text{ Millimeter,}$$

und zwar ist der Objectivring der kleinere; ferner

$$u = - 0''.30,$$

d. h. wenn das Instrument nach der Vorschrift der §§. 30 und 31 scharf berichtigt ist, so geht die Visur bei einspielender Libelle um 0.3 Secunden zu hoch, und die Correction der Lattenhöhe ist $= + u \sin 1'' D = - 0.00000145 D$, wenn D die Entfernung der Latte, also schon verschwindend klein.

Man kann, aber minder sicher, die Untersuchung auch in der Art anordnen, dass man, in beiden Lagen des Fernrohres, die Libelle immer in derselben Lage aufsetzt (z. B. Correctionsschraube d

auf Seite der Elevationsschraube), wobei dann nur zwei der Gleichungen (a) bis (d), z. B. die erste und dritte in Anspruch genommen werden. Setzt man die Ausweichungen der Blase in der normalen und verkehrten Lage des Fernrohres, d. i.:

$$\mu \frac{s-t}{2} = a_n, \quad \mu \frac{s_1-t_1}{2} = a_v,$$

so folgt aus der Verbindung der Gleichungen (a) und (c):

$$r - r' = \frac{1}{8} (a_n - a_v) d \sin 1'' \sqrt{2},$$

und

$$u = -\frac{1}{4} (a_n - a_v),$$

ganz ähnlich mit den obigen Ausdrücken.

In dem vorhergehenden Tableau beziehen sich die oberen der in den mit s und t überschriebenen Spalten stehenden Zahlen auf die oben bezeichnete Lage der Libelle; die unteren auf die entgegengesetzte. Macht man nun die Rechnung in dieser Weise, so folgt:

mit Benützung der oberen Zahlen: $u = -0''.394$,

„ „ „ unteren „ $u = -0.205$.

Das Mittel aus beiden Werthen ist wieder $u = -0''.30$, nothwendig übereinstimmend mit dem oben erhaltenen Werthe*).

*) Es ist, nach den obigen Erörterungen, leicht, die Neigung v der Visur oder vielmehr der Ringaxe gegen den Horizont unter allen Umständen angeben zu können. Nach Gl. (4) und (5) ist nämlich $v = i_n + u$, wo i_n aus den Ablesungen der Libelle in beiden Lagen derselben mittelst des Ausdruckes $i_n = \frac{1}{4} \mu \{(s + s') - (t + t')\}$ erhalten wird und u die constante Correction wegen Ungleichheit der Ringdurchmesser ist. Durch das Umlegen der Libelle und Ablesen derselben in beiden Lagen wird der Fehler derselben eliminirt, was immer das sicherste ist; man kann aber diesen Fehler auch bestimmen und es genügt dann, die Libelle nur in einer, aber bestimmten oder normalen Lage (z. B. Correctionsschraube d beim Ocular) abzulesen. Lässt man die Gl. (a) (oben im Texte) für diese normale, die Gl. (b) für die verkehrte Lage der Libelle gelten, so folgt durch Subtraction beider Gleichungen: $\frac{\mu}{2} \left(\frac{s' - t'}{2} - \frac{s - t}{2} \right) = \frac{a' - a}{d \sin 1''}$, wo $\frac{a' - a}{d \sin 1''}$ offenbar der Fehler in der Rectification der Libelle ist; bezeichnet man diesen mit J , so hat man also:

$$J = \frac{\mu}{2} \left(\frac{s' - t'}{2} - \frac{s - t}{2} \right),$$

34. Verfahren, um einen Fehler im Parallelismus der optischen und Ringaxe zu eliminiren. — Einfluss eines Fehlers in der Centrirung des Objectives. Die in §. 30 besprochene Berichtigung des Fadenkreuzes, durch welche die vom Horizontalfaden gebildete Visurebene mit [der Ringaxe zusammenfallend gemacht werden soll, verdient noch eine nähere Erörterung. Es mag zuvor noch erinnert werden, dass das vom Objective erzeugte Bild eines leuchtenden Punctes immer in der geraden Linie, dem sogenannten Hauptstrahle, liegt, welche durch den leuchtenden Punct und den optischen Mittelpunkt des Objectives gezogen wird. Dieser letztere Punct liegt in der geometrischen Axe des Objectives, d. i. in der Geraden, welche die Krümmungsmittelpunkte der sphärischen Begrenzungsflächen der Linsen enthält und sein Ort in dieser Geraden ist ein völlig bestimmter, von der Beschaffenheit des Linsensystemes und der Distanz des Objectes abhängig. Alle Geraden (Hauptstrahlen), welche beliebige leuchtende Puncte eines Objectes mit ihren Bildern verbinden, schneiden sich in diesem Puncte.

Bei der in §. 30 erklärten Berichtigung des Fadenkreuzes haben wir nun stillschweigend vorausgesetzt, dass das Objectiv in Bezug auf die Ringaxe richtig centriert sei, d. i. dass der

wo s, s' die Lesungen auf der Ocularseite. Die Visur geht bei einspielender Libelle um J zu tief, wenn J positiv ist.

Sind dann bei irgend einer Visur die Lesungen der Libelle in der normalen Lage s, t , so ist $b = \mu \frac{s - t}{2}$ die Neigung des Fernrohres gegen jene Lage, bei welcher die Libelle einspielt, und die Visur geht wieder zu tief, wenn b positiv ist. Es ist daher der gesammte Fehler in der Neigung der Ringaxe:

$$v = J + b + u,$$

und, wenn D die Entfernung der Latte:

$$+ (J + b + u) \sin 1''. D$$

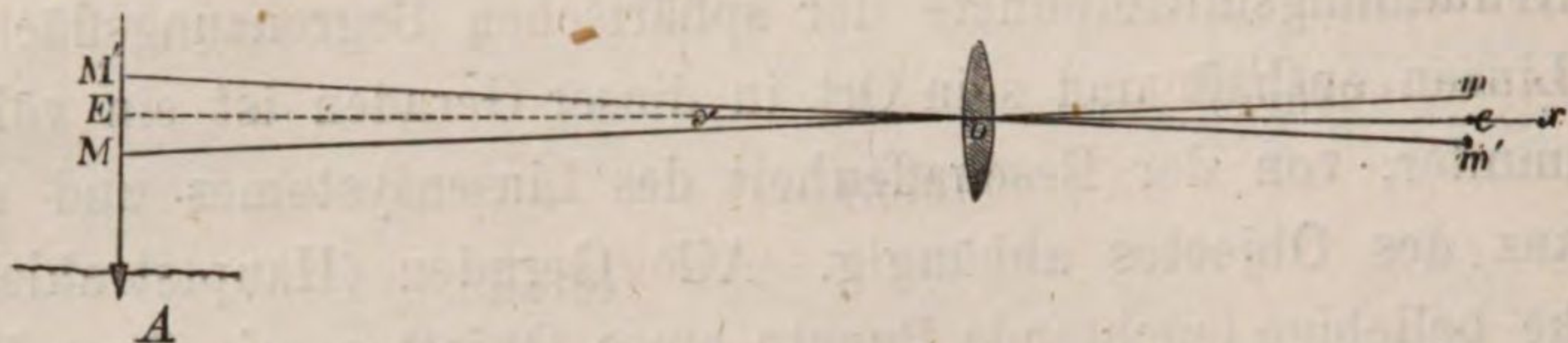
die entsprechende Verbesserung der beobachteten Lattenhöhe.

Man sieht leicht, dass durch die in §. 31 a) besprochene Rectification der Libelle $\frac{s - t}{2} = \frac{s' - t'}{2}$, also $J = 0$ gemacht wird; bringt man dann beim Nivelliren bei jeder Visur die Libelle scharf zum Einspielen, so wird $s = t$, also auch $b = 0$.

optische Mittelpunkt in der Ringaxe liege. In diesem Falle wird, wie man leicht übersieht, durch das daselbst erklärte Verfahren der Horizontalfaden gleichfalls in die Ringaxe gebracht, so dass dann letztere in der vom Horizontalfaden und dem optischen Mittelpunkte gebildeten Visirebene liegt, diese somit horizontal ist, wenn die Ringaxe mittelst der Libelle horizontal gestellt worden.

Aber auch in dem Falle, wenn das Fadenkreuz nach §. 30 nicht genau rectificirt ist, bietet sich ein einfaches Mittel dar, die richtige Lattenhöhe zu erhalten. Sei (Fig 24) $x y$ die bei einspielender Libelle horizontale Ringaxe, welche, gehörig ver-

Fig. 24.



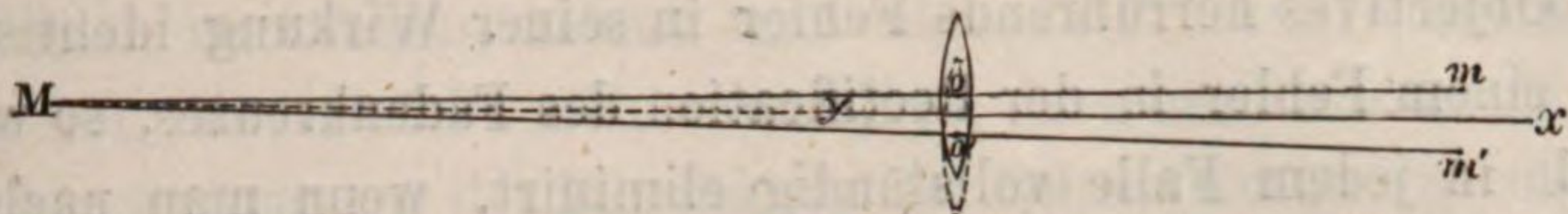
längert, die Latte im Puncte E trifft, so ist AE die wahre Lattenhöhe, welche abgelesen wird, wenn der Horizontalfaden seine richtige Lage in e hat. Befindet sich aber der Horizontalfaden ausserhalb der Ringaxe im Puncte m , so wird, wenn o der optische Mittelpunkt des Objectives, der Punct M an der Latte abgelesen; dreht man nun das Fernrohr um seine Ringaxe um 180° , so kommt der Faden nach m' , an der Latte wird der Punct M' abgelesen und es ist, da $EM = EM'$, die wahre Lattenhöhe $AE = \frac{1}{2} (AM + AM')$.

Durch dieses Verfahren wird also der Fehler im Parallelismus der optischen und der Ringaxe vollständig eliminirt, und man kann sich desselben bedienen, wenn es sich darum handelt, die grösstmögliche Genauigkeit zu erreichen *).

*) Man sieht leicht, dass durch dieses Verfahren der Fehler im Parallelismus der optischen und der Ringaxe (gewöhnlich Collimationsfehler genannt) sich auch bestimmen lässt. Ist nämlich die beobachtete Lattenhöhe in der ersten (normalen) Lage des Fernrohres $= l$, in der zweiten (ver-

Nehmen wir nun an, der optische Mittelpunkt des Objectives liege ausserhalb der Ringaxe xy (Fig. 25) in o ; M sei ein Punct in der verlängerten Ringaxe, dessen Bild in der Geraden Mo im Puncte m sich befindet. Geht nun der Horizontalfaden durch

Fig. 25.



den Punct m (und mittelst der Schraubchen $\alpha \alpha$, Fig. 21, kann er dahin gebracht werden), so wird, nach der Drehung des Fernrohres um seine Ringaxe um 180° , das Objectiv in die punctirte Lage, o nach o' , der Faden nach m' kommen, und, da die Puncte M, o', m' wieder in einer geraden Linie liegen, das Bild wieder auf dem Faden erscheinen. Durch das in §. 30 vorgeschriebene Verfahren wird daher, im Falle einer Excentricität des optischen Mittelpunctes des Objectives, der Horizontalfaden in die gerade Linie gebracht, welche den anvisirten Punct mit dem optischen Mittelpuncte verbindet; die optische Axe wird somit mit der Ringaxe nicht parallel, sondern einen Winkel v bilden, welcher durch die Gleichung

$$v = 206265 \frac{e}{D}$$

bestimmt ist, wenn e die Excentricität des Objectives und D die Entfernung des bei der Berichtigung des Fadenkreuzes benützten Objectes bedeutet. Ist z. B. $e = 0.5$ Millimeter, $D = 200$ Meter, so wird $v = 0.515$ Secunden, also schon sehr klein, und da v mit zunehmendem D abnimmt, so sieht man, dass man sich von

kehrten), nachdem es um 180° um seine Ringaxe gedreht wurde, $= l_v$, so ist $l_v - l_n$ die doppelte Ausweichung des Fadens, und wenn Δ die Entfernung der Latte vom Objective, der Collimationsfehler:

$$c = \frac{l_v - l_n}{2 \Delta \sin 1''} \text{ Sec.}$$

Die Visur geht bei normaler Lage des Fernrohres zu tief, wenn $l_v > l_n$ also c positiv sich ergibt, und die entsprechende Correction einer in der Entfernung D beobachteten Lattenhöhe ist:

$$+ c \sin 1'' \cdot D.$$

einer etwa vorhandenen Excentricität des Objectives immer unabhängig machen, d. i. die optische Axe ohne allen merklichen Fehler zur Ringaxe parallel erhalten kann, wenn man bei der Berichtigung des Fadenkreuzes nach §. 30 ein hinreichend weit entferntes Object wählt. Da übrigens der von der Excentricität des Objectives herrührende Fehler in seiner Wirkung identisch ist mit einem Fehler in der Rectification des Fadenkreuzes, so werden beide in jedem Falle vollständig eliminirt, wenn man nach dem oben erwähnten Verfahren zwei Visuren in entgegengesetzten Lagen des Rohres macht.

Hat man das Fadenkreuz mit einem weit entfernten Objecte berichtigt, so kann selbstverständlich im Falle einer Excentricität des Objectives die Probe auf ein sehr nahes Object nicht mehr genau zutreffen, wodurch ein Mittel zur Bestimmung derselben gegeben wäre. Man wiederhole nämlich den Versuch, §. 30, mit einem Objecte in möglichst geringer Entfernung D' ; schneidet der Horizontalfaden dasselbe in beiden Lagen des Fernrohres, so ist das Objectiv gegen die Ringaxe richtig centrirt; wo nicht, so ist die Ausweichung des Bildes vom Faden:

$$v' = 206265 \frac{2e}{D'} \text{ Sec.},$$

woraus, wenn v' mittelst der Libelle gemessen wird, e gefunden werden könnte. Da jedoch hierbei das Ocular ausgezogen werden muss, so führt dieses Verfahren nur dann zum Ziele, wenn die Bewegung des Ocularrohres genau parallel ist zur optischen Axe des Fernrohres. (Siehe hierüber §. 39.)

Untersuchung einiger allgemeiner Eigenschaften der Nivellir-Instrumente.

35. Die Libelle soll eine der Güte des Fernrohres entsprechende Empfindlichkeit besitzen. Ist sie minder empfindlich, so ist die grössere Schärfe des Rohres insofern ohne Vortheil, als die Genauigkeit, mit welcher man die Visuren einzustellen meint, im Gefälle selbst nicht vorhanden ist. Hingegen verliert man bei der Einstellung einer zu empfindlichen Libelle unnöthig viele Zeit, ohne

deshalb eine grössere Schärfe zu erreichen, als die Unsicherheit der Visur überhaupt zulässt; auch wird eine solche Libelle im Freien durch den geringsten Wind leichter gestört und dadurch die Arbeit erschwert. Um demnach die zweckmässige Construction sowohl als auch die Genauigkeit der Leistungen eines Nivellir-Instrumentes beurtheilen zu können, nehme man folgende Prüfungen mit demselben vor. Es versteht sich von selbst, dass das Instrument bei jeder Anwendung vor der Einwirkung der Sonnenstrahlen geschützt sein und einen festen Stand haben soll. Deshalb müssen nicht nur die Stellschrauben, die Klemmschraube *y*, Fig. 17, gehörig angezogen, sondern die Füsse auch fest in die Erde gedrückt und der Boden gegen das Herumtreten unempfindlich sein. Zeigt sich ein Schwanken der Libelle, so wird die Ursache meistens in der Nichtbeachtung eines dieser Punkte oder in der Einwirkung des Windes oder der Sonne zu suchen sein.

36. Prüfung der Empfindlichkeit der Libelle. Um zu untersuchen, ob die Libelle die nöthige Empfindlichkeit habe, bringe man mit der Elevationsschraube *G* die Libelle zum scharfen Einspielen, stelle in zweckmässiger Entfernung eine Nivellirlatte auf und richte die Tafel scharf in die Visur ein. Hierauf verstelle man die Schraube *G* etwas, bringe mit ihr die Blase (ohne durch das Rohr zu sehen) abermals genau auf ihren Spielpunct und sehe nach der Visur; bemerkt man keine Abweichung gegen die frühere Lage und ist dies bei öfterer Wiederholung des Versuches der Fall, so ist die Libelle hinreichend empfindlich. Ob sie aber nicht unnöthiger Weise zu empfindlich sei, findet sich so: Man stellt die Visur mit der Elevationsschraube *G* ein und liest den Stand der Libelle ab. Hierauf verdreht man die Schraube *G* etwas, stellt mit ihr die Visur neuerdings ein und notirt den zugehörigen Stand der Libelle. Nimmt die Blase bei öfterer Wiederholung des Versuches ohne wesentlichen Unterschied einerlei Stellung an, so ist die Libelle nicht zu empfindlich, wohl aber, wenn dieselbe bedeutend hin- und herschwankt.

Der erstere Fall, nämlich eine zu geringe Empfindlichkeit der Libelle, kommt weit häufiger vor, als der zweite entgegengesetzte. Freilich wird man bei einer trägen Libelle weniger Schwankungen wahrnehmen und das Instrument scheinbar fester stehen; der Sachkundige wird dies jedoch als keinen Vorzug ansehen und wissen, dass man aus dem Einspielen einer zu trägen Libelle nicht auf die Richtigkeit der Visur schliessen könne. Welch' geringe Ursachen bei einer gehörig empfindlichen Libelle schon sichtbar sind, ersieht man daraus, dass bei einem solchen vorzüglichen Instrumente die Blase sich um einen ganzen Theilstrich verstellt, wenn der Boden an einem der Füsse auch nur um 2 bis 3 Hundertel Millimeter nachgibt oder der Obertheil des Instrumentes durch Windzug um eine ähnliche kleine Grösse seitwärts gedrückt wird. Indessen haben diese Schwankungen keinen Einfluss auf die Genauigkeit der Arbeit, wenn nur im Augenblicke der Visur die Blase scharf einspielt, was man mittelst der Schraube G immer in seiner Gewalt hat.

37. Ausmittlung des Winkelwerthes eines Scalentheiles der Libelle. Nützlich ist es ferner, den Werth eines Theiles der Libellenscala zu kennen, um beurtheilen zu können, bis zu welcher Schärfe die Blase einspielen soll, oder falls sie etwas ausweicht, welchen Einfluss dieses auf das Gefälle hat. Man stelle zu diesem Zwecke in grosser Entfernung die Latte auf, bringe die Zieltafel genau in die Visur und notire den Stand der Blase. Hierauf verdrehe man die Elevationsschraube G so, dass die Blase um mehrere, z. B. fünf Theile fortrückt, richte abermals die Zieltafel genau in die Visur und lese den Stand der Blase ab. Der grösseren Sicherheit wegen wird man aus mehreren Versuchen das Mittel nehmen. Ist die Anzahl der Theile der Libellenscala $= n$, die entsprechende Verrückung der Zieltafel $= h$, die Distanz der Latte $= D$, so ist der Werth eines Scalentheiles $= 206265 \frac{h}{n D}$ Sec.

Z. B. für $D = 220$ Meter und $n = 5$ habe man gefunden $h = 0,0685$ Meter, so findet man den Werth eines Scalentheiles $= 12.8$ Secunden. Kann nun die Blase bis auf $\frac{1}{10}$ Scalentheil sicher eingestellt werden, was meistens der Fall ist, da diese Theile gewöhnlich nahe zwei Millimeter gross sind, so ist man bei der Horizontalstellung bis auf 1.28 Sec. sicher.

38. Bestimmung des mittleren Fehlers einer beobachteten Lattenhöhe. Der mittlere Fehler ε , welchem eine beobachtete Lattenhöhe unterworfen ist, entspringt aus zwei Fehlerquellen, nämlich dem eigentlichen Visurfehler $= \alpha$ in der Einvisirung der Zieltafel oder Ablesung der Latte, und dem Fehler $= \beta$ in der Einstellung der Libelle; sind diese beiden Fehler gegeben, so ist nach einem bekannten Satze der Theorie der kleinsten Quadrate:

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}.$$

Für den Visurfehler kann man nach §. 15 unter gewöhnlichen Umständen annehmen:

$$\alpha = \frac{15}{v} \text{ Sec.} = 0.0000727 \frac{D}{v} \text{ im Längenmaass,}$$

wenn v die Vergrösserung des Fernrohres und D die Entfernung der Latte; unter günstigen Umständen und bei einem geübten Beobachter gleich der Hälfte dieses Werthes. Der mittlere Fehler in der Einstellung der Libelle kann gesetzt werden: $\beta = \frac{1}{10} \mu$, wenn μ der Winkelwerth eines Scalentheiles der Libelle.

Genauer erhält man den einem bestimmten Instrumente und Beobachter entsprechenden mittleren Fehler, indem man die Zieltafel in einer bekannten ziemlich grossen Entfernung mehrmals mit aller Schärfe einvisirt und die jedesmalige Höhe derselben möglichst genau abliest. Nimmt man aus allen einzelnen Beobachtungen das Mittel, so kann man dieses als die wahre Höhe ansehen; bildet man dann die Abweichungen $= \delta$ der einzelnen Beobachtungen vom Mittel, so hat man, wenn n die Anzahl der Beobachtungen, zufolge eines bekannten Satzes der Methode der kleinsten Quadrate:

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\frac{\Sigma (\delta^2)}{n-1}}$$

Folgende Versuche ergaben sich z. B. mit einem Instrumente aus der Institutswerkstätte bei einer Entfernung von 100 Klafter:

<u>Einzelne Lattenhöhen.</u>	<u>Einzelne Fehler = δ.</u>
0.7820 Klaft.	0.0010 Klaft.
7825 "	0.0005 "
7840 "	0.0010 "
7825 "	0.0005 "
7835 "	0.0005 "
7833 "	0.0003 "
7830 "	0.0000 "
7825 "	0.0005 "
7833 "	0.0003 "
7835 "	0.0005 "
Mittel 0.7830 Klaft.	

Die Summe der Quadrate der Fehler ist $\Sigma (\delta^2) = 0.00000343$, $n = 10$; hiemit wird $\varepsilon = \pm 0.00062$ Klafter. Der mittlere Fehler einer Lattenhöhe ergibt sich also hier auf 100 Klafter Distanz gleich 0.00062 Klafter, oder im Winkel = 1.27 Sec., eine Genauigkeit, die wohl in allen Fällen mehr als hinreichend ist. Das Fernrohr, mit welchem diese Versuche gemacht wurden, vergrößerte nahe 11mal, und es war $\mu = 12.4$ Sec. Setzt man also $\beta = 1''.24$ und $\alpha = \frac{7.5}{11}$ Sec. (da die Versuche unter günstigen Umständen gemacht wurden), so gibt der obige Ausdruck $\varepsilon = \pm 1.41$ Sec., was mit dem Resultate der directen Bestimmung nahe genug übereinstimmt.

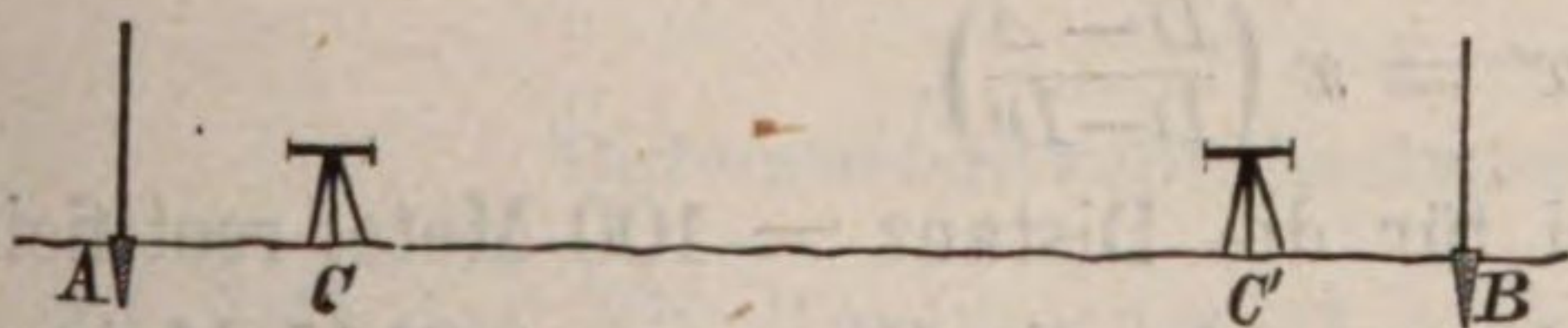
Wer sein Instrument nach den letzten Paragraphen gehörig untersucht hat, wird es auch mit Sachkenntniss anwenden, fortwährend von dem Grade der Genauigkeit seiner Arbeit einen klaren Begriff haben und leicht beurtheilen können, was er vernachlässigen darf oder nicht, um eine verlangte Schärfe zu erreichen. Sonst arbeitet er mehr auf's Gerathewohl und ist dabei häufig unnöthig ängstlich, weil er eben mit seinem Instrumente nicht gehörig ver-

traut ist, während er zugleich wieder Umstände übersehen kann, welche wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit haben. Leider werden meistens von ungeschickten Händen begangene Fehler dem unschuldigen Instrumente aufgebürdet. Endlich ist es eine durch die Erfahrung vielfach bewährte Thatsache, dass der mit seinem Instrumente gründlich Vertraute nicht nur genauer, sondern auch bedeutend schneller arbeitet.

39. Untersuchung, ob die Bewegung des Ocularrohres parallel ist zur optischen Axe. Bei geringen Entfernungen muss das Ocularrohr oft bedeutend herausgezogen werden, um das Bild in die Ebene des Fadenkreuzes zu bringen und möglichst deutlich zu machen, und es ist einleuchtend, dass diese Bewegung des Ocularrohres mit der optischen Axe parallel sein muss, wenn die Lage der letzteren gegen die Libelle nicht gestört werden soll. Wir wollen daher zeigen, wie das Instrument in dieser Beziehung geprüft werden kann.

Bei Instrumenten mit festem Fernrohre kann man auf folgende Weise verfahren. A und B (Fig. 26) seien zwei Nivellir-

Fig. 26.



latten in einer Entfernung von 100 bis 200 und mehr Meter, und in C das Instrument so nahe bei A , als es die Auszugsweite des Ocu-

larrohres erlaubt. (Die Instrumente aus der Institutswerkstätte lassen Distanzen von 4 bis 6 Meter zu.) Man stellt nun das Instrument horizontal und beobachtet die genaue Lattenhöhe an beiden Latten, wobei natürlich die Libelle jedesmal scharf einspielen und das Ocular so ausgezogen sein muss, dass das Bild in der Ebene des Fadenkreuzes liegt. Die beobachtete Lattenhöhe in B sei $= b$, jene in $A = a$. Hierauf stelle man das Instrument nahe bei B in C' so, dass $BC' = AC$, und wiederhole dasselbe Verfahren. Die Lattenhöhen in B und A seien jetzt b' , a' . Ist nun das Instrument auf grössere Distanzen nach §. 27 genau

rectificirt, so muss, wenn f die Reduction vom scheinbaren auf den wahren Horizont für die grössere Distanz $BC = AC'$ bedeutet, $b - a = b' - a' + 2f$ sein, wo nicht, so ist die Rectification durch das Ausziehen des Ocularrohres gestört worden. Wir wollen nun annehmen, die Visur gehe bei ausgezogenem Oculare um x zu hoch, so dass die wahren Höhen $a - x$ und $b' - x$ seien, so muss sein $b - (a - x) = b' - x - a' + 2f$, und hieraus $x = \frac{(a+b') - (a'+b)}{2} + f$. Erhält nach dieser Gleichung x einen positiven Werth, so geht die Visur durch das Ausziehen des Ocularrohres nach oben, folglich bei negativem x nach unten.

Ergibt sich auf diese Weise ein Fehler x , welchen man nicht vernachlässigen will, so bleibt nichts übrig, als das Instrument durch den Mechaniker abändern zu lassen, was oft schwierig sein wird, oder die Distanzen nach beiden Seiten gleich zu nehmen, wobei sich dann der Fehler aufhebt, oder endlich diesen in Rechnung zu bringen, was auf folgende Art geschehen kann. Das Instrument sei für die Distanz $BC = AC' = D$ genau rectificirt; für die Distanz $AC = BC' = D'$ habe man auf obige Art den Fehler $= x$ gefunden. Ist nun für eine andere Distanz $= \Delta$ der Fehler $= x'$, so ist:

$$x' = x \left(\frac{D - \Delta}{D - D'} \right).$$

Z. B. das Instrument sei für die Distanz $= 100$ Meter rectificirt, für die Entfernung $= 5$ Meter gehe die Visur um 0.0115 Meter zu hoch, so geht sie in der Distanz $= \Delta$ zu hoch um

$$x = 0^m.0115 \left(\frac{100 - \Delta}{100 - 5} \right) = 0^m.000121 (100 - \Delta),$$

wonach man sich für verschiedene Werthe von Δ eine kleine Tabelle entwerfen kann. Das Ocularrohr muss jedesmal so ausgezogen sein, dass das Bild in die Ebene des Fadenkreuzes fällt, wo nicht, wird diese Correction unrichtig. Dieser Umstand macht überhaupt die Anwendung eines Instrumentes unsicher, welches mit einem bedeutenden Fehler dieser Art behaftet ist.

Bei Instrumenten mit umlegbarem Fernrohre ist diese Prüfung ganz einfach. Hat man nämlich nach §. 30 die optische Axe zur Ringaxe mittelst eines weit entfernten Objectes parallel

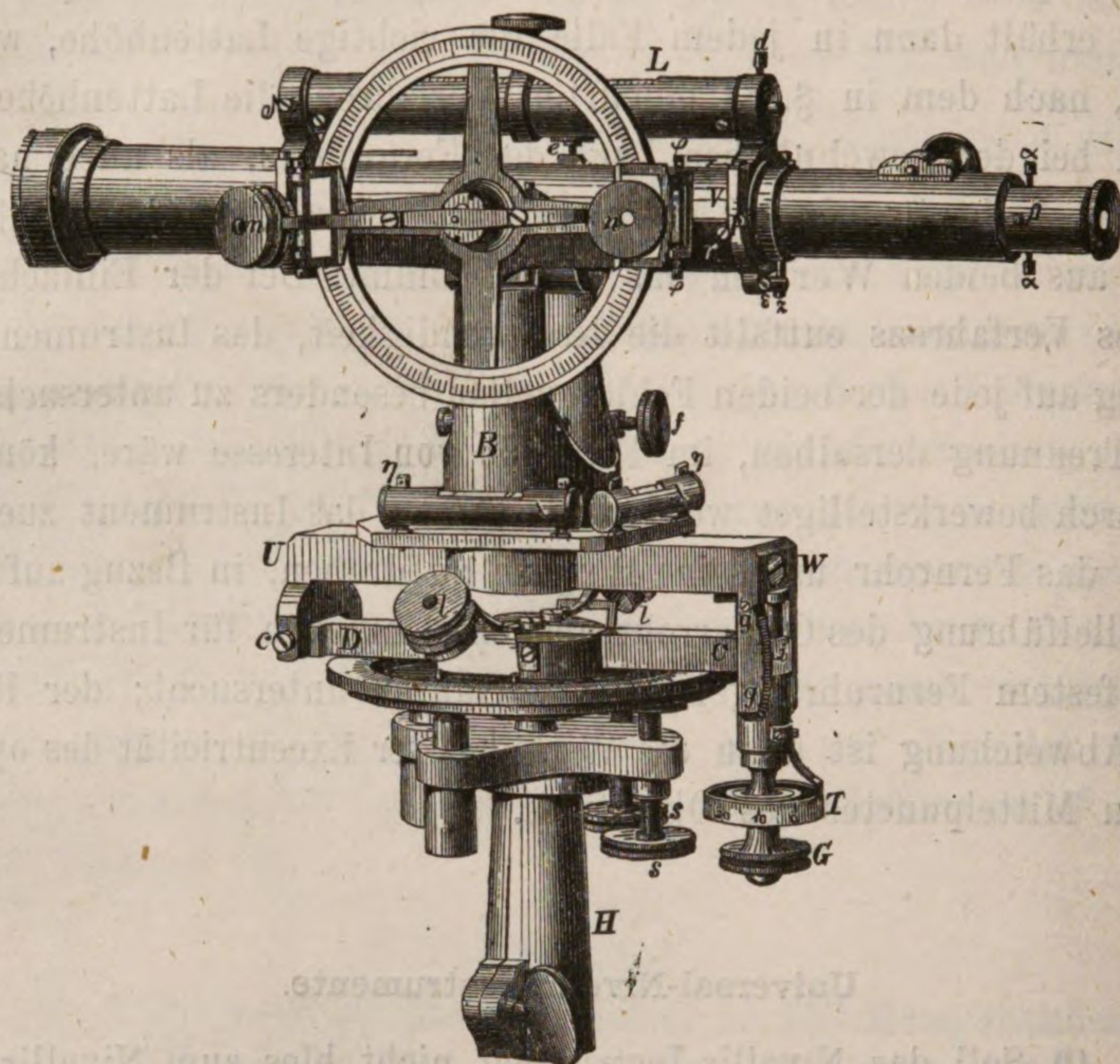
gestellt, und ist diese Eigenschaft auch für sehr nahe Gegenstände vorhanden, so ist das Instrument frei sowohl von einem Fehler in der Parallelführung des Ocularrohres, als auch von einem Fehler in der Centrirung des Objectives gegen die Ringaxe (§. 34); zeigt sich aber bei sehr nahen Distanzen eine Abweichung, so ist diese die vereinigte Wirkung beider Fehlerquellen; man erhält dann in jedem Falle die richtige Lattenhöhe, wenn man, nach dem in §. 34 gelehrteten Verfahren, die Lattenhöhe sowohl bei der gewöhnlichen Lage des Fernrohres, als auch nachdem dasselbe in seinen Lagern um 180° gedreht worden, abliest, und aus beiden Werthen das Mittel nimmt. Bei der Einfachheit dieses Verfahrens entfällt die Nothwendigkeit, das Instrument in Bezug auf jede der beiden Fehlerquellen besonders zu untersuchen; die Trennung derselben, im Falle sie von Interesse wäre, könnte dadurch bewerkstelliget werden, dass man das Instrument zuerst, ohne das Fernrohr um seine Ringaxe zu drehen, in Bezug auf die Parallelführung des Ocularrohres nach dem oben für Instrumente mit festem Fernrohre gelehrteten Verfahren untersucht; der Rest der Abweichung ist dann die Wirkung der Excentricität des optischen Mittelpunctes des Objectives.

Universal-Nivellir-Instrumente.

40. Soll das Nivellir-Instrument nicht blos zum Nivelliren, sondern zur Lösung aller jener geometrischen Aufgaben verwendet werden, welche dem Ingenieur bei Bauausführungen, namentlich beim Traciren von Strassen und Eisenbahnen vorkommen, so muss das Fernrohr eine grössere Bewegung in verticaler Ebene zulassen, als dies bei den bisher beschriebenen Instrumenten der Fall ist, um Horizontalwinkel bei beliebiger Neigung der Visur und Höhenwinkel messen zu können; überdies ist es wünschenswerth, dass das Instrument auch zum Distanzmessen eingerichtet sei. Man kann in dieser Art construirte Instrumente Universal-Nivellir-Instrumente nennen, und es sollen in Folgendem einige derselben beschrieben werden.

Das Universal-Nivellir-Instrument mit umlegbarem Fernrohre von G. Starke. Das Instrument ist in Fig. 27 in nahe $\frac{1}{4}$ der natürlichen Grösse dargestellt. Die Construction des unteren Theiles, welcher mit der Hülse *H* auf ein

Fig. 27.



Zapfenstativ nach Fig. 13 oder 14 aufgesteckt wird, ist dieselbe wie bei den in Fig. 17 und 21 abgebildeten Instrumenten und in den §§. 21 und 22 beschrieben. Ueber der Alhidade *CD*, welche die beiden diametral gegenüberliegenden Verniere des Horizontalkreises und die zugehörigen Lupen *l* trägt, befindet sich der ähnlich geformte Steg *UW*; er ist um zwei in die Alhidade bei *D* eingreifende Spitzschrauben *c* drehbar, welche eine zur Ebene des Kreises parallele Axe bilden und in dem gabelförmigen Ende *U* festsitzen. Bei *W* endet der Steg nach abwärts gleichfalls in eine Gabel, in welcher das Ende *C* der Alhidade gleitet; die Verbindung zwischen dieser und dem Stege ist hier durch

die Elevationsschraube G hergestellt, wobei eine starke, um die Schraube gelegte Feder den Steg aufwärts hebt und den todten Gang der Schraube beseitigt. Zur Verbindung der Alhidade CD mit dem Kreise und zur feinen Bewegung im Azimuth ist die im §. 22 beschriebene Klemmvorrichtung (in der Figur durch die Elevationsschraube gedeckt) angebracht. Ein mit dem Stege verbundener Rahmen trägt zwei Kreuzlibellen $\lambda \lambda$, welche dazu dienen, um den Kreis ohne Zuhilfenahme der Hauptlibelle L leicht horizontal stellen zu können. Mit dem Stege ist die hohle Säule B fest verschraubt, welche, an ihrem oberen Ende verstärkt, die Lager für die horizontale Umdrehungsaxe des Fernrohres trägt. Mit dieser Axe steht ein starkes halbcylindrisch geformtes Messingstück und mit diesem die Rinne r in fester Verbindung, an deren Enden sich die Lager P befinden, in welchen das Fernrohr mit seinen Ringen V ruht. z ist ein am Fernrohre fester Anschlagzapfen, welcher an das mit dem Lager P in Verbindung stehende Schräubchen ε stösst, wenn der Horizontalfaden horizontal liegt. Auf das eine, schwach conisch geformte Ende der horizontalen Umdrehungsaxe des Fernrohres ist der Verticalkreis aufgesetzt und wird durch eine vorgelegte Mutter festgehalten; zwei horizontale, in der Höhe der Axe von der Säule auslaufende Arme tragen die fliegenden Nonien, welche durch die Lupen $n n$ abgelesen werden. Auf dem anderen, in der Figur hinten liegenden Ende der horizontalen Umdrehungsaxe des Fernrohres sitzt ein nach abwärts gehender Klemmarm; wird derselbe durch Anziehen der Klemmschraube e mit der Axe fest verbunden, so kann dem Fernrohre mittelst der auf das untere Ende des Klemmarmes wirkenden Schraube f eine feine Bewegung in verticalem Sinne ertheilt werden; bei gelüfteter Schraube e ist dasselbe frei um seine Axe beweglich. Die Libelle L wird mit ihren cylindrisch ausgedrehten Füßen auf die Ringe aufgesetzt und durch zwei Schliessen festgehalten. Das Schräubchen d dient zur Parallelstellung der Tangente der Libelle am Spielpuncte mit der Ringaxe; mittelst der zwei Schräubchen $\delta \delta$ (das rückwärts liegende ist in der Figur nicht sichtbar) wird die Axe des Libellenrohres

zur Ringaxe parallel gestellt (§. 31 *a*). Zur Berichtigung der optischen Axe des Fernrohres dienen die auf die Fadenplatte wirkenden Schraubchen $\alpha \alpha$, $\beta \beta$.

Die Nonien geben an beiden Kreisen direct 20 Secunden. Das Fernrohr hat eine Brennweite von 342 Millimeter, 33 Millimeter freie Oeffnung und gewährt bei Anwendung eines astronomischen Oculars eine 26malige Vergrößerung.

a) Die Horizontalstellung des Instrumentes, d. i. des Horizontalkreises und der Umdrehungsebene der Alhidade, wird mit Hilfe der beiden Kreuzlibellen bewirkt, wobei selbstverständlich die Elevationsschraube eine bestimmte Stellung haben muss. Die Einrichtung ist so getroffen, dass, wenn der Index i auf dem Theilstriche 20 der Theilung gg und der Index der Theilung an der Trommel T der Elevationsschraube auf Null steht, die obere Fläche des Steges UW sehr nahe parallel zur Ebene des Kreises ist; bei dieser Stellung sollen nun die beiden Kreuzlibellen parallel zur Ebene des Kreises sein. Um sie in dieser Beziehung zu berichtigen, stelle man die Alhidade in die Richtung einer Stellschraube s , bringe beide Kreuzlibellen mittelst der zwei Stellschrauben $s s$ zum Einspielen und drehe hierauf die Alhidade um 180° ; weichen die Libellen aus, so wird die halbe Ausweichung mittelst der Correctionsschraubchen $\eta \eta$ weggeschafft und sodann die Libellen mit den Stellschrauben wieder zum Einspielen gebracht. Der Versuch wird wiederholt, bis die Libellen in beiden um 180° verschiedenen Lagen einspielen. So oft dann das Instrument aufgestellt werden soll, hat man nur die Elevationschraube auf 20.000 zu stellen und die beiden Kreuzlibellen mittelst der zwei Stellschrauben zum Einspielen zu bringen.

b) In Bezug auf die Rectification des Instrumentes als Nivellir-Instrument gilt das in den §§. 29—34 Gesagte; was insbesondere die beiden wesentlichsten Berichtigungen betrifft, so wird die Parallelstellung der optischen und der Ringaxe nach §. 30, die Parallelstellung der Tangente der Libelle am Spiel-puncte mit der Ringaxe nach §. 31 *a*) vorgenommen.

c) Damit das Instrument die Horizontalwinkel bei beliebiger Neigung der Visuren gegen den Horizont richtig gebe, muss bekanntlich die optische Axe des Fernrohres bei der Drehung desselben um die horizontale Umdrehungsaxe eine verticale Ebene beschreiben, sobald der Kreis nach α) horizontal gestellt ist. Hiezu wird erfordert, dass die beiden genannten Axen auf einander senkrecht und letztere zur Ebene des Kreises parallel oder zur Umdrehungsaxe der Alhidade senkrecht sei. In Bezug auf die erstere dieser Eigenschaften kann das Instrument auf folgende Weise geprüft und berichtigt werden. Man stelle den Verticalfaden auf ein entferntes, nahe im Horizonte liegendes Object ein, hebe sodann dasselbe, nachdem die Lagerdeckel abgeschraubt sind, sammt der Rinne r aus den Lagern und lege dasselbe umgekehrt ein, so dass die Zapfen die Lager wechseln und das Fernrohr unten, die Rinne oben zu liegen kommt. (Zur grösseren Bequemlichkeit kann man früher das Fernrohr mit der Rinne r durch einen Bindfaden fest verbinden.) Trifft der Faden wieder das Object, so steht die optische Axe senkrecht auf der horizontalen Umdrehungsaxe, wo nicht, so schaffe man die halbe Ausweichung (den sogenannten Collimationsfehler) mittelst der Schraubchen $\beta \beta$ am Oculare weg*), und wiederhole den Versuch, bis die Visur

*) Es bedarf kaum der Erwähnung, dass dann die in §. 30 besprochene Berichtigung des Fadenkreuzes bezüglich des Verticalfadens entfällt, was auch für das Nivelliren keinen Nachtheil bringt, da es hiebei ganz gleichgiltig ist, ob dieser Faden durch die Ringaxe geht oder nicht. Nur muss die Berichtigung des Horizontalfadens nach §. 30 nach der Wegschaffung des Collimationsfehlers gemacht werden, damit seine Lage durch letztere nicht wieder geändert werde. Anders verhält sich die Sache, wenn man mit dem Instrumente von einem Punkte aus eine gerade Linie durch Umlegen des Fernrohres nach beiden Seiten abstecken will; da hiebei in beiden Lagen des Fernrohres die Ringaxe dieselbe Richtung im Raume erhält, so muss zu dem erwähnten Zwecke die durch den verticalen Faden gebildete Visirebene durch die Ringaxe gehen und somit auch der Verticalfaden nach §. 30 berichtigt werden. Der dann etwa vorhandene Collimationsfehler wird übrigens bei sorgfältiger Construction des Instrumentes wohl immer so klein sein, dass er auf die Horizontalwinkelmessung keinen merklichen Einfluss ausübt.

in beiden Lagen des Fernrohres das Object trifft. So lange übrigens der Fehler in dieser Beziehung eine Minute nicht übersteigt, ist er selbst bei den grössten Höhenwinkeln, welche das Instrument zulässt (45°), ohne merklichen Einfluss, da die Ablesung nur auf $20''$ reicht. Die andere Eigenschaft, dass die horizontale Drehungsaxe des Fernrohres parallel zur Ebene des Kreises sei, wird schon von Seite des Mechanikers mit aller Sorgfalt hergestellt, da die Anbringung einer eigenen Correctionsvorrichtung den Bau des Instrumentes ohne Noth compliciren würde.

d) Behufs Messung der Höhenwinkel wird der Verticalkreis so adjustirt, dass, sobald das Instrument nach a) horizontal gestellt ist, die beiden Nonien desselben die Lesung $0^\circ 0' 0''$ geben, wenn die Libelle L einspielt und somit die Visur horizontal ist. Stellt man dann den Horizontalfaden auf das Object ein, dessen Höhenwinkel gemessen werden soll, so ist das Mittel aus den Lesungen beider Nonien der gesuchte Höhenwinkel. Um diese Adjustirung zu bewerkstelligen, stelle man das Instrument nach a) genau horizontal, setze die nach §. 31 a) berichtigte Libelle L auf die Ringe und bringe sie durch Drehung des Fernrohres um seine horizontale Axe zum Einspielen, wodurch die Visur horizontal wird. Zeigen nun beide Nonien nicht 0, so wird der Fehler, wenn er beträchtlich ist, zuerst durch Drehung des Kreises nahe weggeschafft, zu welchem Zwecke die vorgelegte Mutter etwas gelüftet und dann wieder fest angezogen werden muss; die genaue Einstellung der Nullpunkte der Nonien auf die Nullpunkte der Theilung wird dann durch die Schraubchen $\varphi \varphi$ bewirkt, zwischen deren Spitzen die Nonien gehalten sind.

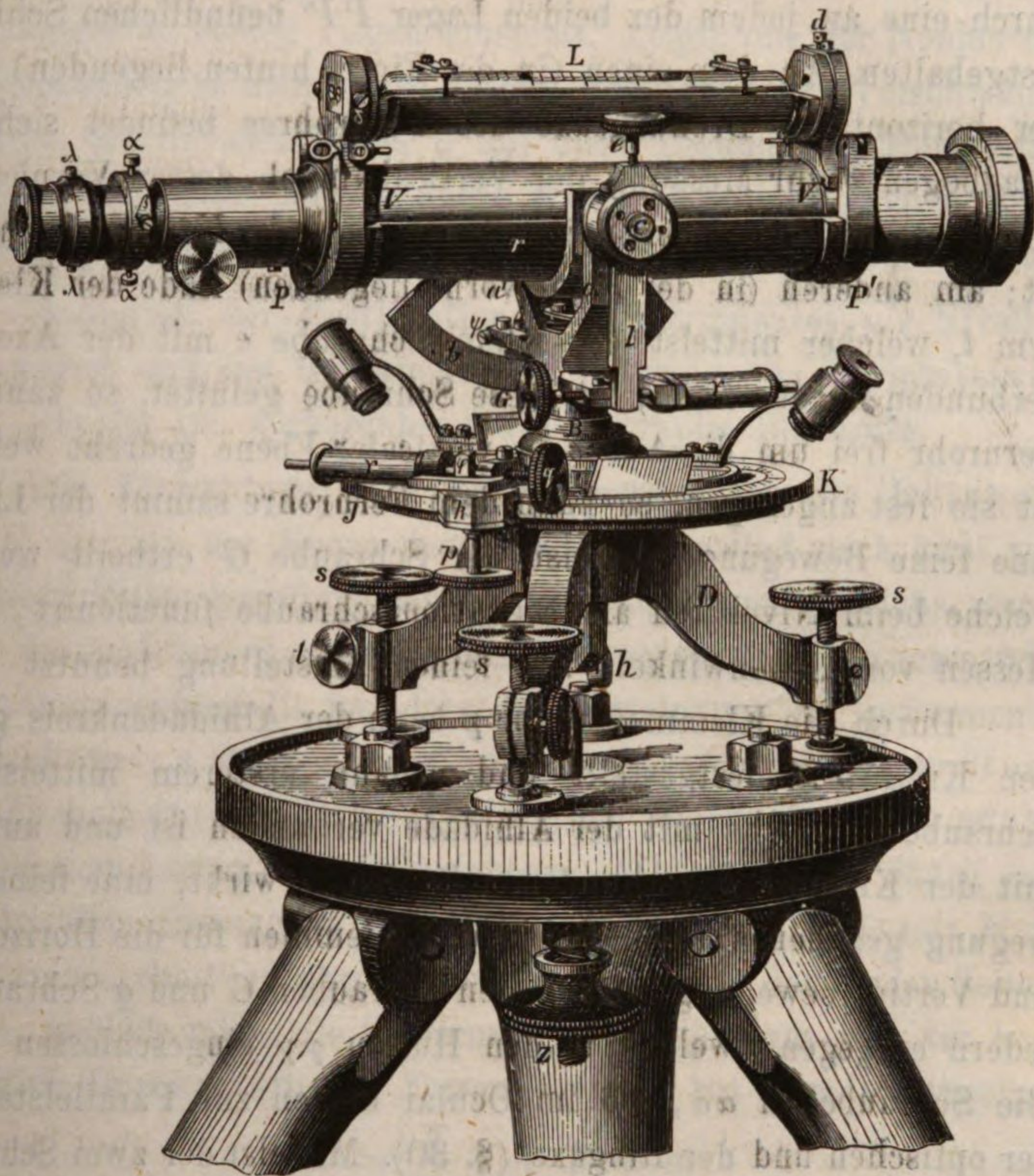
e) Ueber die Anwendung dieses Instrumentes zum Distanzmessen mittelst der Elevationsschraube G wird im sechsten Abschnitte gehandelt.

41. Das Universal-Nivellir-Instrument von Ertel.

Das Instrument ist in Fig. 28 dargestellt. Auf der Kopfplatte eines Reichenbach'schen Scharnierstatives steht der Dreifuss D mittelst der drei Stellschrauben s , deren geschlitzte Mut-

tern mittelst der Schrauben t geklemmt werden können. Durch die Centralschraube z , welche mit dem an ihrem oberen Ende befindlichen Haken h in ein am Dreifusse befindliches Ohr eingehängt ist, wird letzterer auf dem Stative festgehalten, wobei eine zwischengelegte Schraubenfeder die nöthige Bewegung zur

Fig. 28.



Horizontalstellung gestattet. Mit dem Dreifusse ist der Horizontalkreis JK und im Centrum desselben eine verticale conische Axe fest verschraubt, um welch' letztere sich die Büchse B dreht; diese trägt einerseits den in der Ebene des Kreises JK liegenden Alhidadenkreis, auf welchem sich die beiden diametral gegenüberliegenden Nonien befinden, anderseits die beiden Arme $a a'$

an deren oberen Enden sich die beiden Lager für die horizontale Drehungsaxe c des Fernrohres befinden. Mit dieser Drehungsaxe steht die Rinne r in fester Verbindung, welche die beiden cylindrisch ausgedrehten Lager PP' trägt, in welchen das Fernrohr mit seinen Ringen VV' liegt. Auf die Ringe wird die Libelle L mit gleichfalls cylindrisch ausgedrehten Füßen aufgesetzt und durch eine an jedem der beiden Lager PP' befindlichen Schliesse festgehalten. An dem einen (in der Figur hinten liegenden) Ende der horizontalen Drehungsaxe des Fernrohres befindet sich der Gradbogen b zur Messung der Verticalwinkel, dessen Vernier am Arme a' zwischen zwei Spitzschrauben ψ in Körnern gehalten ist; am anderen (in der Figur vorne liegenden) Ende der Klemmarm l , welcher mittelst der Klemmschraube e mit der Axe fest verbunden werden kann; ist diese Schraube gelüftet, so kann das Fernrohr frei um die Axe c in verticaler Ebene gedreht werden; ist sie fest angezogen, so kann dem Fernrohre sammt der Libelle eine feine Bewegung mittelst der Schraube G ertheilt werden, welche beim Nivelliren als Elevationsschraube functionirt, beim Messen von Höhenwinkeln zur feinen Einstellung benützt wird.

Durch die Klemmschraube p kann der Alhidadenkreis gegen den Kreis JK festgestellt und sodann ersterem mittelst der Schraube q , welche mit der Alhidade verbunden ist und auf den mit der Klemme k verbundenen Zapfen ϕ wirkt, eine feine Bewegung gegeben werden. Bei beiden Klemmen für die Horizontal- und Verticalbewegung wirken den Schrauben G und q Schraubenfedern entgegen, welche in den Hülsen $\gamma\gamma$ eingeschlossen sind. Die Schräubchen $\alpha\alpha$, $\beta\beta$ im Ocular dienen zur Parallelstellung der optischen und der Ringaxe (§. 30). Mittelst der zwei Schräubchen bei d , von welchen die eine auf Zug, die andere auf Druck wirkt, wird die Tangente der Libelle am Spielpuncte zur Ringaxe, und mittelst der Schräubchen $\delta\delta$ die Axe des Libellenrohres zur Ringaxe parallel gestellt (§. 31 a).

Die Horizontalstellung des Instrumentes wird mit Hilfe der Libelle L bewirkt, nachdem dieselbe senkrecht zur verticalen Umdrehungsaxe gestellt ist, bei welcher Stellung gleichzeitig der

Nonius des Höhengradbogens die Lesung $0^{\circ} 0'$ geben soll. Man stelle zu diesem Zwecke, nachdem die Libelle nach §. 31 a) berichtigt wurde, das Fernrohr in die Richtung einer Fusschraube und bringe sie mit dieser zum Einspielen; drehe sodann die Alhidade um 180° und schaffe die halbe Ausweichung der Blase mittelst der Schraube G weg; man wird den Versuch wiederholen, bis die Libelle in beiden Lagen einspielt. Zeigt nun der Nonius des Höhengradbodens nicht 0, so bringe man ihn durch Verschiebung mittelst der Spitzschrauben ψ auf diese Lesung. Die Horizontalstellung kann dann auf bekannte Weise (§. 25) erfolgen und der Höhengradbogen gibt den Höhenwinkel des anvisirten Objectes.

Bezüglich der Rectification des Instrumentes als Nivellir-Instrument und des Gebrauches zur Messung von Horizontalwinkeln gilt das im vorhergehenden Paragraphe Bemerkte.

Die Einrichtung zum Distanzmessen ist die Reichenbach'sche. In der Ebene des Fadenkreuzes sind noch zwei zum Horizontalfaden parallele Seitenfäden aufgespannt, welche, nachdem das Instrument in dem einen Endpuncte A der zu messenden Distanz so aufgestellt ist, dass der Mittelpunkt des Instrumentes vertical über A steht, an der auf dem anderen Endpuncte B aufgestellten getheilten Latte (es werden hiezu die in §. 46 beschriebenen Latten zum Selbstablesen gebraucht) ein Stück $= d$ abschneiden. Bezeichnet man mit D die Distanz AB , mit F die Brennweite des Fernrohres, mit e den Abstand der beiden Seitenfäden, endlich mit a die Entfernung des Objectives von der horizontalen Drehungsaxe des Fernrohres, so hat man bekanntlich:

$$D = \frac{F}{e} d + F + a.$$

Die Grössen $\frac{F}{e} = C$ und $F + a = c$ sind für jedes Instrument constant; es ist daher:

$$D = Cd + c \dots (1).$$

Diese Gleichung gibt unmittelbar die Horizontalldistanz AB , wenn die vom mittleren Horizontalfaden gebildete Visur horizontal ist und folglich die in B vertical aufgestellte Latte senkrecht trifft.

Diese Bedingungen sind bei geneigtem Terrain, wenn der Punct B höher oder tiefer als A liegt, nicht erfüllt. Man kann dann auf zweifache Weise verfahren.

a) Die Latte wird vertical gehalten. In diesem Falle wird an der Latte eine Marke angebracht, in einem Abstände vom unteren Ende gleich der mittleren Instrumenthöhe J . Das Instrument wird horizontal gestellt, der horizontale Mittelfaden auf die Marke an der Latte eingestellt und der zwischen den beiden Seitenfäden enthaltene Lattenabschnitt d , sowie am Höhengradbogen der Neigungswinkel α der Visur, welcher die Neigung des Terrains gibt, abgelesen. Dann ist die schiefe Distanz vom Mittelpunkte des Instrumentes bis zur Marke an der Latte:

$$= Cd \cos \alpha + c,$$

somit die Horizontaldistanz D' von A nach B :

$$D' = Cd \cos \alpha^2 + c \cos \alpha;$$

da aber c immer klein ist, so kann man ohne merklichen Fehler $c \cos \alpha^2$ statt $c \cos \alpha$ schreiben, und hat dann

$$D' = (Cd + c) \cos \alpha^2 = D \cos \alpha^2 \dots (2),$$

wo D der durch die Gl. (1) 'gegebene Werth.

b) Die Latte wird senkrecht zur mittleren Visur gehalten, so dass sie gegen die Verticale unter dem Winkel α geneigt ist. Zu diesem Zwecke ist an derselben ein kleines Diopter senkrecht auf die Latte angebracht, dessen Entfernung vom unteren Endpunkte der Latte wieder gleich der mittleren Instrumenthöhe J . Der Gehilfe neigt die in B aufgestellte Latte, bis die Visur durch das Diopter das in A aufgestellte Instrument trifft. Letzteres wird horizontal gestellt, der horizontale Mittelfaden auf das Diopter eingestellt, der Lattenabschnitt d und der Neigungswinkel α am Gradbogen abgelesen. Dann ist

$$D = Cd + c$$

die schiefe Distanz vom Instrumente bis zur Latte, und die Horizontaldistanz D' von A bis B :

$$D' = (Cd + c) \cos \alpha + J \sin \alpha = D \cos \alpha + J \sin \alpha, \dots (3),$$

wo das Glied $J \sin \alpha$ die Projection des gegen den Horizont unter dem Winkel $90^\circ - \alpha$ geneigten Lattenstückes J auf den Horizont ist und gewöhnlich vernachlässigt werden kann, ausser es wäre bei kleinen Distanzen der Winkel α beträchtlich gross.

Um D aus Gl. (1) berechnen zu können, müssen die Constanten C und c für ein gegebenes Instrument bekannt sein. Die Constante $c = F + a$ erhält man leicht mit genügender Genauigkeit durch directe Messung der Brennweite F und des Abstandes a am Instrumente; gewöhnlich ist sehr nahe $a = \frac{1}{2} F$. Ist c bekannt, so erhält man C aus der Gleichung:

$$C = \frac{D - c}{d},$$

wenn man, am besten auf nahe horizontalem Terrain, den Lattenabschnitt d mit dem Instrumente bestimmt und die Distanz D vom Mittelpunkte des Instrumentes bis zur Latte mit Messlatten möglichst genau misst. Man wird gut thun, zur Erlangung eines genaueren Werthes mehrere Distanzen, etwa von 100 bis 300 Meter, um je 50 Meter zunehmend, zu messen, und aus den so erhaltenen Werthen von C das Mittel zu nehmen*). Zur grösseren Bequemlichkeit kann man dann nach Gl. (1) eine Tafel berechnen, welche mit dem Argumente d die Distanz D ohne weitere Rechnung gibt.

Bei den Instrumenten von Hrn. Ertel sind übrigens die beiden Seitenfäden auf zwei besonderen Fadenplatten aufgezogen auf welche die beiden Schraubchen $\lambda\lambda$ (Fig. 28) wirken, wodurch der Abstand der Fäden, also auch C geändert und letzterer Constante ein bestimmter Werth gegeben werden kann; man wählt am zweckmässigsten den Werth $C = 100$, wodurch, wie man

*) Man findet häufig die Vorschrift angegeben, aus einer grösseren Anzahl solcher bei verschiedenen Distanzen gemachten Beobachtungen, wodurch sich eben so viele Gleichungen: $D = C d + c$, in welchen D und d bekannt sind, ergeben, beide Constanten C und c nach der Methode der kleinsten Quadrate zu bestimmen. Dieses Verfahren kann aber, wie schon aus der Form der Gleichung erhellt, nicht zum Ziele führen, da hiezum D und namentlich d mit einer in der Praxis nicht erreichbaren Schärfe gegeben sein müsste.

leicht sieht, die oben erwähnte Tafel entbehrlich wird. Um diese Berichtigung des Fadenabstandes auszuführen, messe man mit Latten eine Distanz $D = 100 + c$ Meter scharf ab, stelle in dem einen Endpunkte die Latte, im anderen das Instrument auf und berichtige mittelst der Schraubchen $\lambda\lambda$ den Fadenabstand so, dass der Lattenabschnitt $d = \frac{D-c}{C} = 1$ Meter wird. Hiebei muss jedoch bemerkt werden, dass bei diesen Instrumenten ein astronomisches Ocular erster Art, wo Bild und Fäden zwischen den beiden Bestandtheilen des Oculars liegen, angewendet und zur Einstellung des Oculars auf die grösste Deutlichkeit der Fäden die in §. 19, Fig. 10 beschriebene Einrichtung getroffen ist, bei welcher die Fadenplatte verschoben wird, bis die Fäden möglichst deutlich erscheinen. Hiedurch wird aber der Abstand der Fäden von der Collectivlinse, und in Folge dessen auch der Werth der Constante C geändert, und zwar hat eine geringe Verrückung des Fadenkreuzes schon eine beträchtliche Aenderung von C zur Folge. Ist diese Constante daher für eine gewisse Stellung des Fadenkreuzes, z. B. für ein normales Auge, bestimmt, oder der Fadenabstand für einen bestimmten Werth von C berichtigt, so darf diese Stellung nicht geändert werden und ein kurzsichtiges Auge muss sich der Brille bedienen, wenn der Beobachter es nicht vorzieht, für die seinem Auge entsprechende Stellung des Fadenkreuzes die Bestimmung von C besonders vorzunehmen. Dass diese Unbequemlichkeit sich einfach dadurch beseitigen lässt, dass zur deutlichen Einstellung der Fäden die zweite der in §. 19 beschriebenen Einrichtungen oder ein astronomisches Ocular zweiter Art angewendet wird, bedarf kaum der Erwähnung*).

Will man zur Erleichterung der Rechnung nach den Formeln (2) und (3) Tafeln construiren, so ist es bequemer, sie in folgender Form zu schreiben:

*) Eine ausführlichere Beschreibung dieses Distanzmessers findet man in „B a u e r n f e i n d's Elemente der Vermessungskunde“, 2. Aufl. 1862 Seite 278–296, wo auch die in Oesterreich wenig übliche Einrichtung der Distanzlatte beschrieben ist, bei welcher das constante Glied c der Gl. (1) in die Theilung der Latte gelegt ist.

$$D' = D - D \sin \alpha^2 = D - R,$$

$$D' = D - (2 D \sin \frac{1}{2} \alpha^2 - J \sin \alpha) = D - R',$$

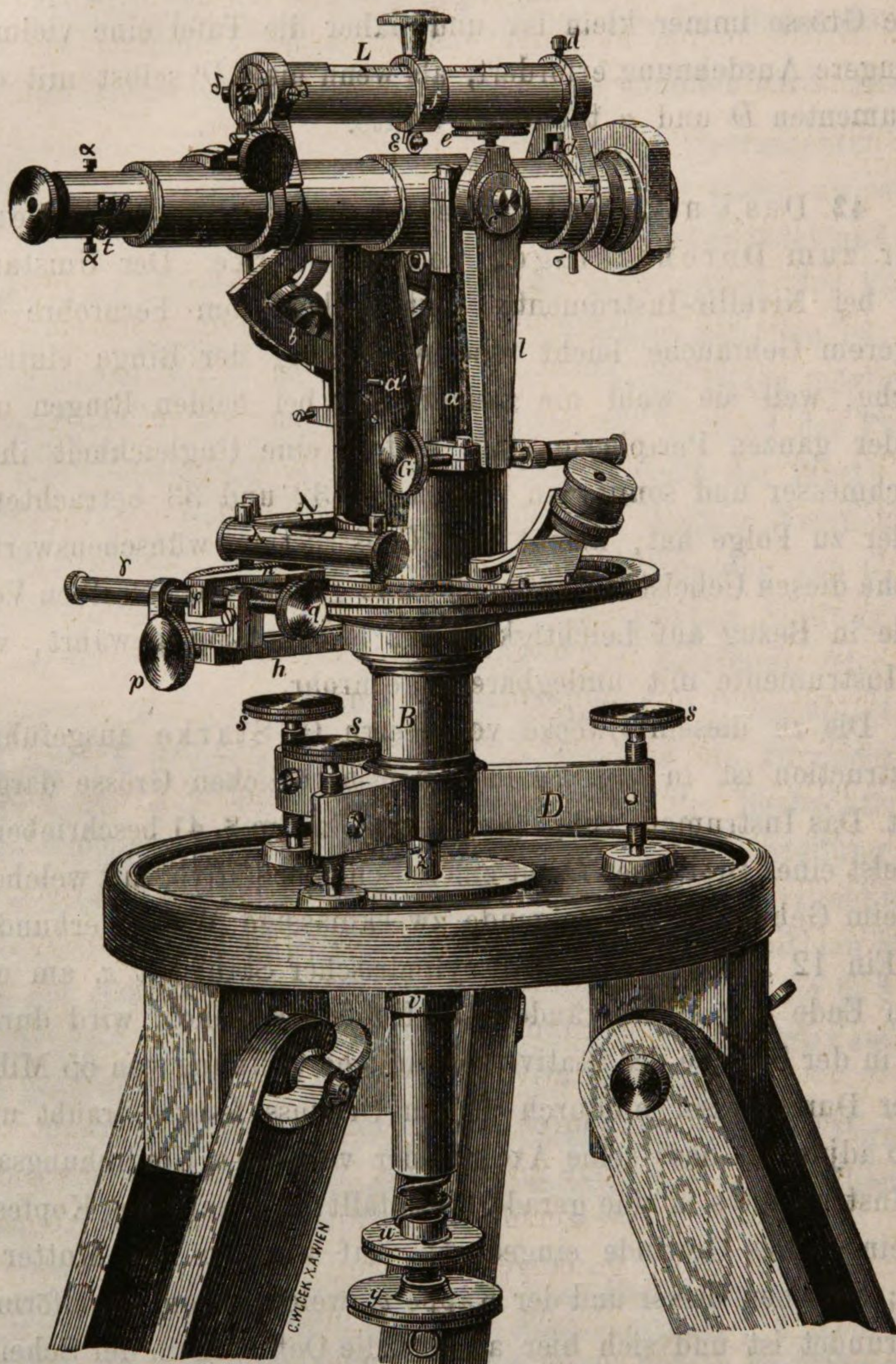
und die Grösse R oder R' , d. i. die Reduction auf den Horizont, in eine Tafel mit zwei Eingängen (D und α) zu bringen, weil diese Grösse immer klein ist und daher die Tafel eine vielmal geringere Ausdehnung erfordert, als wenn man D' selbst mit den Argumenten D und α tabuliren wollte.

42. Das Universal-Nivellir-Instrument mit Fernrohr zum Durchschlagen von G. Starke. Der Umstand, dass bei Nivellir-Instrumenten mit umlegbarem Fernrohre bei längerem Gebrauche leicht eine Abnützung der Ringe eintritt, welche, weil sie wohl nie gleichförmig bei beiden Ringen und an der ganzen Peripherie statt findet, eine Ungleichheit ihrer Durchmesser und somit den in den §§. 32 und 33 betrachteten Fehler zu Folge hat, macht eine Construction wünschenswerth, welche diesen Uebelstand vermeidet und gleichwohl dieselben Vortheile in Bezug auf Leichtigkeit der Rectification gewährt, wie die Instrumente mit umlegbarem Fernrohr.

Die zu diesem Zwecke von Herrn G. Starke ausgeführte Construction ist in Fig. 29 in $\frac{2}{7}$ der natürlichen Grösse dargestellt. Das Instrument ruht, ähnlich wie das im §. 41 beschriebene, mittelst eines Dreifusses D auf einem Scheibenstative, mit welchem es beim Gebrauche auf folgende zweckmässige Weise verbunden ist. Ein 12 Millimeter starker cylindrischer Stahlstift z , am unteren Ende mit einem ränderirten Kopfe y versehen, wird durch eine in der Scheibe des Statives befindliche Oeffnung von 65 Millimeter Durchmesser hindurch in den Dreifuss festgeschraubt und ist so adjustirt, dass seine Axe mit der verticalen Umdrehungsaxe des Instrumentes in eine gerade Linie fällt; oberhalb des Kopfes y ist ein steiles Gewinde eingedreht, auf welchem die Mutter u geht; zwischen dieser und der Kappe v , welche oben kugelförmig abgerundet ist und sich hier an eine die Oeffnung in der Scheibe deckende Platte anlegt, ist eine Schraubenfeder eingelegt, welche mittelst der Mutter u gespannt werden kann, wodurch das In-

strument auf der Scheibe festgehalten wird. Bei dieser Einrichtung ist, sobald das Instrument mittelst der Stellschrauben *sss* hori-

Fig. 29.



zontal gestellt ist, der Stahlstift stets vertical in der Verlängerung der verticalen Umdrehungsaxe des Instrumentes, und

letzteres kann mittelst eines in das unter dem Kopfe y befindliche Ohr gehängten Bleiloths genau über einen gegebenen Punct centrirt werden, da die Oeffnung in der Scheibe eine seitliche Verschiebung von 53 Millimeter gestattet. Mit dem Dreifusse steht die Säule B in Verbindung, welche den Horizontalkreis trägt und die Büchse für die verticale Umdrehungsachse enthält. Letztere endet oben in eine Alhidadenscheibe, mit welcher der Nonius des Horizontalkreises, die Träger der beiden Kreuzlibellen $\lambda\lambda$ und der zur Klemmung des Horizontalkreises gehörige Arm n verbunden sind. Diese Vorrichtung zur Klemmung und feinen Bewegung der Alhidade geht vom Centrum aus; der Klemmarm h endet in einen die Säule B umfassenden Ring und kann mittelst der Schraube p , welche auf ein in den Ring eingelegtes Bremsstück wirkt, festgestellt werden. Der Arm n reicht mit dem Zapfen φ in ein auf den Klemmarm h aufgesetztes gabelförmiges Stück, in welchem die zur feinen Bewegung dienende Schraube q ihre Mutter hat; durch einen Stahlstift, auf welchen eine in die Hülse γ eingeschlossene Schraubenfeder wirkt, wird der Zapfen φ an die Schraube q angedrückt. Ist die Klemmschraube p gelüftet, so kann man die Alhidade frei um die verticale Axe drehen; ist p angezogen, so kann eine feine Bewegung mittelst der Schraube q bewirkt werden.

Die Alhidadenscheibe trägt die beiden Ständer aa' , an deren oberen Enden sich die Lager für die horizontale Umdrehungsaxe c des Fernrohres befinden; die Höhe der beiden Ständer gestattet, dass das Fernrohr mit seiner Objectivhälfte zwischen denselben durchgeschlagen werden kann. Das Fernrohr ist mit zwei cylindrischen Ringen VV' von genau gleichem Durchmesser versehen, auf welche die Libelle L aufgesetzt wird. Ein am Fernrohre befindlicher Stift (bei σ für die andere Lage der Libelle sichtbar), welcher zwischen zwei am Fusse der Libelle befindliche horizontale Stifte greift, verhindert eine Drehung der Libelle auf den Ringen; durch einen Haken ε , welcher mit dem drehbaren Ringe f in Verbindung steht und in ein am Fernrohre befestigtes Ohr eingreift, wird das Herabfallen derselben verhindert. Die zwei

Correctionsschraubchen dd dienen zur Parallelstellung der Tangente der Libelle am Spielpuncte mit der Ringaxe, die Schraubchen $\delta\delta$, um die Axe der Libelle mit der Ringaxe parallel zu machen. Mit Hilfe der Schraubchen $\alpha\alpha$ wird die durch den Horizontalfaden gebildete Visirebene zur Ringaxe parallel gestellt. Zwei Schraubchen t (das zweite ist in der Figur nicht sichtbar) dienen zur Horizontalstellung des einen Fadens; werden nämlich diese Schraubchen gelüftet, so kann die Fadenplatte etwas gedreht und dadurch der eine Faden auf bekannte Weise (§. 26) horizontal gestellt werden, wornach die beiden Schraubchen wieder angezogen werden. An einem Ende der horizontalen Umdrehungsaxe c befindet sich der Gradbogen b , welcher Höhenwinkel bis zu 45° zu messen gestattet; am anderen Ende der Klemmarm l mit der Klemmschraube e und der Elevationsschraube G zur feinen Bewegung des Fernrohres in verticaler Ebene.

Das Fernrohr hat nur 22 Centimeter Brennweite und 25malige Vergrößerung, und dabei ist die optische Leistung, in Folge der Anwendung von Objectiven und achromatischen Mikrometer-Ocularen nach Steinheil's Construction, eine ebenso vollkommene, wie bei Fraunhofer'schen Fernrohren von 32 Centimeter Brennweite. Die Bedingung des Durchschlagens erfordert aber ein kurzes Fernrohr, um die für ein Nivellir-Instrument zulässigen Dimensionen der Construction nicht zu überschreiten.

Bezüglich der Horizontalstellung, der Rectification der beiden Kreuzlibellen, der Horizontal- und Verticalwinkelmessung gilt das in §. 40 unter $a)$, $c)$ und $d)$ Gesagte. Nur bezüglich der Wegschaffung des Collimationsfehlers, d. i. Senkrechtstellung der optischen Axe des Fernrohres zur horizontalen Umdrehungsaxe desselben, mag bemerkt werden, dass dieselbe sich bei dem vorliegenden Instrumente auch auf folgende Weise bewerkstelligen lässt. Man stelle dasselbe über einem durch einen Pflock bezeichneten Puncte A genau centrisch auf und stecke in einer geeigneten nahe horizontalen Richtung mittelst des Fernrohres des Instrumentes noch zwei Puncte B und C mit Pflocken aus, so dass die Distanzen AB und BC ungefähr gleich und etwa 200 bis

400 Meter werden. Nun wird das Instrument im mittleren Puncte *B* aufgestellt und genau centrirt; hierauf mit dem Verticalfaden des Fernrohres der Punct *A* pointirt, das Fernrohr durchgeschlagen und auf den Punct *B* gerichtet; zeigt sich eine Abweichung, so wird die Hälfte derselben durch die auf die Fadenplatte horizontal wirkenden Schraubchen $\beta\beta$ weggeschafft.

Was die Rectification des Instrumentes als Nivellir-Instrument betrifft, so wird die Berichtigung der Libelle *L* nach §. 31 *a*) vorgenommen und sodann die Parallelstellung der optischen Axe mit der Ringaxe auf folgende Weise bewerkstelligt. Man stellt das Instrument horizontal, setzt die Libelle *L* auf die Ringe bringt dieselbe mittelst der Schraube *G* genau zum Einspielen und visirt die Zieltafel einer etwa 200 Meter entfernten Nivellir-latte ein oder liest den Ort des Horizontalfadens an der Theilung der Latte ab; nun dreht man das Instrument um 180° im Horizont, hebt die Libelle ab, schlägt das Fernrohr durch, setzt die Libelle wieder auf die Ringe und bringt die Blase mit der Schraube *G* zum Einspielen; trifft der Horizontalfaden wieder den früheren Ort an der Latte, so ist die optische Axe parallel zur Ringaxe und somit die erstere, nachdem die Berichtigung der Libelle nach §. 31 *a*) vorausgegangen, bei einspielender Libelle horizontal; zeigt sich eine Abweichung, so wird die Hälfte derselben durch die auf die Fadenplatte vertical wirkenden Schraubchen $\alpha\alpha$ weggeschafft und der Versuch wiederholt.

Hiebei wird, wie leicht einzusehen, vorausgesetzt, dass die Ringaxe und die horizontale Umdrehungsaxe *c* des Fernrohres sich in einem Puncte schneiden oder in einer Ebene liegen; eine leichte Ueberlegung lehrt, dass ein Fehler in dieser Beziehung ganz in derselben Weise wirkt, wie der in §. 34 besprochene Fehler in der Centrirung des Objectives gegen die Ringaxe. Der denkende Künstler wird leicht die Mittel finden, diese Bedingung bei der Herstellung des Instrumentes auf mechanischem Wege mit genügender Schärfe zu erfüllen.

Zur Distanzmessung ist, wie bei dem Ertel'schen Nivellir-Instrumente, der Reichenbach'sche Distanzmesser angebracht,

und die beiden Seitenfäden sind in unveränderlichem Abstände so auf die Fadenplatte aufgezogen, dass die Constante C nahe $= 100$ ist. Schreibt man dann die Gleichung $D = Cd + c$ in der Form

$$D = 100 d + (C - 100) d + c,$$

so kann man ein kleines Täfelchen rechnen, welches mit dem Argumente d die Grösse

$$k = (C - 100) d + c$$

gibt, und man hat dann einfach: $D = 100 d + k$.

Bezüglich der Bestimmung der Constante C und der Reduction auf den Horizont gilt das im vorhergehenden Paragraph Gesagte.

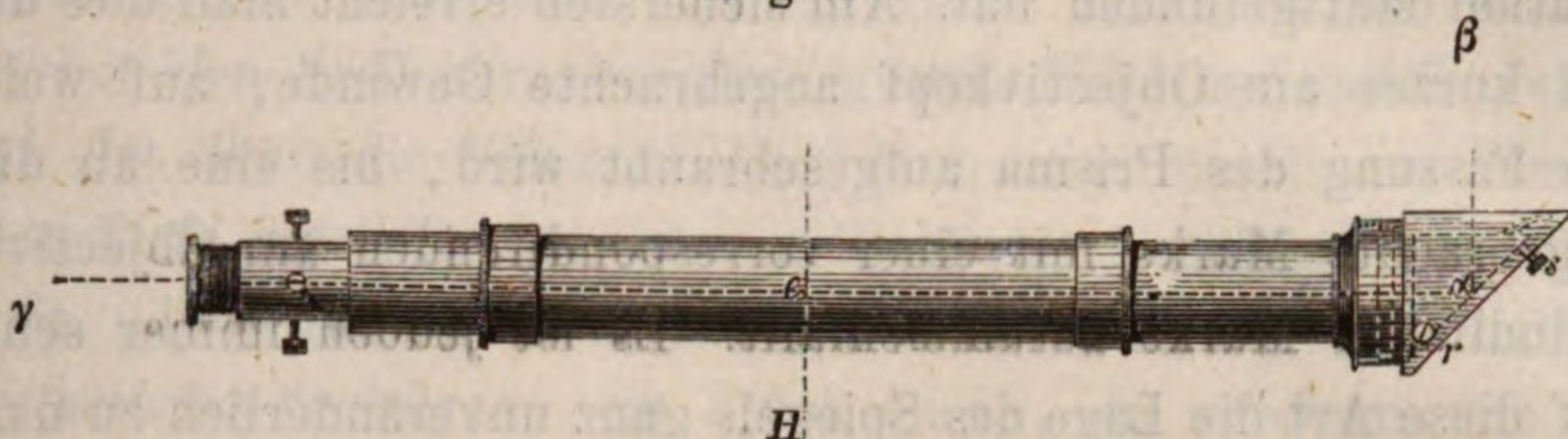
43. Einrichtung eines Nivellir-Instrumentes, um mit demselben eine Verticalebene auszustecken. Beim Traciren der Eisenbahnen, namentlich beim Tunnelbau, kommt häufig das Bedürfniss vor, Punkte in der Verticalebene der Trace scharf anzugeben, deren Visur sich wegen ihrer grossen Neigung gegen den Horizont mit dem gewöhnlichen Nivellir-Instrumente nicht mehr erhalten lässt.

Soll z. B. der Bau eines Tunnels von einem Schachte aus fortgesetzt werden, so kann seine Richtung nur dadurch bestimmt werden, dass man die Verticalebene, in welcher der Tunnel liegen soll, durch den Schacht hinunter bezeichnet. In Ermangelung besserer Hilfsmittel geschieht dieses gewöhnlich durch zwei Senkel, welche man über Tag in die gegebene Richtung einvisirt. Allein dieses Verfahren ist, wie sich von selbst versteht, nicht nur sehr ungenau, sondern auch unanwendbar, wenn der Schacht gegen die Verticallinie geneigt ist, was öfter vorkommt.

Bei jenen Nivellir-Instrumenten, deren Fernrohr zum Umliegen eingerichtet ist, lässt sich dieser Zweck einfach und mit grosser Schärfe auf folgende Art erreichen. Vor dem Objectiv des Fernrohres wird (Fig. 30) mittelst einer geeigneten Fassung ein Planspiegel oder Reflexionsprisma so angebracht, dass der reflectirte Strahl $\alpha\beta$ mit der Ringaxe $\alpha\gamma$ des Fernrohres einen

rechten Winkel bildet. Ist dann die letztere Axe auf gewöhnliche Art mit der Libelle horizontal gestellt, so beschreibt der reflectirte Strahl $\alpha\beta$ eine verticale Ebene, während man das Rohr

Fig. 30.



um die Ringaxe dreht und man ist dadurch in den Stand gesetzt, beliebige Punkte in der Verticalebene mit grosser Schärfe auszustecken.

Die wesentliche Rectification besteht hier in der Untersuchung, ob der reflectirte Strahl $\alpha\beta$ senkrecht zur Ringaxe. Man stelle zu diesem Zwecke die Visur $\alpha\beta$ auf ein entferntes Object scharf ein, lege hierauf das Rohr um, so dass das Objectiv gegen die frühere Ocularseite zu liegen kommt und bringe durch Drehung des Rohres die Visur wieder nach demselben Objecte. Weil aber hierbei der Mittelpunkt des Spiegels seinen Ort bedeutend verändert, nämlich um zweimal $e\alpha$ (Fig. 30), wenn He die verlängerte Hauptaxe, so muss der anvisirte Punkt eben so weit nach derselben Seite hin versetzt werden. Dieser muss nun in der zweiten Lage des Rohres von der Visur getroffen werden, wo nicht, so wird der halbe Fehler mittelst der Correctionsschraube s weggeschafft, welche zu diesem Zwecke an der Fassung des Prisma angebracht ist, und auf das um zwei Schraubenspitzen r drehbare Prisma wirkt. Man wird den Versuch wiederholen, bis die Probe gehörig zutrifft. Am besten wird es sein, in einer zweckmässigen Entfernung zwei Marken (schwarze Kreise auf weissem Grunde) anzubringen, deren horizontale Distanz $= 2e\alpha$. Nur wenn das Object wenigstens zwei Meilen entfernt ist, kann in beiden Lagen derselbe Punkt anvisirt werden, weil dann der Fehler im rechten Winkel zwei Secunden nicht mehr übersteigt, mithin als unerheblich vernachlässigt werden kann.

Die Verbindung der Fassung des Prisma mit dem Fernrohre soll so eingerichtet sein, dass das Prisma bei jedesmaligem Ansetzen genau wieder in die Lage kommt, welche bei der Rectification stattgefunden hat. Am sichersten erreicht man dies durch ein kurzes am Objectivkopf angebrachte Gewinde, auf welches die Fassung des Prisma aufgeschraubt wird, bis eine an dieser angebrachte Marke mit einer correspondirenden am Objectivkopf befindlichen Marke zusammenfällt. Es ist jedoch immer schwer, auf diese Art die Lage des Spiegels ganz unveränderlich zu fixiren. Jene Ingenieure, welche öfter in die Lage kommen, von dieser Einrichtung Gebrauch zu machen, werden daher die kleine Mehrauslage nicht scheuen und beim Künstler ausser dem gewöhnlichen Fernrohre noch ein zweites ganz gleiches anfertigen lassen, mit welchem die Fassung des Prisma fest und unveränderlich verbunden ist.

Die Rectification des rechten Winkels geschieht in diesem Falle ganz auf die vorhin erklärte Art und man wird sich auf die Richtigkeit eines solchen Rohres lange Zeit verlassen können, wenn es mit Schonung behandelt wird. Bei jenen Instrumenten, bei welchen die Libelle auf die Ringe aufzusetzen ist, wird die Ringaxe dieses besonderen Rohres nach §. 31, a) ganz eben so horizontal gestellt, wie beim gewöhnlichen Rohre. Bei den Instrumenten nach Fig. 21, wo die Libelle mit den Trägern verbunden, ist die Ringaxe des gewöhnlichen Rohres bei einspielender Libelle horizontal, vorausgesetzt, dass das Instrument nach §. 31, c) rectificirt ist; folglich muss dann auch die Ringaxe des Spiegelrohres horizontal sein, wenn die Libelle einspielt und die Ringdurchmesser gleich sind.

Die Anwendung dieses besonderen Rohres ergibt sich von selbst. Man kann damit beliebige Punkte in einerlei Vertical-ebene über sehr gruppirtes Terrain und selbst über hohe Berge ebenso einfach als genau ausstecken, die Spitze eines Thurmes auf den Boden projiciren etc. Um die Richtung eines Tunnels durch einen Schacht hinunter anzugeben, wird das Instrument über der Oeffnung so aufgestellt, dass die Oeffnung α (Fig. 30)

in die Trace fällt. Mit einem Scharnierstative wird dieses freilich Schwierigkeiten haben, hingegen bei Instrumenten mit Zapfenstativ kann man auf einem Balken einen Zapfen anbringen und auf diesem das Instrument mit der Hülse aufsetzen, wo es sich dann mit den Stellschrauben, wie gewöhnlich, horizontal stellen lässt. Ist dann die Visur in die Trace eingerichtet, so können in der Tiefe zwei Punkte in der Richtung derselben angegeben werden. Um diese Punkte mit besonderer Schärfe zu erhalten, kann man so verfahren: ein Stück Blech, in welchem sich ein Loch von etwa 2 Millimeter Durchmesser befindet, wird von unten beleuchtet, dieser Lichtpunkt in die Visur gebracht und das Blech in dieser Lage befestigt. Eben so wird der zweite Punkt erhalten und die Linie kann in der Tiefe auf verschiedene Art verlängert werden, z. B. durch zwei durch die Punkte gehende Senkel. Auf gleiche Art wird man bei einem geneigten Schachte verfahren, nur dass hier schon die Linie des Schachtes selbst controlirt werden muss, damit sie nicht aus der gegebenen Verticalebene heraustrete.

Mit diesem Rohre lassen sich, so weit die Genauigkeit der Ablesung reicht, auch Horizontalwinkel messen, die Höhenwinkel der Objecte mögen noch so gross oder noch so verschieden sein. Dabei entsteht zwar ein sogenannter Excentricitätsfehler, weil der Spiegel sich bedeutend seitwärts von der verticalen Hauptaxe des Instrumentes befindet; allein man kann ihn auf folgende Art eliminiren. Jeder Punkt kann nämlich auf zweifache Art anvisirt werden, wobei derselbe das eine Mal rechts, das andere Mal bei umgelegtem Fernrohre links zu liegen kommt. Wird nun der Winkel in beiden Lagen des Fernrohres gemessen und das Mittel genommen, so ist dieses von dem besprochenen Fehler frei, wie man leicht aus einer einfachen geometrischen Betrachtung findet.

Endlich ist das Instrument bei dieser besonderen Einrichtung auch zu astronomischen Beobachtungen geeignet. Zeitbestimmungen, Messungen der geographischen Breite durch Beobachtungen im ersten Vertical und astronomischer Azimuthe lassen sich mit bedeutender Schärfe erhalten; die letzteren mittelst der Polsterne

auch unabhängig vom Horizontalkreise des Instrumentes. Ein näheres Eingehen in diese interessanten Anwendungen liegt jedoch ganz ausser dem Zwecke dieses Buches.

Nivellirlatten und Zieltafeln.

44. Auch die Maassstäbe, womit der Abstand der Visirlinien vom Boden gemessen wird, nämlich die Nivellirlatten, sind in verschiedener Form und Einrichtung gebräuchlich. Im wesentlichen

Fig. 31.

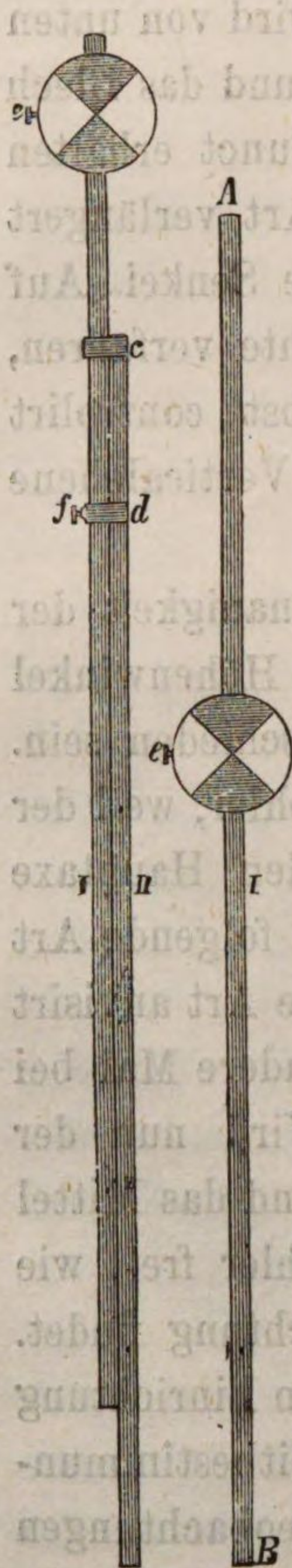
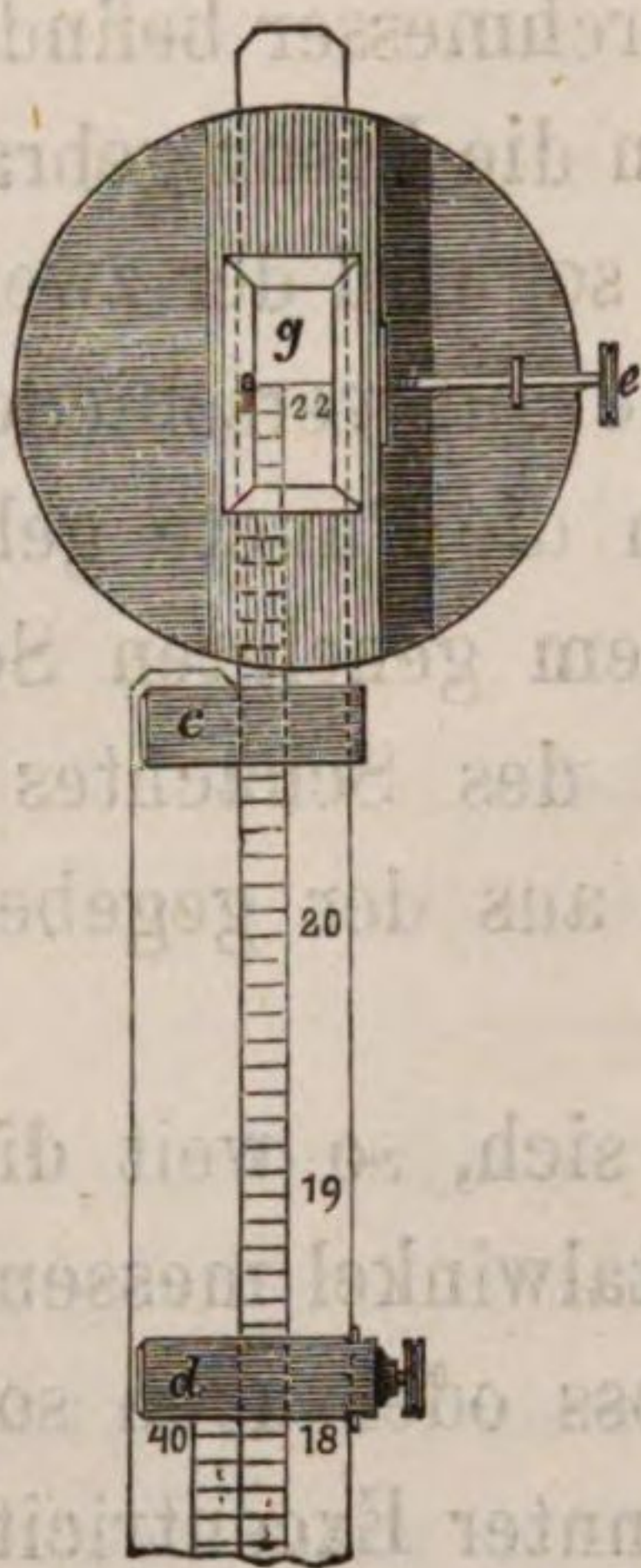


Fig. 32.



bestehen sie aus einer genau eingetheilten hölzernen Stange von 2 bis 4 Meter Länge, längs welcher sich eine Tafel von 20 bis 30 Centimeter Breite und Höhe verschieben und jedesmal so stellen lässt, dass die Visur ihre Mitte trifft. Ein mit der Tafel verbundener Index oder Vernier gibt dann die genaue Zielhöhe auf der Theilung der Stange an.

Die Einrichtung solcher Latten, wie sie bei uns üblich sind, zeigt Fig. 31 in $\frac{1}{24}$ der natürlichen Grösse. Die Zielscheibe ist mittelst einer Hülse an der Stange I nach der ganzen Länge verschiebbar; eine angebrachte Feder gibt so viel Reibung, dass die Scheibe nicht durch ihr eigenes Gewicht sinken kann. In Fig. 32 sieht man die Scheibe sammt der Hülse von der Rückseite; mit der Druckschraube *e* lässt sich die Scheibe in jeder beliebigen Lage feststellen; bei *g* ist die Hülse durchbrochen und auf einer angeschraubten Messingplatte der Index oder Vernier mit dem Mittelpunkte der Scheibe correspondirend angebracht. Die unmittelbare Theilung reicht bis

2 Meter und gibt Hunderttheile, der Vernier Tausendtheile des Meter. Der Gehilfe bewegt die Scheibe längs der Stange mit der Hand und bringt sie dadurch in die Visirlinie des Geometers. Ist die Höhe so gross, dass die Stange I nicht mehr ausreicht, so kommt sie mit einer Stange II in Verbindung, indem sie durch die Hülsen *cd* der letzteren gesteckt und die Scheibe am oberen Ende bei 2 Meter festgestellt wird. Die Theilung ist auf der Stange II fortgesetzt, auf welcher der bei *B* angebrachte Vernier die Höhe der Scheibe über dem Boden angibt. Mittelst der Klemmschraube *f* lässt sich die Stange I in jeder Höhe feststellen. Auf diese Weise erreicht man mit unseren Latten eine Höhe von 4 Meter; für noch grössere Höhen kann eine dritte Stange ganz auf dieselbe Art mit der Stange II verbunden werden.

Eine andere bei uns wenig benützte Einrichtung ist folgende. Am oberen und unteren Ende der etwa vier Meter langen Stange sind zwei kleine Rollen angebracht; über diese läuft eine Schnur ohne Ende, womit die Zieltafel in Verbindung steht und mittelst der straff angespannten Schnur längs der Stange auf und ab bewegt werden kann. Es wird nicht nöthig sein, diesen ohnehin einfachen Mechanismus durch eine Figur zu erläutern; auch wollen wir nicht entscheiden, welche dieser beiden Einrichtungen die bessere sei.

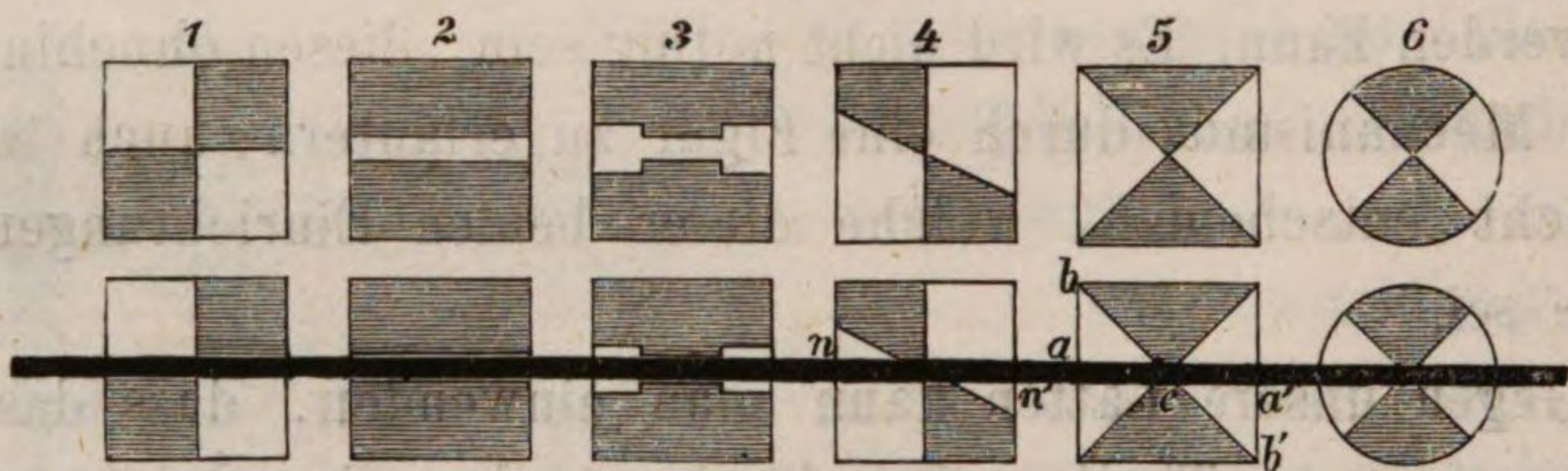
Gegen unsere Latten kann man einwenden, dass das Zusammensetzen der Theile zeitraubend sei, dass der Gehilfe nicht wissen könne, ob er mit der einfachen Latte ausreiche, mithin zeitraubende Versuche eintreten werden. Indessen erlangen die Gehilfen, wie die Erfahrung zeigt, in kurzer Zeit eine solche Uebung, dass sie selten mehr in Zweifel sind, ob sie die einfache oder zusammengesetzte Latte aufzustellen haben. Auch kann dieser Uebelstand durch Anwendung zweier Zielscheiben, wie später gezeigt werden wird, ganz umgangen werden.

Die Latte mit der Schnur ohne Ende ist gleichfalls nicht ohne Nachtheile. Des leichteren Transportes wegen besteht sie aus zwei Theilen, die vor der Aufstellung zusammengesetzt werden müssen, da die Rollen nur am oberen und unteren Ende be-

findlich sind. In ebenem Terrain, wo die Gefällshöhen nur gering sind, hat demnach der Gehilfe unnöthig immer die schwere 4 Meter hohe Stange zu dirigiren und gegen den Wind senkrecht zu halten. Ist die Tafel hoch, so muss er die Stange umlegen, um das Maass ablesen zu können, wobei er durch sorgfältiges Andrücken der Schnur an die Stange die Tafel in ihrer Lage zu erhalten sucht. Dass bei dieser Manipulation kleine Verrückungen leicht möglich sind, ist nicht wohl zu leugnen. Bewirkt die Schwere der Tafel eine Dehnung der Schnur, so wird das Maass nach dem Umlegen unrichtig sein, weil dann die Dehnung nicht mehr vorhanden ist. Dieser Fehler kann jedoch vermieden werden, wenn der Tafel einige Reibung an der Stange gegeben und dadurch die Wirkung der Schwere aufgehoben wird.

45. An den Zieltafeln und Zielscheiben hat man vorzüglich viel gekünstelt. Fig. 33 zeigt einige der üblicheren Formen, welche in einer zweiten Reihe unterhalb vom Horizontalfaden durch-

Fig. 33.



schnitten wiederholt sind, dessen Dicke etwa einem Fernrohre von 15maliger Vergrößerung bei einer Distanz von 200 bis 300 Meter entspricht. Die Tafeln werden in Felder von zweierlei möglichst sichtbaren Farben getheilt, wozu sich weiss und hellroth am besten eignen. Nr. 1 ist die ältere Einrichtung, deren Unzweckmässigkeit sogleich auffällt, weil, wenn der Horizontalfaden die Grenzlinie bedeckt, man innerhalb der Grenzen der scheinbaren Fadendicke ungewiss ist, ob derselbe die Tafel genau halbt. Bei Entfernungen über 200 Meter bedeckt der Faden auf der Tafel schon über 13 Millimeter; die Halbirung derselben kann nur nach der scheinbaren Gleichheit der oberen und unteren Hälfte der Tafel

beurtheilt werden, woraus folgt, dass die horizontale Mittellinie ganz zwecklos wird und eine gleichförmige Fläche der ganzen Tafel dieselben Dienste leisten würde.

In Nr. 2 geht durch die Mitte der ganz rothen Tafel ein weisser 2 bis 3 Centimeter breiter Streifen, auf welchen der Faden sich zwar gut einstellen lässt, allein bei grossen Entfernungen wird derselbe vom Horizontalfaden nahe oder ganz gedeckt, und die scharfe Beurtheilung der Halbirung geht wieder grossentheils verloren. Diesem soll Nr. 3 abhelfen, indem man bei kleineren Distanzen den schmalen Mitteltheil des Streifens, bei grösseren hingegen die breiteren Seitentheile halbart. Bei beiden Formen wird jedoch die scharfe Einstellung erschwert, wenn der Gehilfe die Latte etwas schief hält und deshalb der Streifen mit dem Horizontalfaden nicht parallel erscheint, selbst wenn diese Neigung der Latte nicht so gross ist, um einen merklichen Fehler in der Visirhöhe unmittelbar zu veranlassen.

In Nr. 4 geht der Faden durch die Mitte, wenn die gegenüberliegenden kleinen weissen Dreiecke nn' gleich gross erscheinen; in Nr. 5 und 6, wenn die horizontalen Winkel halbart, oder besser, wenn gegenüberliegende Felder, wie abc und $a'b'c'$ einander genau gleich sind. Diese Einstellung lässt, besonders bei Nr. 5 und 6, vielfachen praktischen Erfahrungen gemäss, sowohl bei grossen als kleinen Distanzen, einen hohen Grad von Genauigkeit zu, auch ist sie von einer etwas schiefen Stellung der Latte unabhängig, wenn sie so bewirkt wird, dass gegenüberliegende Felder gleich erscheinen.

46. Man hat auch Nivellirlatten ohne Zieltafeln, auf deren Eintheilung die Visirhöhe unmittelbar durch das Fernrohr abgelesen werden kann. Die Theilung der Latte nun so einzurichten, dass sie selbst bei grösseren Entfernungen mit hinreichender Schärfe sich ablesen lässt, ist hier die Hauptsache, und es gibt viele mehr oder minder zweckmässige Vorschläge hierzu. Vor allem muss man sich hüten, zu kleine Theile noch ausdrücken zu wollen, denn solche sind aus grösseren Distanzen nicht mehr

erkennbar und werden theilweise oder ganz durch den Visirfaden gedeckt. Sind die einzelnen Theile Centimeter oder Hunderttheile der Klafter, so lässt sich ein solcher Theil nach dem Augenmaasse noch leicht in zehn Theile theilen, mithin die Lattenhöhe mit einer Schärfe erhalten, welche für die meisten praktischen Zwecke genügt. Solche Schätzungen sind nach vielfältiger Erfahrung an verschiedenen Individuen, selbst bei geringer Uebung bis auf $\frac{1}{10}$, bei grösserer bis auf $\frac{1}{20}$ des Intervalles genau. Ueberhaupt muss man der handwerksmässigen Praxis den Vorwurf machen, dass sie in ähnlichen Fällen das Augenmaass nicht zu Hilfe nehmen will, welches oft genauer ist, als eine mittelmässige Untertheilung.

Um wieder auf die Lattenscala zurück zu kommen, so ist eine einfache Theilung mit schwarzen Strichen auf weissem Grunde, wie besonders hierüber angestellte Versuche darthun, den meisten anderen Künsteleien vorzuziehen. Fig. 34 zeigt eine solche Scala

Fig. 34. Fig. 35. Fig. 36. in einzelne Centimeter getheilt. Ist die Latte 60 bis 80 Millimeter breit, und sind die einzelnen Striche 3 Centimeter lang und 1 bis 1.5 Millimeter dick, so wie die beigetzten Ziffern im gehörigen Verhältniss, so lässt sich eine solche Scala mit einem guten Fernrohre von 15maliger Vergrösserung in einer Entfernung von 300 Meter und bei 25maliger Vergrösserung selbst in der Distanz von 400 Meter noch leicht ablesen, wenn die Beleuchtung günstig und die Luft nicht zu unruhig ist. Hiernach wird man leicht für ein gegebenes Fernrohr und bestimmte Stationslängen die Latten-theilung zweckmässig einrichten.

Eine Scala nach Fig. 35 ist zwar noch weiter und auch bei minder günstiger Beleuchtung lesbar, allein wegen der ungleichen Farbe der angrenzenden Theile ist hier die Schätzung der Bruchtheile schwieriger, wie man sich durch eigene Versuche leicht



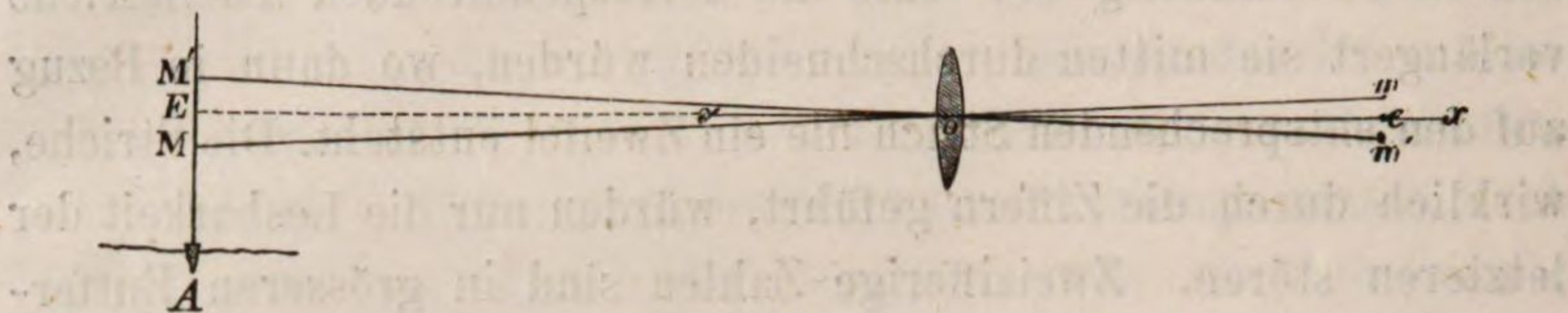
überzeugen wird. Letzterem Uebelstande wird durch die in Fig. 36 dargestellte Einrichtung der Scala begegnet, weil hier der Faden immer auf einem weissen beiderseits begrenzten Felde erscheint. Bei den Ziffern sind alle Haarstriche, Spitzen u. dgl. zu vermeiden, da diese in grösseren Entfernungen nicht sichtbar sind und nur die Deutlichkeit der Hauptfigur stören. Man stellt die Ziffern zweckmässig so, dass die correspondirenden Theilstriche verlängert sie mitten durchschneiden würden, wo dann in Bezug auf den entsprechenden Strich nie ein Zweifel entsteht. Die Striche, wirklich durch die Ziffern geführt, würden nur die Lesbarkeit der letzteren stören. Zweizifferige Zahlen sind in grösseren Entfernungen schwer lesbar und können vermieden werden, indem man für 11, 12, 13 etc. blos 1, 2, 3 etc. setzt, und in den aufeinander folgenden Metern die Ziffern abwechselnd schwarz und roth schreibt, um sogleich durch den Anblick aufmerksam gemacht zu werden, in welchem Meter man sich befindet.

Die Anwendung dieser Latten verdient in jeder Beziehung empfohlen zu werden. Nicht nur dass die Arbeit beschleunigt wird, weil das zeitraubende Einvisiren der Zieltafel hinwegfällt, sie gewähren auch den wesentlichen Vortheil, dass der Geometer das ganze Geschäft in seiner Hand hat und nicht zu besorgen braucht, dass der Gehilfe beim Ablesen und Aufschreiben der Lattenhöhe Fehler begehe. Haben die Scalentheile eine zweckmässige Grösse (etwa 1 Centimeter), so ist auch die Genauigkeit kaum eine geringere, als beim Gebrauche von Nivellirlatten mit Zieltafeln, da die Schätzung des Bruchtheiles, wie schon oben bemerkt, bis auf $\frac{1}{20}$ des Scalentheiles genau ist, und somit schon bei mässigen Entfernungen der Grenze des zufälligen Beobachtungsfehlers nahe kommt, abgesehen davon, dass man sich beim Einwinken der Zieltafel häufig genug mit einer Näherung zufrieden geben muss, wenn man auch sieht, dass die Einstellung noch besser sein könnte.

Der Vortheil, welchen eine Nivellirlatte mit Zieltafel darbietet, dass man erforderlichenfalls zur Erzielung einer grösseren Genauigkeit die Zieltafel mehrmals einvisiren und aus den Le-

sungen das Mittel nehmen kann, lässt sich auch bei den Latten zum Selbstablesen erreichen, wenn man zu beiden Seiten des Horizontalfadens noch einen mit diesem parallelen Seitenfaden einspannt, alle drei Fäden an der Latte abliest und die Lesungen an den beiden Seitenfäden auf den Mittelfaden reducirt.

Fig. 37.



Es seien (Fig. 37) e der Mittelfaden, m und m' der obere und untere Seitenfaden, o der optische Mittelpunkt des Objectives; ferner $AM = l_1$, $AE = l_m$, $AM' = l_2$ die an den drei Fäden abgelesenen Lattenhöhen, und

$$ME = l_m - l_1 = e_1, \quad EM' = l_2 - l_m = e_2,$$

so hat man aus den beiden Seitenfäden: $l_m = l_1 + e_1$, $l_m = l_2 - e_2$ und somit für das Mittel L der drei Fäden:

$$L = \frac{1}{3} (l_1 + l_m + l_2) + \frac{1}{3} (e_1 - e_2),$$

wo $+\frac{1}{3} (e_1 - e_2) = R$ die Reduction des Mittels der drei Ablesungen auf den Mittelfaden ist. Es seien nun f_1 und f_2 die Winkel moe und $m'oe$, welche die beiden Seitenfäden am optischen Mittelpunkte des Objectives mit dem Mittelfaden bilden, so hat man, wenn D die Entfernung der Latte vom Objective bedeutet:

$$e_1 = D \operatorname{tg} f_1, \quad e_2 = D \operatorname{tg} f_2, \quad e_1 + e_2 = D (\operatorname{tg} f_1 + \operatorname{tg} f_2),$$

folglich:

$$e_1 - e_2 = D (\operatorname{tg} f_1 - \operatorname{tg} f_2) = \frac{\operatorname{tg} f_1 - \operatorname{tg} f_2}{\operatorname{tg} f_1 + \operatorname{tg} f_2} (e_1 + e_2),$$

und für die gesuchte Reduction:

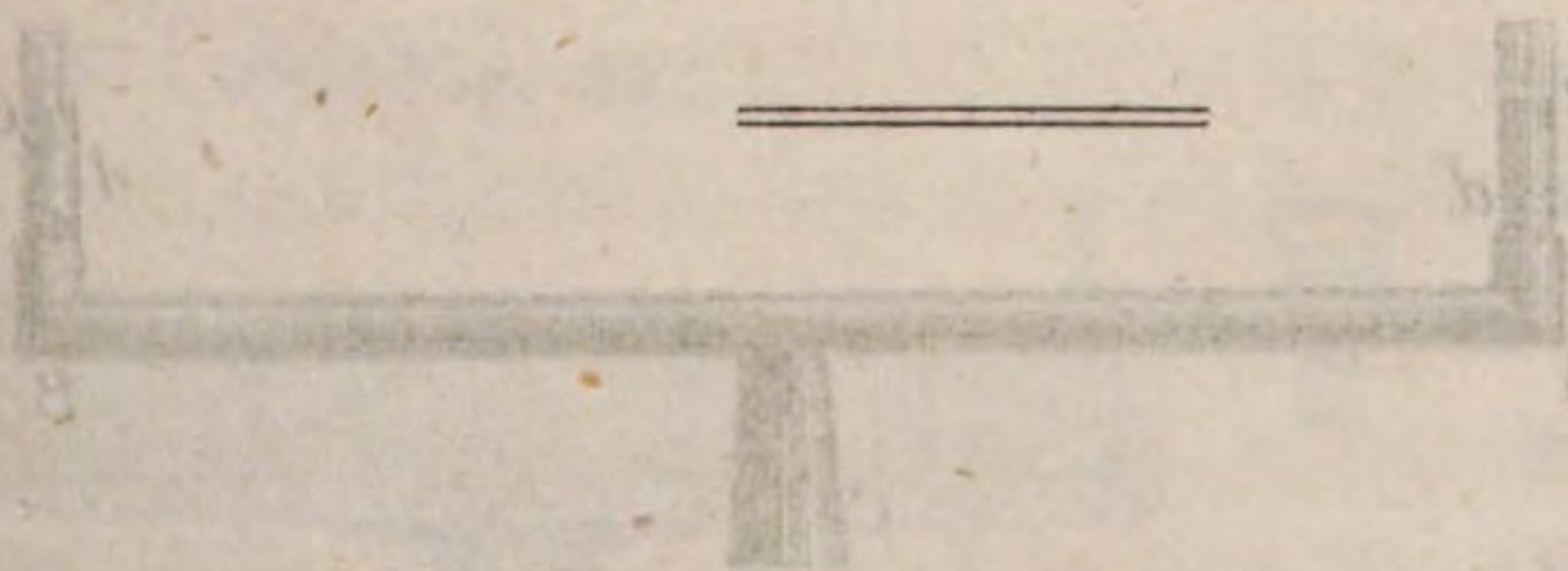
$$R = +\frac{1}{3} \frac{\operatorname{tg} f_1 - \operatorname{tg} f_2}{\operatorname{tg} f_1 + \operatorname{tg} f_2} (e_1 + e_2) = +\varphi \cdot E,$$

wo $E = e_1 + e_2 = l_2 - l_1$ das von den beiden Seitenfäden abgeschnittene Stück an der Latte, also bekannt ist. Der Factor φ

hängt, wie man sieht, blos von dem Verhältnisse $\frac{\operatorname{tg} f_1}{\operatorname{tg} f_2}$ (wofür bei der Kleinheit dieser Winkel auch das Verhältniss der Winkel selbst gesetzt werden kann) ab, und ist somit eine constante Grösse, wiewohl die Winkel selbst mit der Entfernung D , d. i. bei verschiedenem Auszuge des Ocularrohres, veränderlich sind. Aus obiger Gleichung folgt nun unmittelbar:

$$\frac{\operatorname{tg} f_1 - \operatorname{tg} f_2}{\operatorname{tg} f_1 + \operatorname{tg} f_2} = \frac{e_1 - e_2}{e_1 + e_2};$$

beobachtet man also in beliebigen Entfernungen die zwischen dem Mittelfaden und den beiden Seitenfäden liegenden Lattenabschnitte e_1 und e_2 , so gelangt man dadurch zur Kenntniss des Werthes von φ , wobei man selbstverständlich eine grössere Zahl von Beobachtungen machen wird, um ein genaueres Mittel zu erhalten. Es ist zweckmässig, nur mässige Entfernungen zu wählen und bei kleinen Entfernungen statt der Latte lieber einen in kleinere Theile getheilten Maassstab zu benützen, dessen Theilung im Fernrohre noch sichtbar ist, um die Ablesung möglichst genau zu erhalten. Es ist ferner vortheilhaft, die Abstände der Seitenfäden vom Mittelfaden möglichst gleich und so gross zu machen, als es das Ocular verträgt, weil durch ersteren Umstand der absolute Werth der Reduction R verkleinert, und durch letzteren der Einfluss des Beobachtungsfehlers in E vermindert wird.



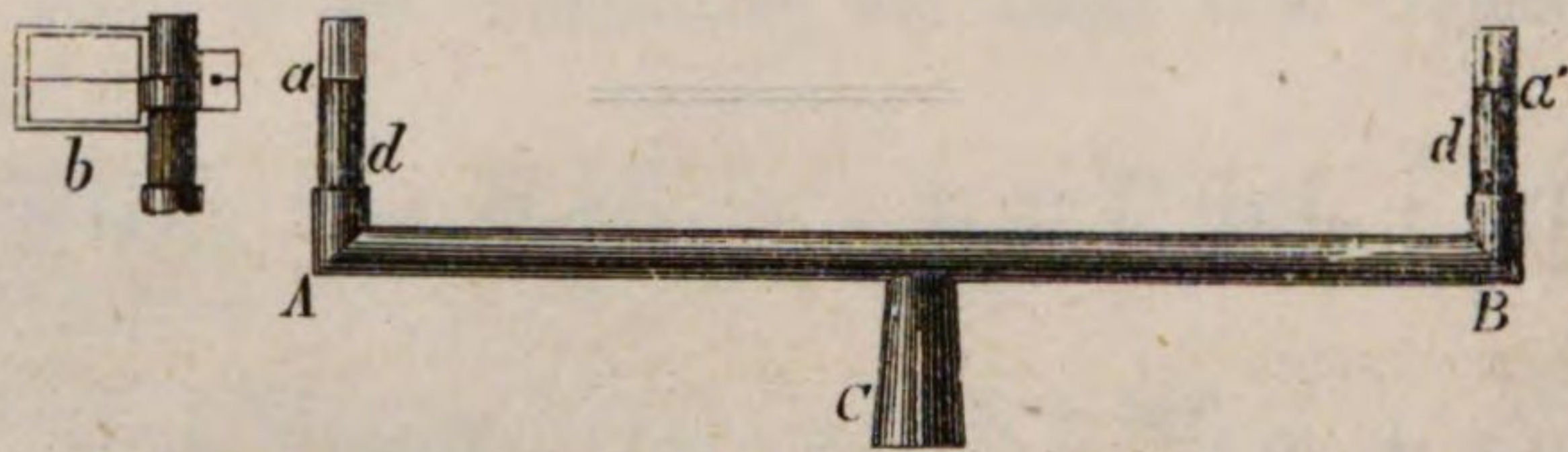
VIERTER ABSCHNITT.

NIVELLIR-INSTRUMENTE VON GERINGEREM WERTHE UND SCHWÄCHERER LEISTUNGSFÄHIGKEIT.

Nicht immer steht ein vorzügliches Instrument zu Gebote, ist auch wohl für Arbeiten von minderer Bedeutung und geringer Ausdehnung, z. B. bei der Nivellirung eines Baugrundes, der Querprofile bei Strassen- und Eisenbahnzügen u. dgl. nicht nöthig, sondern der Zweck lässt sich auch mit geringeren und wohlfeileren Werkzeugen erreichen. Es gibt eine grosse Zahl derartiger Instrumente, die immerfort noch mit neuen Vorschlägen vermehrt wird, von denen freilich ein grosser Theil nicht allgemein in die Praxis einzudringen vermag, daher wir uns auf die bekanntesten und brauchbarsten beschränken müssen.

47. Die Canalwage. Ein blechernes Rohr AB , Fig. 38, von 0.6 bis 1 Meter Länge und etwa 25 Millimeter Weite, wird mittelst einer Hülse C auf einem einfachen Stativ befestigt. In die recht-

Fig. 38.



winkelig aufwärts gebogenen Enden sind cylindrische Glasrohre dd' von gleichem inneren Durchmesser eingekittet. Wird nun Wasser oder eine andere Flüssigkeit eingefüllt, so liegen die Oberflächen aa' der beiden Wassersäulen nach hydrostatischen Gesetzen in einer horizontalen Linie, wenn auch das Rohr AB etwas gegen

den Horizont geneigt ist. Eine Visur längs aa' in die Ferne ist demnach horizontal. Allein da man nicht durch die Glasrohre, sondern nur seitwärts vorbeivisiren kann, so ist die Genauigkeit sehr gering, vorzüglich weil die Flüssigkeit, die man zwar der besseren Sichtbarkeit wegen färben kann, wegen der Adhäsion an den Glasrohren keine scharfe Grenze bildet. Eine etwas grössere Schärfe lässt sich erreichen, wenn man an die Glasrohre Diopter von dünnem Bleche oder zur Noth auch nur von Kartenpapier ansteckt, wie Fig. 38, *b* zeigt. Diese Diopter müssen so adjustirt sein, dass sie gleiche Visirhöhe geben, wenn man sie verwechselt. Je länger das Rohr AB ist, desto kleiner wird der Fehler, welcher durch die undeutliche Grenzlinie des Wassers veranlasst wird; ist dieselbe wenigstens 1 Meter lang, so wird sich das Gefälle bis auf $\frac{1}{2000}$, bei besonderer Sorgfalt bis auf $\frac{1}{4000}$ der Stationslänge sicher erhalten lassen, so dass man mit dieser einfachen und wohlfeilen Vorrichtung für manche Fälle genügende Resultate erlangen kann, besonders wenn die Stationen kurz genommen werden. Schwimmende Diopter aufzusetzen, wie manche vorschlagen, dürfte kaum von wesentlichem Nutzen sein, denn nicht nur wird der Apparat complicirter und schwieriger zu behandeln, sondern auch die Anzahl der Fehlerquellen vermehrt.

48. Die Quecksilberwage. Dieses Werkzeug beruht auf demselben Principe, wie das vorige; ein rechtwinkeliges vierseitiges Prisma von hartem Holze, 30 bis 50 Centimeter lang und von

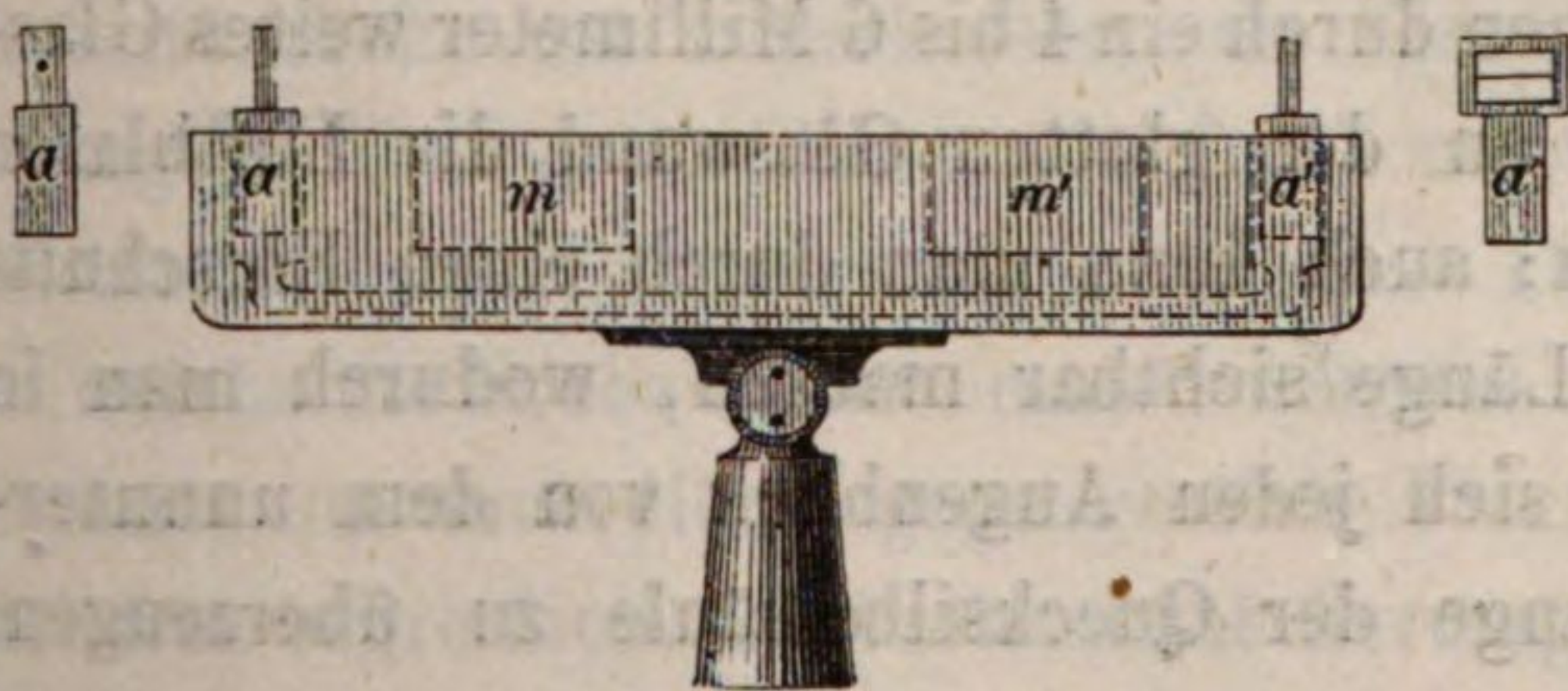


Fig. 39.

entsprechender Dicke und Breite (Fig. 39) bildet das Communicationsrohr, dessen Enden in quadratförmige Oeffnungen übergehen, die etwa 25 Millimeter weit

senkrecht zur Länge des Prisma stehen. Man füllt dieses Rohr mit Quecksilber und setzt zu beiden Seiten Würfel von Elfenbein aa'

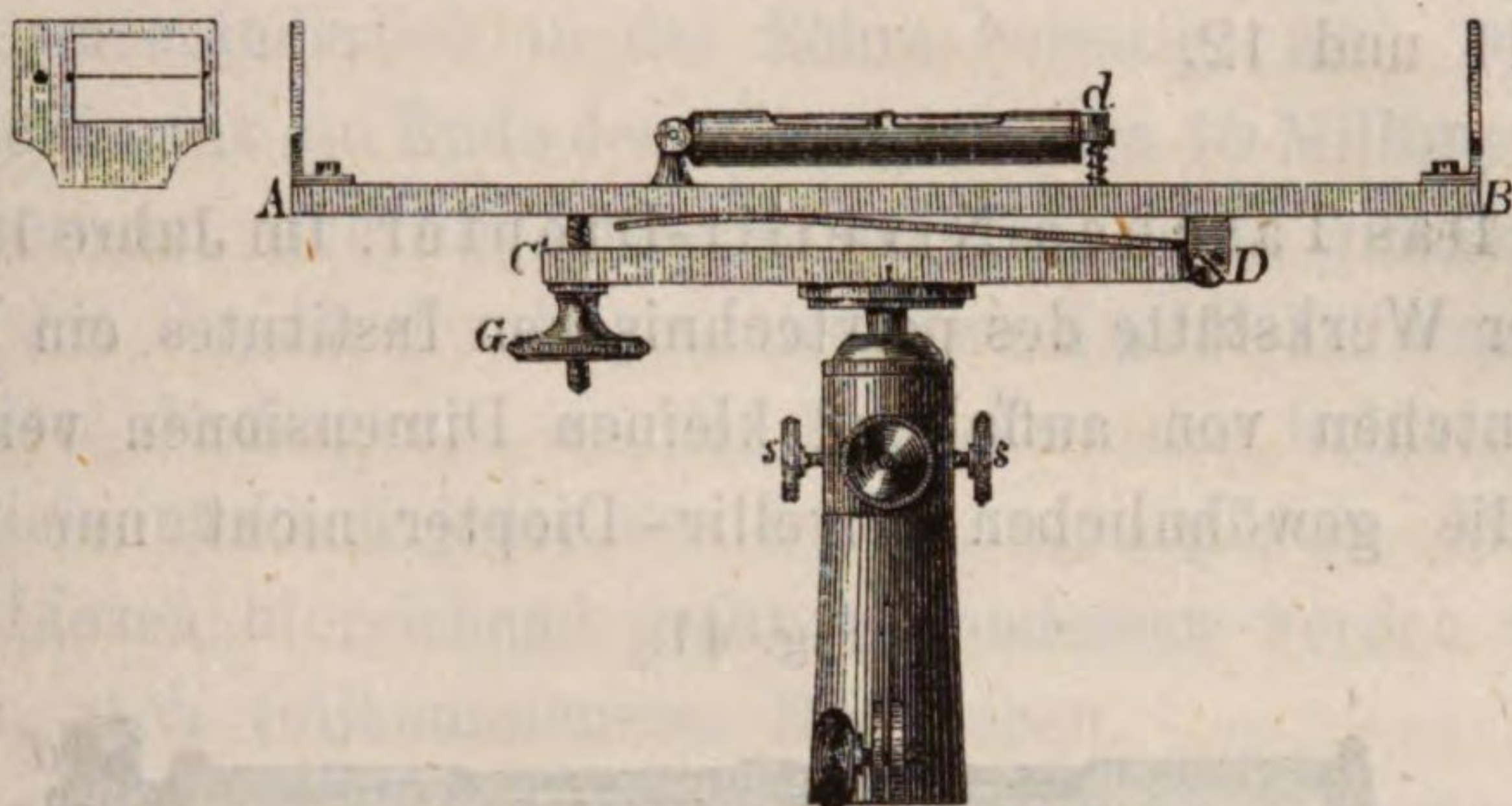
auf, welche kleine Diopter tragen, wie in der Figur zu sehen. Diese schwimmenden Diopter müssen begreiflich vor dem Gebrauche so adjustirt sein, dass sie eine horizontale Visur geben. Zu diesem Ende sollen sich die Diopterflügel von den Würfeln abnehmen lassen, um sie gegen einander verwechseln zu können, genau gleiches Gewicht haben, ferner der Visirfaden und die Visiröffnung gleich hoch über der Oberfläche der Würfel stehen. Sind dann noch die Würfel so adjustirt, dass die Visirhöhe unverändert bleibt, wenn sowohl die Würfel als die Diopter mit einander vertauscht werden, so ist das Werkzeug rectificirt. Der grösseren Sicherheit wegen, oder wenn sich die Flügel nicht abnehmen lassen, wird man die allgemeine Rectificationsmethode nach §. 27 anwenden, und falls sich ein Fehler zeigt, den zu leichten Würfel so beschweren, dass die Visur horizontal wird. Beim Transport werden die Diopter in die Behältnisse *mm* gegeben und die Oeffnungen gegen das Austreten des Quecksilbers mit passenden Deckeln gut verschlossen.

Dieses Werkzeug gibt zwar eine etwas grössere Genauigkeit, als die Canalwage, allein es ist bedeutend complicirter und erfordert ungleich mehr Vorsicht in der Anwendung. Der ganze Körper desselben muss jedesmal nahe horizontal sein, weil bei einer geneigten Lage die Würfel gegen die Wände der Oeffnungen schief zu stehen kommen und sich dann klemmen oder reiben. Desswegen ist auch das Ansetzen von Quecksilberoxyd oder von Feuchtigkeit bei Regenwetter zwischen den Würfeln und den Wänden der Oeffnungen sorgfältig zu vermeiden. Endlich darf in dem Verbindungscanale keine Luft eingeschlossen bleiben, daher wird es gut sein, denselben durch ein 4 bis 6 Millimeter weites Glasrohr zu bilden, weil an der glatten Glaswand die Luftblasen weniger hängen bleiben; auch kann man durch einen Einschnitt dieses Rohr nach der Länge sichtbar machen, wodurch man in den Stand gesetzt ist, sich jeden Augenblick von dem ununterbrochenen Zusammenhange der Quecksilbersäule zu überzeugen.

49. Das Nivellir-Diopter. Dieses Instrument gibt schon eine bedeutend grössere Schärfe als die beiden vorigen, weil zu

seiner Horizontalstellung eine Libelle angewendet wird. Seine Bauart ist besonders in Bezug auf die Verbindung mit dem Stative und die Hilfsmittel zur Horizontalstellung sehr verschieden. Fig. 40 zeigt ein solches Diopter, dessen Aufstellungsart mit

Fig. 40.



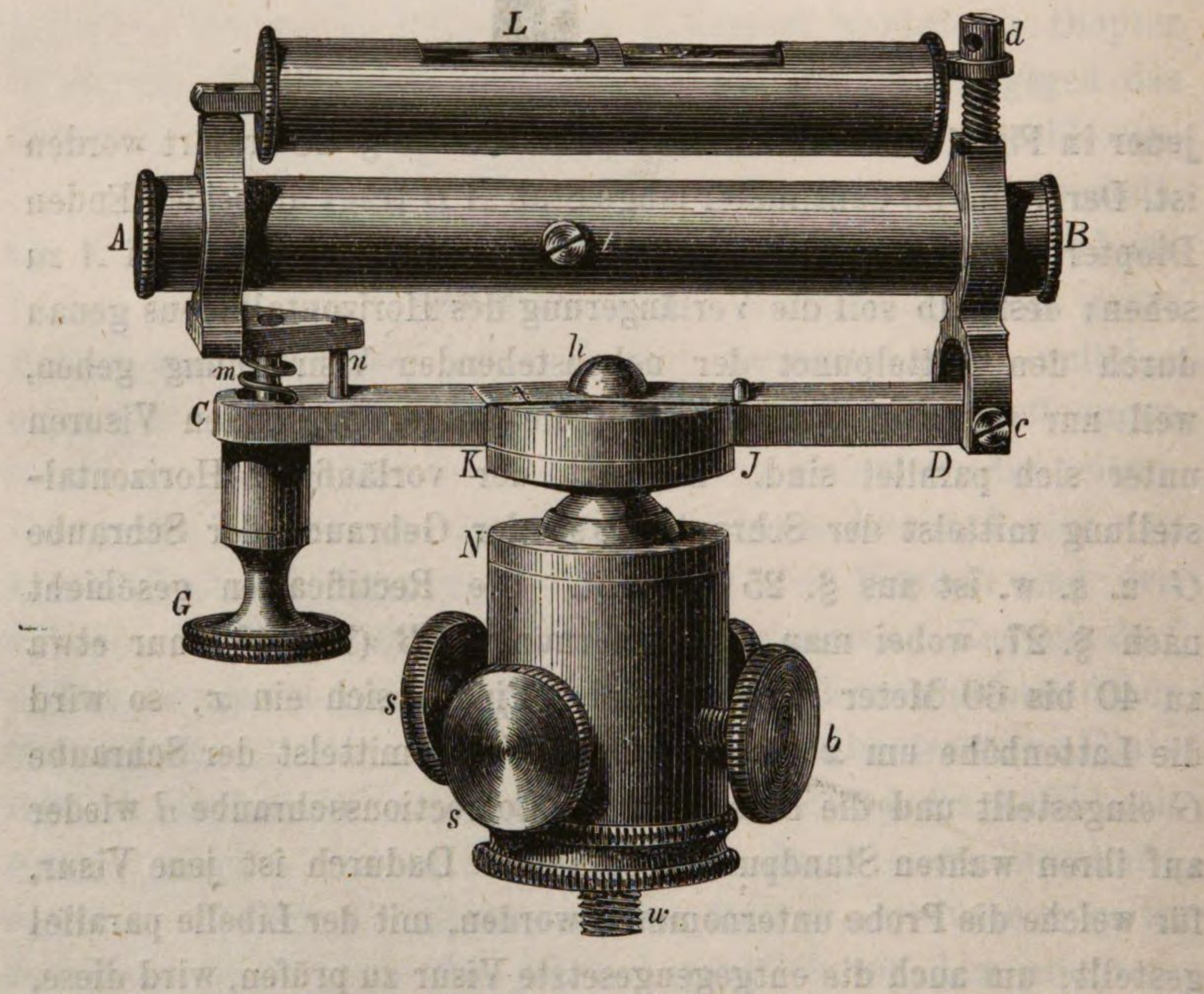
jener in Fig. 19 übereinstimmt, und schon in §. 28 erklärt worden ist. Der 30 bis 50 Centimeter lange Stab $A B$ trägt an beiden Enden Diopter, zum Vor- und Rückwärtsvisiren eingerichtet, wie bei A zu sehen; desshalb soll die Verlängerung des Horizontalfadens genau durch den Mittelpunkt der nebenstehenden Visiröffnung gehen, weil nur unter dieser Bedingung die entgegengesetzten Visuren unter sich parallel sind. Die Art der vorläufigen Horizontalstellung mittelst der Schrauben ss , der Gebrauch der Schraube G u. s. w. ist aus §. 25 bekannt. Die Rectification geschieht nach §. 27, wobei man die Entfernung $A B$ (Fig. 18) nur etwa zu 40 bis 60 Meter nehmen wird. Findet sich ein x , so wird die Lattenhöhe um x verbessert, die Visur mittelst der Schraube G eingestellt und die Blase mit der Correctionsschraube d wieder auf ihren wahren Standpunkt gebracht. Dadurch ist jene Visur, für welche die Probe unternommen worden, mit der Libelle parallel gestellt; um auch die entgegengesetzte Visur zu prüfen, wird diese, nachdem begreiflich das Instrument herumgedreht worden, ebenfalls auf dieselbe Zielhöhe scharf eingerichtet. Spielt jetzt die Libelle ein, so sind beide Visuren unter sich und mit der Libelle parallel, wo nicht, so wird man den Fehler durch eine geringe

Verrückung des Fadens zu verbessern suchen, oder die Stellung der Blase für die zweite Visur sich besonders merken.

Jedes gewöhnliche Diopterlineal kann mit Hilfe einer Aufsatzlibelle zum Nivelliren verwendet werden, wenn es mit einem horizontalen Visirfaden versehen ist. Ueber die Genauigkeit der Visur bei Dioptern und deren zweckmässige Construction sehe man §. 11 und 12.

50. Das Taschen-Nivellir-Diopter. Im Jahre 1833 liess ich in der Werkstätte des polytechnischen Institutes ein Nivellir-Instrumentchen von auffallend kleinen Dimensionen verfertigen, welches die gewöhnlichen Nivellir-Diopter nicht nur ersetzen,

Fig. 41.



sondern an Genauigkeit noch übertreffen sollte; es fand Beifall, und die Werkstätte hat seitdem viele dergleichen ausgegeben. Fig. 41 zeigt das Instrument in $\frac{4}{5}$ der Naturgrösse; die Aufstellung, die Art der Horizontalstellung etc. ist ganz mit jener in Fig. 19

übereinstimmend, die bereits in §. 28 erklärt wurde. Das Visirrohr *AB* ist eigentlich ein Fernrohr ohne Vergrößerung; es enthält nämlich an beiden Enden gleiche Glaslinsen, die um die Summe ihrer Brennweiten von einander entfernt sind; in der Mitte zwischen beiden, also in ihrem gemeinschaftlichen Brennpuncte, befindet sich das Fadenkreuz, welches, wie die beiden Linsen, unveränderlich in der Röhre befestigt ist. Die Linsen stehen nicht ganz am Ende des Rohres, sondern 10 Millimeter hinter den Oeffnungen, und die letzteren brauchen nicht grösser zu sein, als jene der Pupille des Auges, also etwa 4 bis 6 Millimeter, denn unter dieser Bedingung ist die Helligkeit des Rohres so gross als möglich, nämlich jener des freien Auges gleich. Wir haben einfache Linsen hinreichend gefunden, indessen werden achromatische ein noch vollkommeneres Bild geben.

Es sind schon in §. 12 die Gründe angegeben worden, warum ein solches Rohr eine bedeutend genauere Visur zulässt, als die gewöhnlichen Diopter; dazu kommt noch der wesentliche Vortheil, dass nach beiden Richtungen visirt werden kann, wodurch die Rectification eben so einfach wird, wie bei jenen Instrumenten, bei welchen sich das Fernrohr umlegen lässt. Nur das fehlerfreie oder weitsichtige Auge sieht hier deutlich, der Kurzsichtige muss, wie bei Arbeiten mit dem gewöhnlichen Diopter, seine Augengläser gebrauchen. Da die Brennweite der Linsen nur etwa 30 bis 35 Millimeter beträgt, so fällt das Bild selbst für sehr nahe Gegenstände so genau in die Ebene der Fäden, dass desshalb eine Verrückung des Ocularglases unnöthig ist. Bei einer Distanz von 2 bis 4 Meter sieht man Bild und Fäden noch zugleich ganz deutlich. Die Schraube *t* geht durch eine auf die Axe senkrechte Schlitz des Rohres *AB* und hat ihre Mutter in der Fadenplatte; lüftet man dasselbe, so kann nach Vorschrift des §. 26 der eine Faden horizontal gestellt werden.

Die Rectification ist sehr einfach: man visirt bei einspielender Libelle auf einen entfernten Gegenstand, am besten auf die Zieltafel, dreht hierauf das Instrument um 180° und stellt die Libelle mittelst der Schraube *G* abermals ein, wo dann die Visur mit

der vorigen stimmen muss, wo nicht, wird der Fehler zur Hälfte mit der Schraube *G* verbessert und die Blase mit der Correctionsschraube *d* auf ihren Spielpunct zurückgebracht, welchen Versuch man wiederholen kann, bis keine Differenz mehr bemerkbar ist. Dieses setzt voraus, dass die entgegengesetzten Visuren in dieselbe gerade Linie fallen; man würde aber sehr irren, wenn man diese Eigenschaft ohne weiters annehmen wollte, nachdem die Linsen und das Fadenkreuz auf gewöhnliche Weise eingesetzt worden, sondern das Rohr muss bei seiner Zusammensetzung in dieser Beziehung mit aller Sorgfalt geprüft und berichtigt werden. Der denkende Künstler wird leicht ein Verfahren finden, wodurch er dieses bewirken kann, und dafür sorgen, dass nach vollendeter Berichtigung die Linsen und das Fadenkreuz möglichst festsitzen. Will sich der Geometer von dem fehlerfreien Zustande des Instrumentes in dieser Hinsicht überzeugen, so wird er die allgemeine Rectificationsmethode nach §. 27 in Anwendung bringen. Die Leistungsfähigkeit dieses Instrumentchens ist der Erfahrung gemäss nahe doppelt so gross, als bei einem guten Nivellir-Diopter, was freilich diejenigen schwer begreifen, welche den Werth und die Güte eines Instrumentes nach seinen Dimensionen und nach dem Gewichte desselben beurtheilen. Die Anwendbarkeit dieses einfachen und wohlfeilen Instrumentes ergibt sich aus seinen Eigenschaften von selbst; vorzüglich zweckmässig ist es bei Querprofilen, wo der Umstand, dass nach beiden Richtungen visirt werden kann, sowohl die Genauigkeit als die Schnelligkeit der Arbeit erhöht.

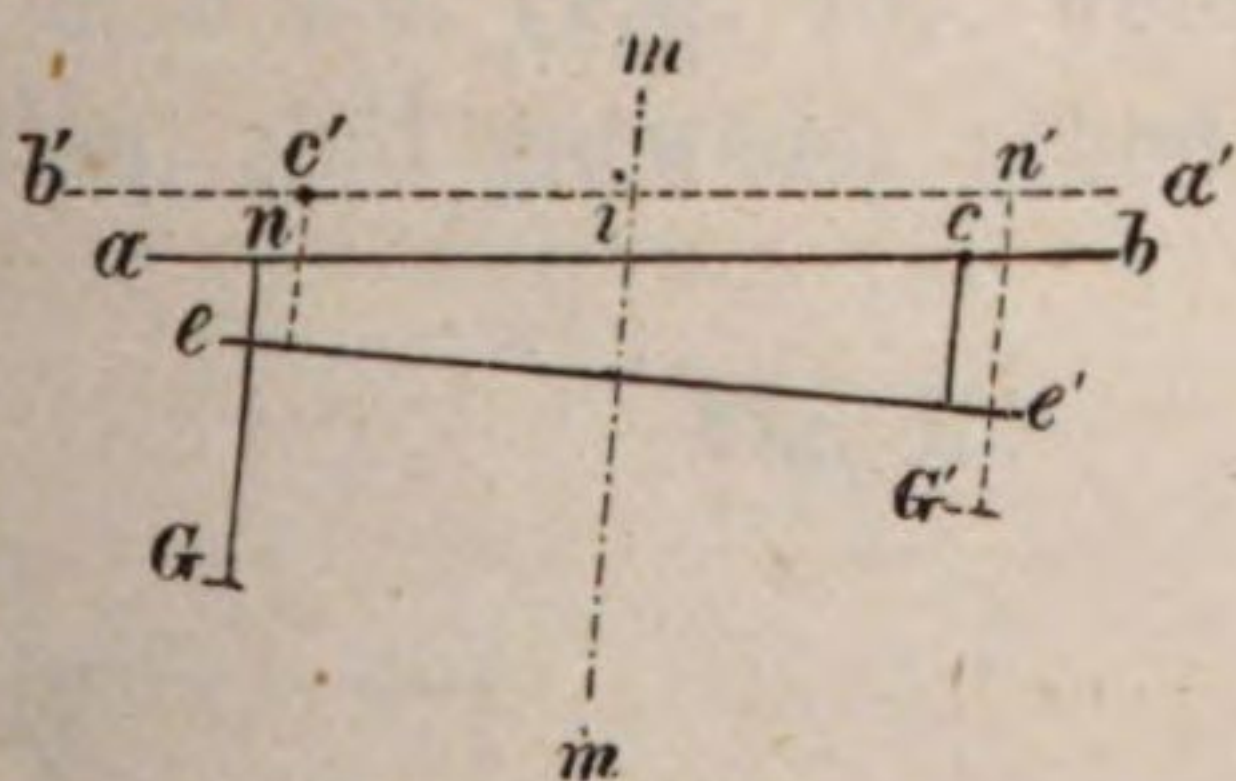
51. Wir haben nun die wesentlichsten und anwendbarsten Nivellir-Instrumente kennen gelernt; es würde aber zu weit führen, wollten wir die Beschreibung auch auf minder bekannte, oder gar auf die vielen, oft sehr unpraktischen Vorschläge von Nivellir-Werkzeugen ausdehnen, wie solche von Zeit zu Zeit hervortreten. Das Bisherige wird hinreichen, jedes zum Nivelliren bestimmte Instrument hinsichtlich seiner Zweckmässigkeit und Leistungsfähigkeit zu beurtheilen, zu rectificiren und gehörig zu behandeln.

Die Libellen-Instrumente verdienen entschieden vor allen anderen den Vorzug, denn nur mittelst einer Libelle von entsprechender Empfindlichkeit kann die Genauigkeit der Horizontalstellung mit der Schärfe der Visur in Einklang gebracht werden.

Noch müssen wir auf eine Fehlerquelle aufmerksam machen, welche von Manchen übersehen werden kann. Wir haben bei allen Libellen-Instrumenten vorausgesetzt, dass sich die Umdrehungsebene wenigstens näherungsweise horizontal stellen lasse. Dies ist nicht nur darum nothwendig, damit der Visirfaden hinreichend horizontal liege, sondern auch deshalb, damit die horizontalen Visirlinien nach verschiedenen Richtungen im Umkreise einerlei Höhe über dem Fusspuncte des Instrumentes haben, was beim Nivelliren aus der Mitte vorausgesetzt wird. Nun sind aber manche Instrumente zu einer solchen Horizontalstellung gar nicht eingerichtet, sondern diese kann nur ganz roh insoferne erhalten werden, als man bei der Aufstellung des Statives darauf Rücksicht nimmt, was auf ungünstigem Boden nicht nur schwierig, sondern oft ganz unthunlich ist.

In Fig. 42 sei ab das Fernrohr oder Diopter, welches sich um c dreht und mittelst der Elevationsschraube G horizontal gestellt. Wird nun das Instrument um die schiefstehende Axe mm

Fig. 42.



um 180° gedreht und abermals mit der Schraube G horizontal gestellt, so kommt es in die durch punctirte Linien angedeutete Lage, und man sieht offenbar, dass die horizontale Visur in der zweiten Lage weiter vom Fussboden absteht, als in der ersten. Der

Unterschied ist $= 2d \sin \alpha$, wenn ee' mit dem Horizonte den Winkel α bildet und $ci = d$ ist. Gewöhnlich ist $ci = in$, dann ist dieser Unterschied auch $= \frac{1}{2} (e'n' - en)$, d. h. gleich der Hälfte jenes Theiles der Elevationsschraube, um welchen sie in der zweiten Lage weiter hinaufgeschraubt ist. Man kann in solchen Fällen beide Visuren auf einander reduciren, indem man die

halbe Differenz, die sich an der Elevationsschraube leicht messen lässt, zu der tieferen Visur addirt oder von der höheren subtrahirt.

Ohne Rücksicht hierauf, oder wenn man eine derartige Fehlerquelle nicht vermuthet, können bei einem ungünstigen Baue des Instrumentes Fehler bis zu 1 Centimeter und darüber begangen werden. Es ist demnach immer eine Unvollkommenheit des Instrumentes, wenn die nöthigen Stellschrauben zur genäherten Horizontalstellung fehlen, wie dies bei manchen eisernen Nivellir-Dioptern und zum Theil auch bei den sogenannten Liesganig'schen Nivellir-Instrumenten der Fall ist, welche in früherer Zeit häufig im Gebrauche waren. Nur wenn der Drehpunct c in der Axe mm liegt, fällt der eben besprochene Fehler weg.

Ist aber die Umdrehungsaxe nahe vertical und wird die Elevationsschraube nur benützt, die Visur in jeder beliebigen Richtung ganz scharf horizontal zu stellen, so reicht hierzu eine so geringe Bewegung der Schraube hin, dass deshalb nicht der geringste merkliche Fehler im Gefälle entstehen kann, indem diese Bewegung wohl kaum 0.2 Millimeter erreichen wird. Die Einwürfe, welche in dieser Beziehung gegen den von uns empfohlenen Gebrauch der Elevationsschraube gemacht werden können und wirklich gemacht worden sind, erscheinen demnach als ganz ungegründet.

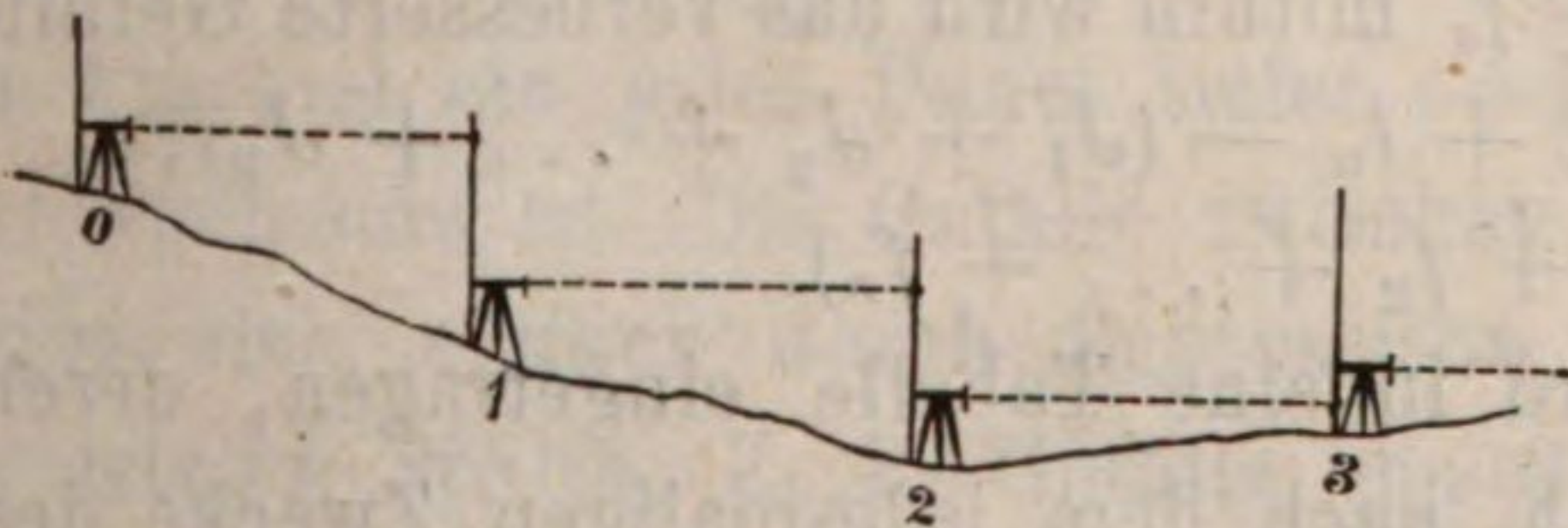
FÜNFTER ABSCHNITT.

METHODEN DES NIVELLIRENS. — NIVELLEMENTS-PROFILE.

Das Geschäft des Nivellirens ist für alle Arten von Instrumenten im Wesentlichen dasselbe, denn immer wird durch das Instrument eine horizontale Visur gebildet und ihre Abstände von jenen Puncten gemessen, deren gegenseitigen Höhenunterschied man sucht. Der Unterschied zwischen den verschiedenen Instrumenten besteht nur in dem verschiedenen Grade ihrer Genauigkeit und der daraus folgenden grossen Verschiedenheit der Entfernungen, welche sie zu nehmen erlauben, wenn eine gegebene Schärfe des Nivellements erreicht werden soll. Man unterscheidet besonders zwei Methoden: das Vorwärts-Nivelliren (Nivelliren aus den Endpuncten) und das Nivelliren aus der Mitte.

52. Das Vorwärts-Nivelliren. Die einzelnen Puncte 0, 1, 2, 3 etc. (Fig. 43), welche die Kette des Nivellements bilden sollen, sind entweder schon vorher bestimmt und bei wichtigeren

Fig. 43.



Arbeiten mit in die Erde geschlagenen Pfählen bezeichnet oder sie werden bloß während der Arbeit zweckmässig gewählt. Das Instrument wird nun im Anfangspuncte 0, die Latte

in 1 aufgestellt, die Zieltafel in die horizontale Visur eingerichtet und sowohl die Lattenhöhe als auch die Höhe des Instrumentes aufgeschrieben. Um die letztere genau messen zu können, wird das Instrument so gestellt, dass das Ocularende senkrecht über dem

bezeichneten Punkte am Boden zu stehen kommt und das Maass bis an die horizontale Visur genommen. Ganz dieselbe Operation wiederholt sich, indem das Instrument nach und nach in den Punkten 1, 2 etc. und die Latte jedesmal im nachfolgenden Punkte aufgestellt wird. Sind nun die Lattenhöhen der Ordnung nach $= l_1, l_2, l_3, \text{etc.}$, die zugehörigen Instrumenthöhen $= J_1, J_2, J_3 \text{ etc.}$, so ist, wenn wir das Gefälle vom Punkte m bis zum Punkte n mit $G_{m,n}$ bezeichnen, zufolge §. 3:

$$G_{0,1} = l_1 - J_1,$$

$$G_{1,2} = l_2 - J_2,$$

$$G_{2,3} = l_3 - J_3,$$

$$\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$$

mithin

$$G_{0,3} = l_1 + l_2 + l_3 - (J_1 + J_2 + J_3),$$

und überhaupt

$$G_{0,n} = l_1 + l_2 + \dots + l_n - (J_1 + J_2 + \dots + J_n),$$

d. h. man findet das Gefälle zwischen dem ersten und letzten Punkte oder überhaupt zwischen zwei beliebigen Punkten, wenn man von der Summe der Lattenhöhen die Summe der Instrumenthöhen abzieht. Ist das Resultat positiv, so liegt der letzte Punkt tiefer als der erste, im Gegentheile höher. Streng genommen muss noch die Verbesserung f (§. 5) wegen des Unterschiedes zwischen dem scheinbaren und wahren Horizonte angebracht werden; sie kann aus Tafel VI genommen werden, wird jedoch erst, wie wir wissen, bei Distanzen über 100 Meter merklich. Durch diese Correction wird immer die Lattenhöhe verkleinert oder es ist anstatt l zu setzen $l - f$, mithin wird das verbesserte Gefälle

$$G_{0,n} = l_1 + l_2 + \dots + l_n - (J_1 + J_2 + \dots + J_n), \\ - (f_1 + f_2 + \dots + f_n).$$

Die ganze Arbeit wird in eine Tabelle eingetragen, deren Form und Einrichtung sich nach dem jedesmaligen Zwecke des Nivellements richtet und auch wohl von persönlichen Ansichten und hergebrachtem Gebrauche abhängt, daher sich allgemeine Muster nicht wohl geben lassen. Folgendes Formular wird in den meisten Fällen zweckmässig sein.

Nivellement von... nach...

(Die Haupthorizontale geht durch den Anfangspunct 0.)

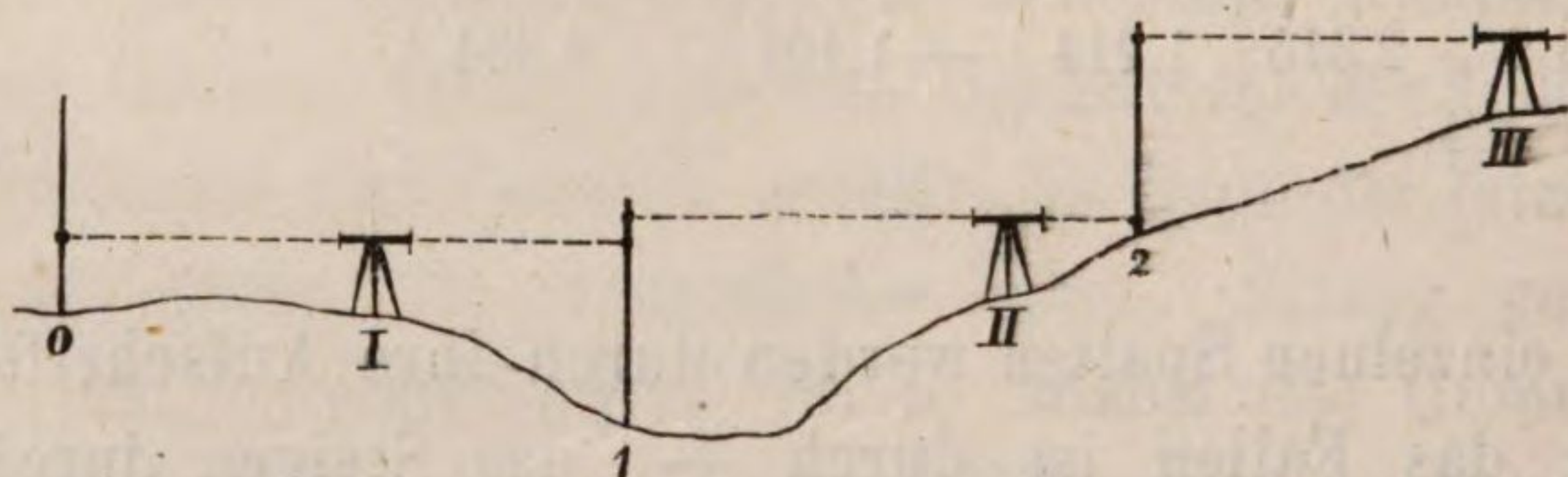
Sta- tions- Nro.	Ein- zelne Län- gen	Latten- höhen	Instru- ment- höhen	Gefälle		Anmerkungen
				Einzel	Zu- sammen	
	Meter	Meter	Meter	Meter	Meter	
0					0.000	
1	64.3	2.417	1.192	+ 1.225	+ 1.225	
2	37.6	2.156	1.227	+ 0.929	2.154	
3	55.2	1.515	1.253	+ 0.262	2.416	
4	52.6	0.711	1.171	— 0.460	1.956	Nr. 4 um 0 ^m .98 tiefer als die Kerbe am Wegweiser.
5	69.1	0.376	1.238	— 0.862	1.094	
6	84.5	1.722	1.261	+ 0.461	1.555	
7	73.8	2.615	1.205	+ 1.410	2.965	
8	47.0	3.162	1.175	+ 1.987	4.952	
9	78.1	3.528	1.187	+ 2.341	7.293	
10	61.9	2.315	1.214	+ 1.101	8.394	

Die einzelnen Spalten werden durch ihre Aufschriften deutlich sein; das Fallen ist durch +, das Steigen durch — bezeichnet. Die Zahlen der letzten Spalte ergeben sich durch Addition der einzelnen Gefälle; sie sind sämmtlich positiv, d. h. alle folgenden Stationen sind tiefer als der Punct 0, daher das Zeichen + nur Anfangs beigesetzt ist. Die einzelnen Gefälle geben an, um wie viel ein jeder Punct tiefer (+) oder höher (—) als der vorhergehende ist. Das Gefälle zwischen zwei beliebigen Puncten ergibt sich einfach durch Subtraction der zugehörigen Zahlen der letzten Spalte. Z. B. Gefälle von 2 bis 5 = $1.094 - 2.154 = - 1.060$. Die letzte Spalte enthält zugleich die Ordinaten zur Construction der Profile, welche von einer Haupthorizontalen gezählt werden; wird diese über oder unter dem Nullpuncte angenommen, so bekommt der Punct 0 die zugehörige Ordinate. Die Distanzen werden gewöhnlich mit der Messkette gemessen.

und sind nöthig, wenn ein Profil der nivellirten Strecke gezeichnet werden soll. In die Rubrik Anmerkungen werden nähere Bezeichnungen der Stationspunkte, Anknüpfungen derselben an feste Punkte in der Nähe u. s. w. aufgenommen. Wünschenswerth ist auch die Angabe der Gattung des gebrauchten Instrumentes, weil daraus auf die Genauigkeit der ganzen Arbeit geschlossen werden kann, denn unstreitig wird z. B. obiges Nivellement ein grösseres Vertrauen verdienen, wenn dabei ein gutes Instrument mit 15mal vergrößerndem Fernrohre benützt wurde, als wenn es mit einem Nivellir-Diopter oder einer Quecksilberwage ausgeführt worden.

53. Das Nivelliren aus der Mitte. Bei dieser Methode wird das Instrument zwischen den zu nivellirenden Punkten 0, 1, 2, etc. (Fig. 44) aufgestellt und von jedem Standpunkte des-

Fig. 44.



selben die Lattenhöhe rückwärts und vorwärts beobachtet. Bezeichnen wir die vorwärts liegenden Lattenhöhen mit L_1, L_2 , etc., die rückwärtigen mit l_0, l_1 , etc, so ist:

$$G_{0,1} = L_1 - l_0,$$

$$G_{1,2} = L_2 - l_1,$$

$$\dots \dots \dots$$

mithin

$G_{0,n} = L_1 + L_2 + \dots + L_n - (l_0 + l_1 + \dots + l_{n-1})$, oder, man erhält das Gefälle zwischen dem ersten und letzten Punkte, wenn man von der Summe der vorderen Lattenhöhen die Summe der rückwärtigen abzieht, was begreiflich auch für irgend zwei Punkte der Kette gilt.

Diese Methode hat vor jener des Vorwärts-Nivellirens wesentliche Vorzüge: *a)* die Entfernungen der Stationen 0, 1, 2, etc. können hier, insoferne nicht andere Hindernisse eintreten, bedeutend grösser genommen werden, mithin sind weniger Aufstellungen des Instrumentes für dieselbe Distanz der äussersten Punkte erforderlich. *b)* Die Messung der Instrumenthöhe fällt ganz weg, auch ist es nicht nöthig, dass das Instrument in gerader Linie zwischen den Stationspunkten stehe, sondern kann sich, je nach den Umständen, beliebig seitwärts befinden. *c)* Ist das Instrument von beiden Stationen gleichweit entfernt, so fällt nicht nur die Verbesserung f (§. 5) weg, sondern es hat auch auf die Richtigkeit der Arbeit keinen Einfluss, falls etwa das Instrument nicht genau rectificirt sein sollte, weil der Fehler rückwärts und vorwärts derselbe ist, mithin im Gefälle sich aufhebt.

Der an eine sichere und genaue Arbeit gewöhnte Geometer wird sich jedoch hierauf nicht verlassen, sondern es vorziehen, während der Arbeit beständig die Ueberzeugung von der Richtigkeit seines Instrumentes zu haben, da er ungleich leichter und schneller fortschreiten kann, wenn er nicht an die Beschränkung gebunden ist, dass die Abstände des Instrumentes von den Stationspunkten jedesmal gleich sein sollen. Die Entfernungen vom Instrumente brauchen dann gar nicht gemessen zu werden, ausser man will die Verbesserung f berücksichtigen, wozu sie dann freilich näherungsweise, etwa durch Schrittmaass, bekannt sein müssen. Die Distanzen zwischen den Stationspunkten können ferner nur dann so gross genommen werden, als es die Höhe der Latten gestattet, wenn man in der Wahl des Standes des Instrumentes unbeschränkt ist, wie in Fig. 44 beim Stande II zu sehen. Das Gefälle zwischen zwei auf einander folgenden Stationen kann nämlich der höchsten zu Gebote stehenden Lattenhöhe gleich kommen, mithin 4 bis 6 Meter betragen, während dasselbe bei gleichen Distanzen vom Instrumente und gleichförmiger Neigung des Bodens nicht grösser werden kann, als die doppelte Instrumenthöhe, d. i. etwa 2.5 Meter, wodurch bei stark steigendem Terrain die Anzahl der Stationen oft unnöthig vermehrt wird.

Das Nivellement wird auch hier in eine geeignete Tabelle eingetragen, welche etwa folgende Form haben kann:

Nivellement von... nach...

Stand-Nr.	Rückwärts		Vorwärts		Gefälle		Distanzen zwischen den Stationen	Anmerkung
	Nach Stat. Nr.	Lattenhöhe	Nach Stat. Nr.	Lattenhöhe	Einzel	Zusammen		
		Meter		Meter	Meter	Meter	Meter	
I	0	0.346	1	1.625	+ 1.279	+ 1.279	80.7	
II	1	0.215	2	1.886	+ 1.671	2.950	120.3	
III	2	1.423	3	0.325	— 0.098	1.852	115.1	
IV	3	0.845	4	0.208	— 0.637	1.215	95.0	
V	4	0.572	5	1.527	+ 0.955	2.170	105.6	
VI	5	1.862	6	0.255	— 1.607	0.563	42.5	

Die der früheren Tabelle beigefügten Bemerkungen gelten auch hier. Die Entfernungen des Instrumentes von den Stationen sind nur dann nöthig, wenn auf die Verbesserung wegen der Krümmung des Horizontes Rücksicht genommen oder ein Längenprofil gezeichnet werden soll.

54. Welche Punkte nivellirt werden sollen, in welchen Abständen sie zu wählen, mit welcher Genauigkeit die ganze Arbeit durchzuführen, hängt von dem jedesmaligen Zwecke des Nivellements, den verschiedenen Local- und Terrain-Verhältnissen u. s. w. ab, daher sich allgemeine Vorschriften über die specielle Praxis des Nivellirens nicht wohl geben lassen.

Wir unterlassen es daher, über Nivellements für den Bau der Strassen, Eisenbahnen oder Canäle, für die Regulirung der Flüsse u. s. w. besonders zu sprechen, da das eigentlich geometrische Verfahren immer dasselbe bleibt, und der Unterschied nur in der Auswahl und Anreihung der Punkte und in der geringeren oder grösseren Genauigkeit besteht. Gründliche Kenntniss in Bezug auf den ganzen auszuführenden Bau und praktische Uebung

ist hier der beste Lehrmeister und führt sicherer zum Ziele, als besondere Vorschriften, welche wegen der unendlichen Verschiedenheit der jedesmaligen Umstände und Bedingungen doch nie genau befolgt werden können. Man kann jedoch im Allgemeinen unterscheiden: General-Nivellements, Nivelliren im Detail und Nivellements von Flächen.

55. General-Nivellements. General-Nivellements werden unternommen, um vorläufig über die Ausführbarkeit eines Strassen-, Eisenbahn- oder Flussbaues zu entscheiden, die zweckmässigste Trace aufzufinden u. s. w., in welchem Falle sie auch Probe- oder Recognoscirungs-Nivellements genannt werden. Die Stationen sind dabei gewöhnlich sehr gross, indem nur solche Punkte des Terrains berücksichtigt werden, welche für den vorliegenden Zweck von Wichtigkeit sind, auch ist die erforderliche Genauigkeit meistens nur gering.

Ein General-Nivellement kann aber auch die Bestimmung haben, einzelne Fixpunkte in einer Strassen- oder Eisenbahn-Trace festzustellen, welche in der Folge als Anhaltspunkte für das Nivelliren im Detail zu dienen haben, oder ein bereits ausgeführtes Nivellement zu controliren. In beiden Fällen wird in der Regel grosse Schärfe verlangt, deshalb nur mit vorzüglichen Instrumenten gearbeitet und die Distanzen so gross genommen, als es die Umstände und der erforderliche Grad der Genauigkeit nur erlauben. Daher leisten in allen Fällen, wo die zu nivellirenden Punkte in weiten Entfernungen liegen und die Zwischenstationen nur zu deren Verbindung dienen, gute Fernrohr-Instrumente die besten Dienste, weil sie die Arbeit bei grosser erreichbarer Genauigkeit sehr beschleunigen.

56. Detail-Nivellements. Beim Nivelliren im Detail hingegen folgen die Punkte in viel kürzeren Entfernungen auf einander, weil jede erhebliche Steigung oder Senkung des Bodens berücksichtigt werden muss, um ein genaues Profil der ganzen Linie herzustellen, welches die Grundlage zu einer wohlbegrün-

deten Kostenberechnung für den Bau einer Strasse, Eisenbahn etc. abgeben soll.

In stark gruppirtem Terrain sind daher die Punkte oft in Abständen von 20, 10 und noch weniger Meter, daher man für derlei Arbeiten auch schwächere Instrumente, als Nivellir-Diopter, unsere kleinen Taschen-Instrumente u. dgl. mit Vortheil anwenden kann; ja sie sind den grösseren Fernrohr-Instrumenten insofern sogar vorzuziehen, als sie leichter und schneller sich horizontal stellen lassen und somit neben der nöthigen Genauigkeit die Arbeit befördern, selbstverständlich unter der Voraussetzung, dass das vorzügliche Instrument eben so oft aufgestellt werden müsste. Mit Hilfe des letzteren kann man aber von demselben Standpunkte aus mehrere Detailpunkte nehmen, wobei das Instrument entweder in der Trace selbst oder seitwärts derselben aufgestellt werden kann.

Beim Nivelliren im Detail leisten vorzüglich die §. 46 erwähnten Latten, an welchen der Geometer selbst die Höhe abliest, gute Dienste, indem hier die Theilung wegen der kurzen Distanzen sich immer gut ablesen lässt.

Zum vollständigen Nivellement einer zu bauenden Strasse u. dgl. gehören auch die Querprofile, welche senkrecht auf das Längenprofil gelegt werden und die Gestalt der Bodenoberfläche in dieser Richtung bestimmen. Sie erstrecken sich gewöhnlich nur auf eine kurze Strecke zu beiden Seiten der Längensaxe, können meistens mit einem Stande des Instrumentes aufgenommen werden und erhalten je nach der Form des Terrains mehr oder weniger einzelne Punkte. Man kann dazu ein Nivellir-Diopter, besonders aber unsere Taschen-Instrumente anwenden, weil sie bei Entfernungen, die gewöhnlich 50 Meter nicht übersteigen, eine mehr als hinreichende Genauigkeit geben, bei grösseren Fernrohr-Instrumenten aber oft die Schwierigkeit eintritt, dass die Ocularröhre sich nicht so weit ausziehen lässt, um auf Entfernungen von 4 bis 6 Meter deutlich zu sehen (§. 18).

An welchen Stellen Querprofile zu nehmen sind und in welchen Entfernungen sie aufeinander folgen sollen, hängt natürlich

von der Gestalt der Bodenoberfläche und von der Genauigkeit ab, mit welcher überhaupt die ganze Arbeit ausgeführt werden soll. In stark wechselndem Terrain können Querprofile alle 4 bis 6 Meter nöthig werden, während die Entfernung zwischen denselben in der Ebene gegen 100 und mehr Meter betragen kann. Deshalb ist auch das Verfahren mancher Praktiker, die Querprofile ohne Rücksicht auf die Terrain-Verhältnisse in gleichen Abständen, z. B. von 10 zu 10 Meter, zu nehmen, in vielen Fällen unzweckmässig, indem dadurch stellenweise unnöthig viele, an anderen Stellen hingegen wieder zu wenig Querprofile entstehen. Indessen kann man partienweise innerhalb solcher Grenzen, wo dieses füglich geschehen kann, die Abstände gleich machen, weil dadurch die Berechnung der Auf- und Abträge bedeutend erleichtert wird.

57. Flächen-Nivellements. Das Nivelliren nach der Fläche kommt vor, wenn sumpfige Strecken trocken gelegt, Gruben ausgefüllt oder unebener Boden planirt werden soll, wobei dann gewöhnlich der cubische Raum einer solchen Grube, eines Hügels u. dgl. zu bestimmen ist. Die gegenseitige Verbindung der zu nivellirenden Punkte kann zu diesem Zwecke auf verschiedene Weise bewirkt werden. Man kann sie nämlich frei in der Fläche zerstreuen und im Grundriss durch ein Dreiecknetz verbinden, oder man denkt sich die Fläche durch eine Reihe unter sich paralleler Verticalebenen geschnitten und nivellirt jedes einzelne so entstehende Profil; endlich können diese verticalen Schnitte auch durch einen gemeinschaftlichen Punkt geführt oder die Profile radienförmig über die Fläche vertheilt werden. Das zweite Verfahren ist zur Berechnung des Cubikinhaltes fast in allen Fällen das bequemste. Diese Profile werden auf gewöhnliche Weise nivellirt, unter sich gehörig verbunden und am Ende sämtliche Ordinaten auf eine gemeinschaftliche Horizontalebene bezogen.

Bei Planirungen liegt die Grundebene nicht immer horizontal, sondern ist öfters auch geneigt, und die Ordinaten der einzelnen

Puncte werden auf diese Ebene bezogen. Ihre Lage wird gewöhnlich durch Marken bestimmt, die sich an drei in der Gegend ausgesteckten Signalstangen befinden.

Um das an einem beliebigen Puncte der Gegend aufgestellte Nivellir-Instrument so zu stellen, dass es eine Ebene beschreibt, die zu der gegebenen schiefen Ebene parallel ist, muss die optische Axe zu der Umdrehungsaxe senkrecht stehen, weil dieselbe sonst keine Ebene beschreiben würde. Ist das Instrument rectificirt, d. h. ist die Visur zur Libelle parallel und stellt man dann noch die letztere nach §. 25 zur Umdrehungsaxe senkrecht, so ist das Instrument gehörig vorbereitet. Die Einrichtung in die gegebene Grundebene wird hierauf blos mit den Stellschrauben bewirkt, bis die Visur an den drei Signalstangen gleiche Höhen über oder unter den gegebenen Marken abschneidet, in welchem Falle dann die Visirebene eine zur Grundebene parallele Ebene beschreiben wird. Die Elevationsschraube G darf während der Arbeit nicht mehr verstellt werden.

Man nivellirt nun die ganze Strecke ohne Rücksicht auf die Libelle in Bezug auf die Umdrehungsebene des Instrumentes, wobei die einzelnen Puncte, wie oben, auf dreifache Weise unter sich verbunden werden können.

Wird die Latte bei dieser Art zu nivelliren vertical gehalten, wie gewöhnlich, so stehen die Ordinaten auf der Grundebene nicht senkrecht, sondern bilden mit ihr den Winkel $= 90^\circ - \alpha$, wenn α der Neigungswinkel der Grundebene gegen den Horizont ist, und man hat die beobachteten Ordinaten mit $\cos \alpha$ zu multipliciren, um sie senkrecht zur Grundebene zu erhalten. Ist jedoch α klein oder die verlangte Genauigkeit nicht besonders gross, so wird es kaum nöthig sein, hierauf Rücksicht zu nehmen.

58. Nivellements-Profile. Die nivellirten Linien werden gewöhnlich in Profilzeichnungen dargestellt, wozu die horizontalen Distanzen die Abscissen und die Gefälle die Ordinaten bilden, deren Enden durch eine stetige krumme Linie verbunden werden. Weil aus einer solchen Zeichnung die Ordinaten sich viel genauer

sollen abnehmen lassen, als die Längen, werden erstere nach einem meistens viel grösseren Maassstabe gezeichnet, wodurch ein verzerrtes Bild entsteht. Sowohl das Verhältniss beider Maassstäbe, als der Maassstab der ganzen Zeichnung selbst ist je nach dem Zwecke derselben ungemein verschieden. Auch die zugehörigen Querprofile werden auf ähnliche Weise, jedoch nicht verzerrt und meistens in einem grösseren Maassstabe gezeichnet und mit fortlaufenden Nummern versehen, welche mit den gleichlautenden Nummern im Längenprofil correspondiren. Die Haupthorizontale eines Längenprofils wird so weit über oder unter die Profilcontour gelegt, dass sämtliche Ordinaten auf einerlei Seite zu liegen kommen, auch bei grösseren Unternehmungen die Höhe der Haupthorizontalen über einem bekannten Fixpuncte angeführt, z. B. über dem Meere, über dem mittleren Wasserspiegel eines benachbarten Flusses an einer bestimmten Stelle u. dgl.

Sollen diese Profilzeichnungen die Mittel an die Hand geben, für den Bau einer Strasse, Eisenbahn etc. die Cubikräume der Aufdämmungen und Abgrabungen (Auf- und Abträge) und somit die Kostenüberschläge zu berechnen, so müssen die zu Grunde liegenden Maassstäbe so gross sein, um die nöthigen Abmessungen mit hinreichender Schärfe zu gestatten. Man wird deshalb bei Längenprofilen den Maassstab für die Längen nicht wohl kleiner als 50 Meter auf 1 Centimeter nehmen, bei Querprofilen hingegen ist derselbe meistens viel grösser und kann selbst 5 bis 2 Meter auf 1 Centimeter betragen. Zum Zwecke einer übersichtlichen Darstellung werden solche Profilzeichnungen, z. B. für eine längere Eisenbahnstrecke, auch in viel kleinerem Maassstabe angefertigt (General-Längenprofile), welche dann begreiflich nur die Hauptformen der Contour enthalten können. Sowohl für die Längen als Höhen werden die zugehörigen Maassstäbe beigelegt.

Die Bahnlinie der zu bauenden Strasse oder Eisenbahn wird dann in das Längenprofil nach bestimmten Grundsätzen eingetragen, deren Erörterung nicht hieher gehört, da sie nicht zunächst den Wirkungskreis des Geometers, sondern des Bau-Ingenieurs betreffen; ferner pflegt man den einzelnen Bahnstrecken

die entsprechenden Gefälle beizusetzen und diese im Verhältnisse zu den Längen oder auch in Procenten der Längen auszudrücken. Z. B. Gefälle $= \frac{1}{780}$ heisst: die Bahn steigt um 1 Meter auf 780 Meter der Länge; oder Gefälle $= 0.28\%$ drückt aus, dass die Steigung auf 100 Meter 0.28 Meter betrage. Die Bezeichnungen der horizontalen Lage durch $\frac{1}{\infty}$, 0 oder 0% sind von selbst verständlich. Auf ähnliche Weise werden in die Querprofile zum Behufe der Berechnung und Ausführung die Querschnitte des Bahnkörpers eingetragen. Die technische Ausführung der Profile ist verschieden; sie bestehen entweder bloß aus der einfachen Contour oder werden mit einer schwachen Farbe angelegt; indessen ist dies Geschmacksache und für den mathematischen Gebrauch unwesentlich.

59. Genauigkeit, welche beim Nivelliren mit verschiedenen Instrumenten erreichbar ist. Der mittlere Fehler $= \delta$ einer beobachteten einzelnen Lattenhöhe hängt ab: 1. vom Visurfehler; 2. von einem Fehler in der Einstellung der Libelle; 3. von einem ähnlichen Fehler in der Rectification. Es ist hier nur von unvermeidlichen Fehlern die Rede, die eintreten können, ohne dass dem Geometer der geringste Vorwurf gemacht werden kann, weil sie wegen ihrer Kleinheit der Wahrnehmung sich entziehen. Auch der Gehilfe kann Fehler begehen durch unrichtiges Ablesen, schiefe Stellung der Latte u. s. w.; allein da diese Fehler vom Instrumente ganz unabhängig sind, kommen sie hier nicht in Betracht, auch können sie durch gehörige Aufmerksamkeit ganz unmerklich gemacht werden.

Die vereinte Wirkung der Fehlerquellen 1 und 2 kann für jedes Instrument gefunden werden, indem man eine Reihe von wenigstens zehn Beobachtungen für eine und dieselbe Lattenhöhe macht, dabei jedesmal sowohl die Libelle als die Zieltafel etwas verstellt und Alles wieder genau einrichtet. Wie aus der ganzen Reihe der mittlere Fehler $= \delta$ einer Beobachtung abzuleiten, ist schon in §. 38 durch ein Beispiel gezeigt worden. Eine etwaige Unsicherheit in der Rectification kann nicht auf ähnliche Weise

ermittelt werden, indessen wird sie bedeutend kleiner sein als δ , wenn man sich bewusst ist, das Instrument mit aller Sorgfalt rectificirt zu haben. Nachfolgende Uebersicht enthält die Resultate zahlreicher Versuche mehrerer Personen über den mittleren Fehler verschiedener Instrumente, vorausgesetzt, dass diese mit Sachkenntniss construirt, überhaupt in ihrer Art vorzüglich sind.

	Des Fern- rohres		Mittlerer Fehler, wenn die Distanz = 1	Distanz, wenn der mittlere Fehler = 0.001 Meter
	Brenn- weite Zoll	Ver- grösse- rung		
1. Canalwage.....	—	—	$\frac{1}{2000}$	2 Meter
2. Nivellir-Diopter	—	—	$\frac{1}{15000}$	15 „
3. Unsere kleinen Taschen-Diopter (Fig. 41)	—	—	$\frac{1}{20000}$	20 „
4. Unsere Taschen-Nivellir-Instru- mente (Fig. 19 u. 20)	5	10	$\frac{1}{100000}$	100 „
5. Instrum. mittlerer Grösse (Fig. 17)	{ 6 9	{ 14 18 }	$\frac{1}{150000}$	150 „
6. Grosse Instrumente (Fig. 21) und Universal-Nivellir-Instrumente .	{ 10 12	{ 24 30 }	$\frac{1}{200000}$	200 „

Bei den unter 5. und 6. angeführten Instrumenten sind die in der ersten und zweiten Spalte angesetzten Zahlen mittlere Werthe der Brennweite und Vergrößerung des Fernrohres für terrestrische und beziehungsweise astronomische Oculare. Der mittlere Fehler ist in beiden Fällen nahe derselbe, weil, sobald die Vergrößerung etwa über 15 steigt, der mittlere Fehler in der Einstellung der Libelle über den mittleren Visurfehler mehr und mehr das Uebergewicht erhält und somit die weitere Steigerung der Vergrößerung den mittleren Lattenfehler nur unerheblich verringert, wenn nicht gleichzeitig der Einstellungsfehler der Libelle in demselben Verhältnisse verkleinert werden kann, was in der Praxis des Nivellirens mit Schwierigkeiten verbunden ist. Die angesetzten Fehler sind in Bezug auf Individuen die

mittleren; bei einem besonders scharfen und geübten Auge können sie fast zur Hälfte kleiner sein.

Sind die Fehler der einzelnen Lattenhöhen $\delta_1, \delta_2, \text{etc.}$ unter sich unabhängig, d. h. ist kein constanter immer in demselben Sinne wirkender Fehler vorhanden, so lässt sich aus demselben auch der mittlere Fehler Δ des ganzen Gefälles bestimmen. Es ist nämlich nach der Theorie der kleinsten Quadrate:

$$\Delta = \sqrt{(\delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2)} \dots (1).$$

Ist der mittlere Fehler für die Distanz $= 1$ nach obiger Tabelle $= \frac{1}{m}$,

die Distanz der Latte vom Instrumente $= d$, so ist $\delta = \frac{d}{m}$ und, wenn wir alle d , mithin auch alle δ , einander gleich annehmen,

$$\Delta = \delta \sqrt{n} = \frac{d}{m} \sqrt{n} \dots (2),$$

wo n die Anzahl aller einzelnen Lattenhöhen vorstellt.

Die Länge der ganzen Gefällsstrecke sei $= D$, so können wir $D = d_1 + d_2 + \dots$ setzen, mithin, wenn wieder die einzelnen d einander gleich sind, $D = nd$ und

$$\Delta = \frac{D}{m \sqrt{n}} \dots (3),$$

$$\text{hieraus } m = \frac{D}{\Delta \sqrt{n}}, \quad n = \frac{D^2}{m^2 \Delta^2} \quad \text{und} \quad d = \frac{m^2 \Delta^2}{D} \dots (4).$$

Z. B. das Gefälle zwischen zwei Puncten soll auf 0.01 Meter gefunden werden mit einem Instrumente, für welches $\frac{1}{m} = \frac{1}{100000}$; Länge der Gefällsstrecke $= 8000$ Meter, wie gross dürfen die einzelnen Distanzen genommen werden?

Wir finden nach Formel (4) $d = 125$ Meter, dies gibt $n = 64$ Stationen, mithin 32 Aufstellungen des Instrumentes, wenn aus der Mitte nivellirt wird.

Aus Formel (4) sieht man, dass d wie das Quadrat von Δ oder m abnimmt, d. h. d wird z. B. viermal kleiner, wenn Δ nur halb so gross sein soll oder die Leistungsfähigkeit des Instrumentes um die Hälfte geringer ist.

Der bisher betrachtete mittlere Fehler δ einer einzelnen Lattenhöhe setzt voraus, dass nur eine Einstellung der Zieltafel

vorgenommen wird; macht man deren mehrere und nimmt daraus das Mittel, so wird natürlich δ kleiner. Der mittlere Fehler dieses Mittels ist nämlich, wenn die Zieltafel e -mal eingestellt wurde,

$$= \frac{\delta}{\sqrt{e}} = \frac{d}{m \sqrt{e}},$$

und daher

$$d = \frac{m^2 \Delta^2 e}{D},$$

oder, um unter übrigens gleichen Umständen dieselbe Genauigkeit Δ zu erreichen, können die Entfernungen e -mal grösser genommen werden. Da es nun für die Praxis ungleich leichter und schneller ist, für jede Lattenhöhe z. B. vier Beobachtungen, als viermal mehr Stationen zu machen, so wird man eine erhöhte Genauigkeit des ganzen Gefälles weniger durch Verkürzung der Distanzen, als vielmehr durch mehrfache Beobachtung jeder einzelnen Lattenhöhe zu erreichen suchen. Sollen die Lattenhöhen bei verschiedenen Entfernungen gleiche Genauigkeit haben, so muss sein:

$$\frac{e}{e'} = \frac{d^2}{d'^2},$$

oder die Anzahl der Wiederholungen muss den Quadraten der Distanzen proportional sein. In der Entfernung von 200 Meter z. B. sind demnach vier Beobachtungen nöthig, um dieselbe Genauigkeit zu erhalten, welche bei der Distanz = 100 Meter eine einfache Beobachtung gibt. Bei diesen wiederholten Beobachtungen muss jedesmal nicht nur die Zieltafel, sondern auch die Libelle neu eingestellt werden, damit nicht derselbe Fehler auf mehrere Beobachtungen sich ausdehne.

Diese Betrachtungen über die Genauigkeit eines Nivellements sind nur gültig, wenn das Instrument mit aller Sorgfalt rectificirt ist und die Reduction auf den wahren Horizont jedesmal berücksichtigt wird, so oft sie einen merklichen Werth hat; denn die hieraus entspringenden Fehler wirken immer in demselben Sinne und häufen sich daher weit schneller zu einer merklichen Grösse an, als die zufälligen. Man wird deshalb in Fällen, wo eine ganz ungewöhnliche Genauigkeit erreicht werden soll, das Instrument in nahe gleiche Entfernung von der hinteren und vor-

deren Latte stellen, wodurch der Einfluss solcher constanter Fehler gewiss ganz verschwindet, wenn sie ohnehin sehr klein sind.

Noch muss eine Fehlerquelle erwähnt werden, welche nicht immer gebührend beachtet wird. Bei den beiden Visuren nach vor- und rückwärts, welche von zwei aufeinander folgenden Instrumentständen nach demselben Lattenpuncte genommen werden, wird selbstverständlich vorausgesetzt, dass die Latte nach dem Umwenden derselben genau wieder auf denselben Punct aufgesetzt werde. Wird aber die Latte unmittelbar auf den Erdboden gestellt, so kann, da dieser selten hinreichend eben und fest ist, ein nicht unerheblicher Fehler entstehen, wenn die Latte auch nur unmerklich seitwärts gerückt wird. Man kann, wenn ein Nivellement mit grosser Schärfe verlangt wird, diesen Fehler durch den Gebrauch eines Untersatzes vermeiden, auf welchen die Latte jedesmal gestellt wird. Derselbe besteht zweckmässig aus einer gusseisernen Platte von 10 bis 15 Centimeter im Quadrat, mit vier Spitzen versehen, mit welchen sie auf den Boden gesetzt wird; auf der oberen Fläche befindet sich ein kurzer in eine Kugel endender Zapfen, auf welchen die Latte, welche an ihrem unteren Ende mit einer entsprechenden sphärischen Höhlung versehen ist, aufgesetzt wird.

SECHSTER ABSCHNITT.

EINRICHTUNG UND GEBRAUCH UNSERER VERBESSERTEN NIVELLIR-INSTRUMENTE.

60. Die wesentlichste Verbesserung enthält die Elevations-
schraube *G*, mit welcher dem Fernrohre die feine Bewegung er-
theilt wird. Mittelst dieser Schraube kann nämlich nicht nur die
feine Bewegung des Fernrohres ganz so wie bei den anderen In-
strumenten bewirkt, sondern diese Winkelbewegung kann auch
mit aller Schärfe gemessen werden. Die Schraube wird auf diese
Art als Mikrometerschraube gebraucht und zu diesem Zwecke

Fig. 45.

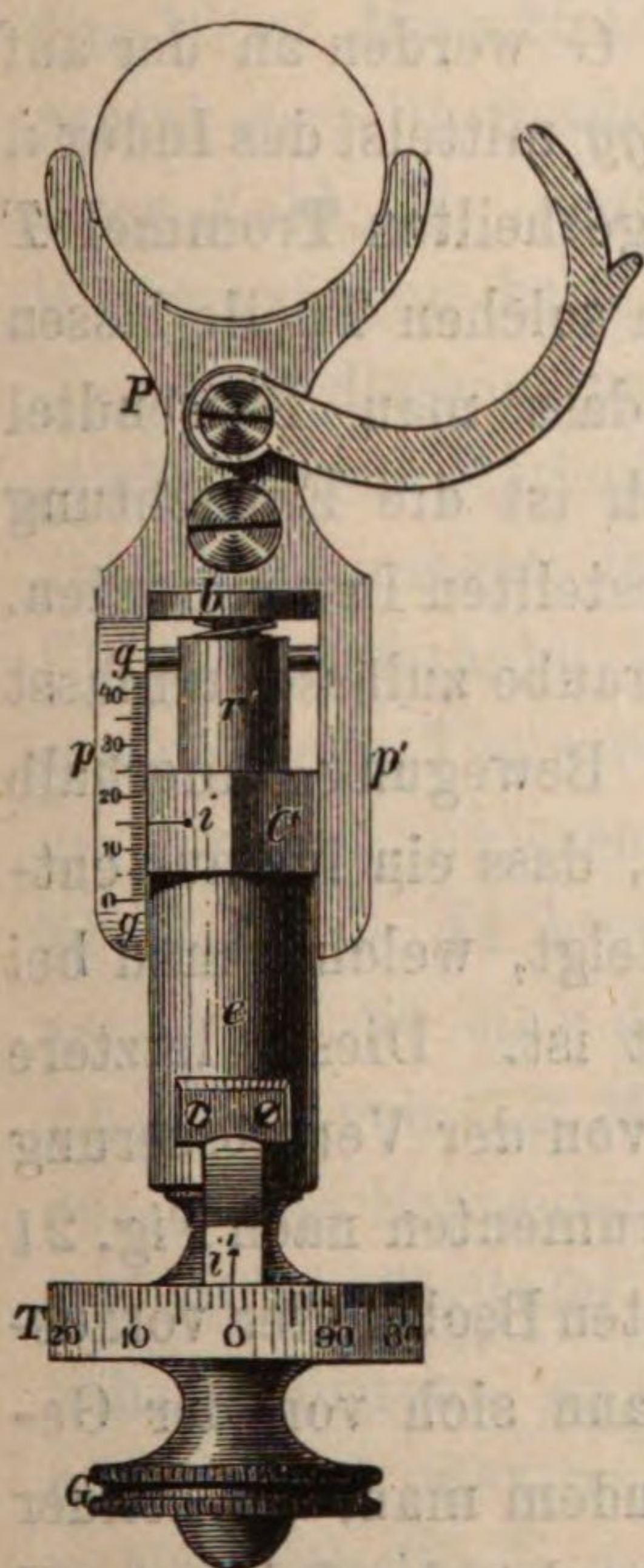
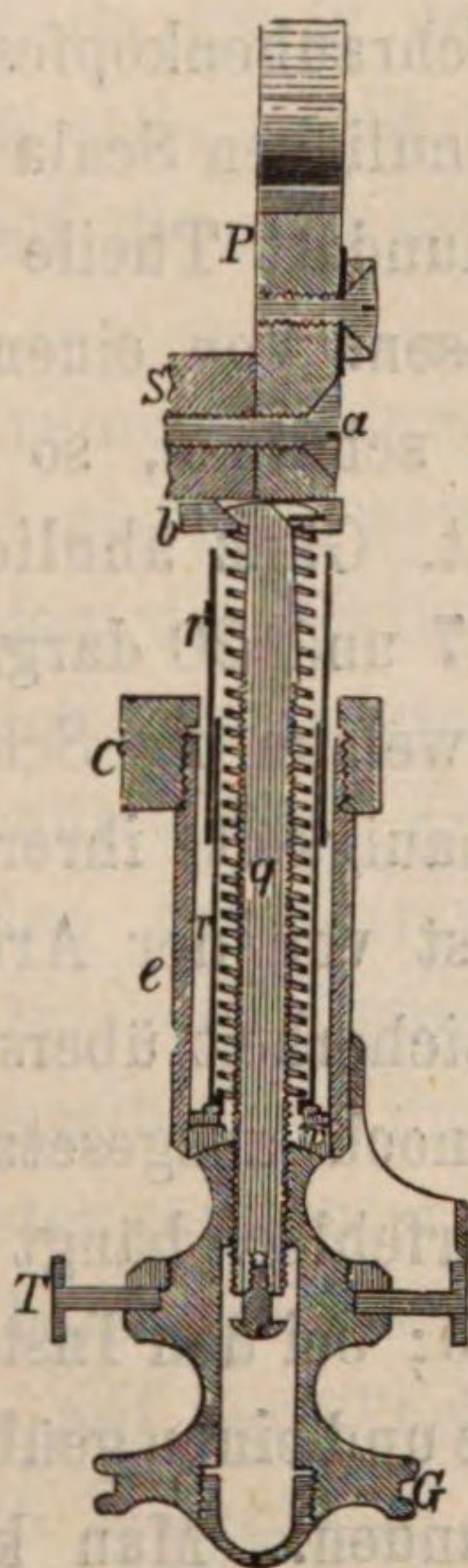


Fig. 46.



mit besonderem Fleisse ver-
fertigt. Die in den Fi-
guren 17, 20, 21, 27 dar-
gestellten Instrumente sind
mit dieser Einrichtung ver-
sehen; zur grösseren Deut-
lichkeit gibt Fig. 45 eine
Ansicht von vorne und Fig.
46 einen darauf senkrech-
ten Schnitt dieses Thei-
les des in Fig. 21 abge-
bildeten Instrumentes in $\frac{1}{2}$
der natürlichen Grösse.

Der vordere Träger *P*
des Fernrohres ist (ebenso
wie der zweite *P'*) mit dem
Libellenträger *S* mittelst
der Schraube *a* fest ver-
bunden und an demselben
die Platte *b* angeschraubt, an welche die Spindel *q* der Mikro-
meterschraube mit einem am oberen Ende angedrehten sphärischen

Segmente aufgehängt ist; ein kleiner in den Schnitt des Segmentes greifender Stift verhindert die Drehung der Spindel. Zwischen den Gabelstücken pp' des Trägers gleitet das kreisförmig durchbrochene Ende C der Alhidade $C'D$, in welches ein Messingrohr e verschraubt ist, welches an seinem unteren Ende das glasharte Stahlstück v trägt, an dessen untere sphärische Fläche sich der eben so geformte Schraubenkopf G anlegt, welcher in seinem oberen Theile das Muttergewinde enthält. Zwischen den Stücken b und v ist eine starke Schraubenfeder eingelegt, welche den Träger P sammt dem Fernrohre an diesem Ende hebt, ein genaues Anliegen des Schraubenkopfes G an dem Stahlstücke v bewirkt und den todten Gang der Schraube beseitiget. Die ineinander gesteckten schwachen Röhren rr' , von welchen die obere zwischen zwei durch die Gabelstücke pp' gehenden Schrauben aufgehängt ist, dienen zur Abhaltung des Staubes von der Schraube. Die ganzen Umdrehungen des Schraubenkopfes G werden an der auf dem einen Gabelstücke p befindlichen Scala gg mittelst des Index i , die Bruchtheile an der in hundert Theile getheilten Trommel T mittelst des Index i' abgelesen. Von einem solchen Theile lassen sich die Zehntel noch leicht schätzen, so dass man Tausendtel eines Schraubenganges erhält. Ganz ähnlich ist die Einrichtung bei den kleineren in Fig. 17 und 20 dargestellten Instrumenten.

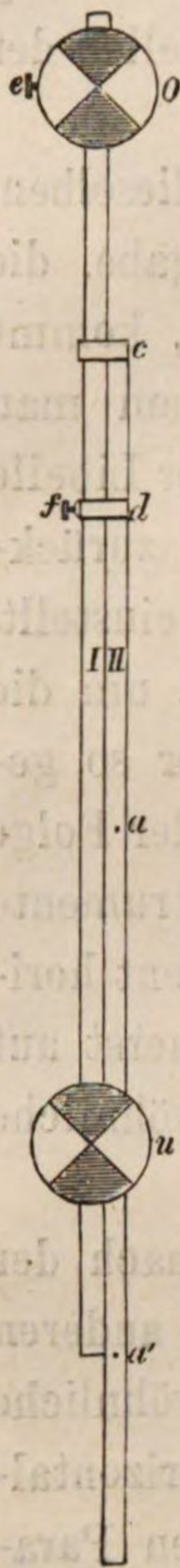
Die ganze Bewegung, welche die Schraube zulässt, umfasst nahe 8 Grade, und die Genauigkeit ihrer Bewegung innerhalb dieses ganzen Spielraumes ist von der Art, dass ein hieraus entstehender Fehler nie die Unsicherheit übersteigt, welcher man bei der Einstellung der Visur noch ausgesetzt ist. Dieser letztere Fehler, der sogenannte Visurfehler, hängt von der Vergrößerung und Schärfe des Fernrohres ab; bei den Instrumenten nach Fig. 21 beträgt er (günstige Umstände und einen geübten Beobachter vorausgesetzt) etwa 1 bis 2 Secunden. Man kann sich von der Genauigkeit der Schraube leicht überzeugen, indem man, bei solider Aufstellung des Instrumentes, das Rohr mittelst der Schraube G auf einen entfernten Gegenstand möglichst scharf einvisirt und hierauf den Stand der Schraube genau abliest. Verstellt man nun diese um einen oder mehrere Gänge willkürlich und führt sie

wieder genau auf die alte Stellung zurück, so wird man, durch das Rohr sehend, keinen Unterschied gegen die frühere Einstellung bemerken. Diese Prüfung kann man an verschiedenen Stellen der Schraube vornehmen.

Was die Rectificationen betrifft, so sind sie ganz dieselben, wie sie oben §§. 25 bis 31 erklärt wurden. Bei der Aufgabe, die Libelle senkrecht zur Umdrehungsaxe zu stellen (§. 25), kommt man bei diesen Instrumenten schneller zum Ziele, indem man nach der Umdrehung um 280° die ganze Abweichung der Libelle mit der Mikrometerschraube misst, diese auf die Hälfte zurückführt und hierauf mit der Stellschraube die Libelle einstellt. Es wird höchstens noch eine Wiederholung nöthig sein, um die gesuchte Stellung mit gehöriger Schärfe zu haben. Der so gefundene Stand der Mikrometerschraube, welchen wir in der Folge mit M bezeichnen werden, wird notirt: z. B. bei dem Instrumente Nr. 16 ist $M = 25.62$. So oft in der Folge das Instrument horizontal gestellt werden soll, stellt man die Schraube zuerst auf diese Zahl M , worauf die Horizontalstellung auf gewöhnliche Weise erfolgen kann.

Mit diesem Instrumente kann nun ganz eben so nach der gewöhnlichen Methode nivellirt werden, wie mit jedem anderen guten Instrument, indem die Mikrometerschraube als gewöhnliche Elevationsschraube bloß zur jedesmaligen scharfen Horizontalstellung der Visur benützt wird. Für den in den folgenden Paragraphen zu erklärenden besonderen Gebrauch der Instrumente ist die in §. 44 beschriebene Doppellatte mit zwei Zielscheiben versehen; die eine derselben u (Fig. 47 folg. Seite) wird in einem Abstände von 0.2 Meter vom untern Ende der beweglichen Latte durch eine Schraube befestigt; stellt man dann die andere verschiebbare Zieltafel o auf den Theilstrich 2.2 Meter, so ist die Scheibendistanz $= 2$ Meter. Je nach Bedürfniss kann diese auch $= 3$ oder $= 4$ Meter gemacht werden, wenn man die untere Scheibe u an dem anderen Lattentheile bei a oder bei a' befestiget, zu welchem Zwecke daselbst Löcher zur Aufnahme der Schraube angebracht worden sind.

Fig. 47.



Diese Einrichtung mit zwei Scheiben kann auch beim Nivelliren nach der gewöhnlichen Methode mit Vortheil angewendet werden. Beim Gebrauche einer Latte nach Fig. 31 (§. 44) mit nur einer Scheibe muss bekanntlich der Gehilfe, sobald er sich durch das Zeichen des Geometers überzeugt hat, dass die einfache Latte nicht ausreiche, beide Latten mit einander verbinden und die Zielscheibe am oberen Ende befestigen. Dieses zeitraubende Wechseln kann vermieden werden, wenn in Fig. 47, zwei feste Scheiben in einer Entfernung von 2 Meter am beweglichen Lattentheile sich befinden. Man sieht leicht, dass der Gehilfe durch das Verschieben des beweglichen Lattentheiles fast immer eine Scheibe in die Visur bringen kann, wenn die Höhe nicht über 4 Meter geht und die Lattentheile stets verbunden bleiben. Derselbe notirt den Stand der Latte wie gewöhnlich, nur muss der Geometer es besonders anmerken, so oft die untere Scheibe anvisirt worden, weil alle vom Gehilfen notirten Visirhöhen sich auf die obere Scheibe beziehen, folglich um zwei Meter verkleinert werden müssen, um die Höhen der unteren Scheibe zu erhalten.

61. Besondere Methode zu Nivelliren. Sei (Fig. 48 und 49) das Instrument in *A*, die Latte in *B* aufgestellt, an welcher 2 Scheiben in genau bekanntem Abstände befestiget sind. Nachdem das Instrument vorläufig hori-

Fig. 48.

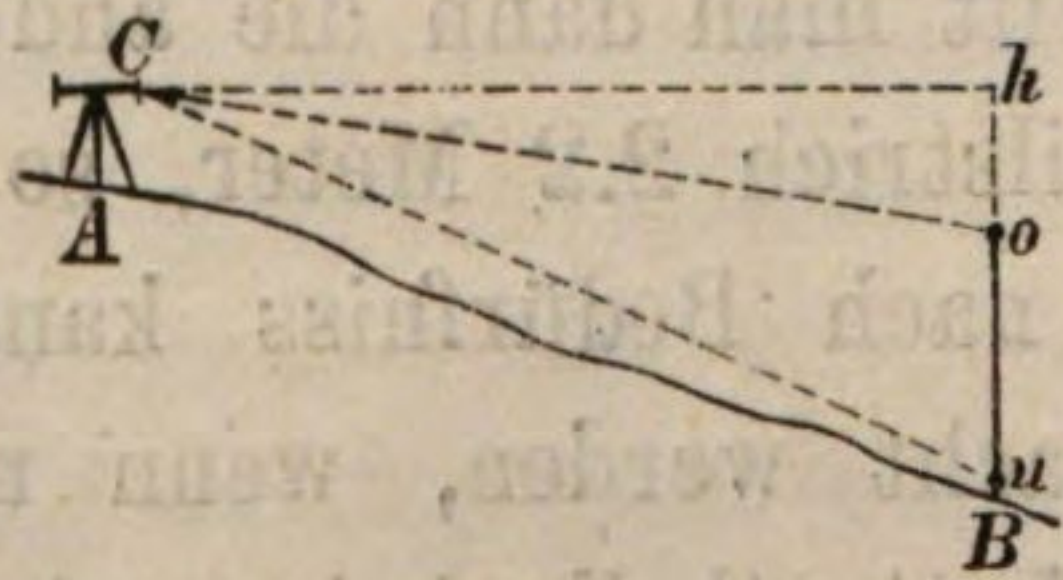
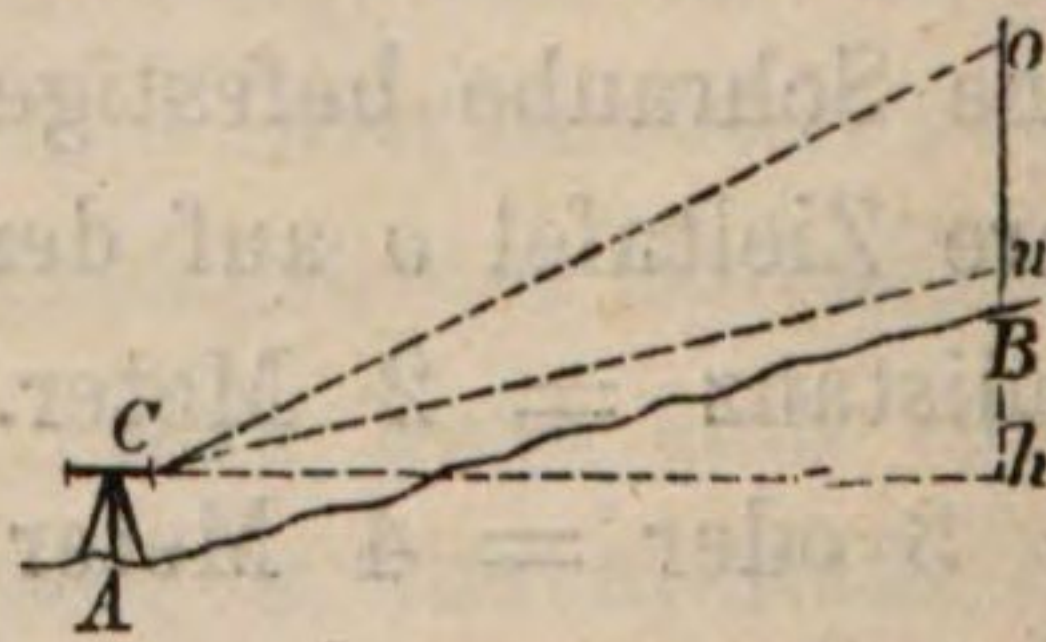


Fig. 49.



zontal gebracht und das Rohr gegen die Latte gerichtet worden, werde die Libelle mit der Mikrometerschraube scharf eingestellt

und der Stand der Schraube abgelesen; sei dieser $= h$. Hierauf wird die Visur ebenfalls mit der Mikrometerschraube auf die Zielscheiben genau eingestellt und jedesmal der Stand der Schraube notirt. Sei dieser

für die obere Scheibe $= o$,
 „ „ untere „ $= u$.

Da hier die Winkel, welche diese drei Visuren am Instrumente bilden, immer nur klein sind, so werden sich die opponirten Seiten ohne merklichen Fehler wie die Winkel verhalten. Die Winkel verhalten sich aber (eine fehlerfreie Bearbeitung der Schraube vorausgesetzt) wie die Anzahl der zugehörigen Schraubengänge, folglich werden sich auch die Höhen ou , uh wie die entsprechenden Schraubengänge verhalten. Sei demnach der bekannte Abstand der Scheiben $= d$, die unbekannte Höhe $uh = H$, so ist

$$d : H = (o - u) : (h - u),$$

und

$$H = d \left(\frac{h - u}{o - u} \right), \dots (1)$$

und diese einfache Formel gibt den Abstand der unteren Scheibe vom Horizont des Instrumentes. Ist $h - u$ positiv, so liegt die Scheibe unter dem Horizont, oder ihr Gefälle ist positiv, im Gegentheile negativ*).

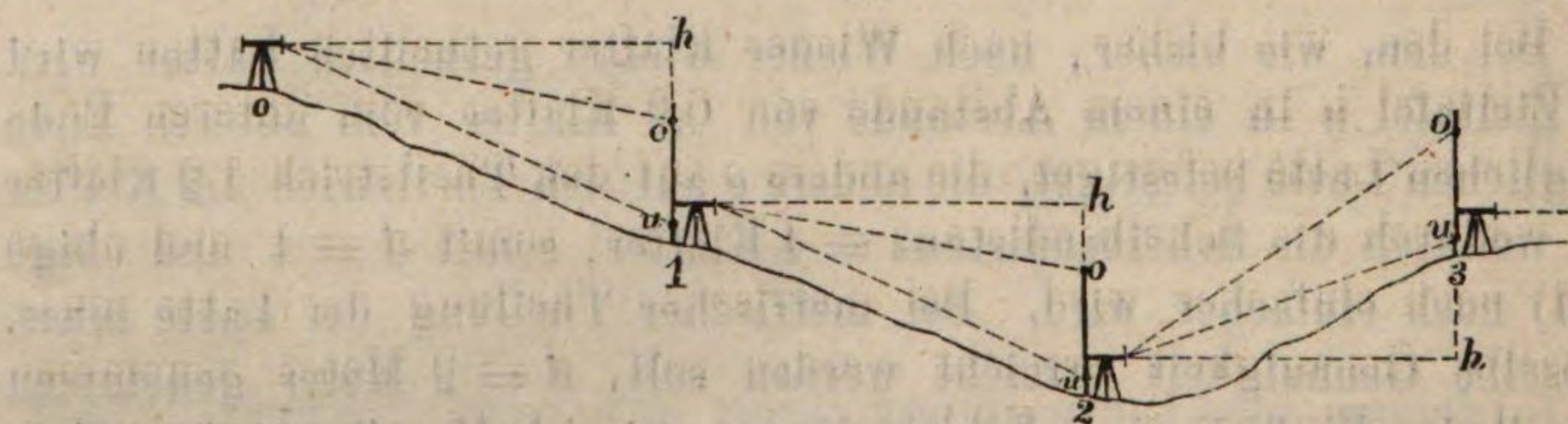
Wenn das Instrument horizontal gestellt ist, so trifft der Index i (Fig. 45) ungefähr auf die Mitte der Scala gg , so dass man die Hälfte derselben zu Höhenwinkeln, die andere Hälfte zu Tiefenwinkeln benützen kann. Es lässt sich jedoch bei starken Neigungen auch der ganze Bogen anwenden, und zwar auf folgende Art. Man drehe das ganze Instrument mittelst der Hülse H (Fig. 17, 21, 27) so, dass eine Stellschraube s in die Richtung

*) Bei den, wie bisher, nach Wiener Klafter getheilten Latten wird die eine Zieltafel u in einem Abstände von 0.2 Klafter vom unteren Ende der beweglichen Latte befestiget, die andere o auf den Theilstrich 1.2 Klafter gestellt, wodurch die Scheibendistanz $= 1$ Klafter, somit $d = 1$ und obige Formel (1) noch einfacher wird. Bei metrischer Theilung der Latte muss, wenn dieselbe Genauigkeit erreicht werden soll, $d = 2$ Meter genommen werden, weil der Einfluss eines Fehlers in $(o - u)$ auf H mit abnehmendem d zunimmt.

gegen die anzuvisirende Latte zu stehen kommt, und stelle jetzt dasselbe horizontal. Nun stelle man den Index i beim Aufsteigen nahe auf den Anfang der Scala, beim Absteigen aber nahe an das Ende derselben, und bringe durch die erwähnte Stellschraube s die Libelle wieder zum Einspielen, so hat man in beiden Fällen den ganzen Gradbogen zur Messung des Höhenunterschiedes in seiner Gewalt. Dabei kommt zwar die Scheibe JK schief zu stehen, allein da ihr Neigungswinkel in die Richtung der Visur fällt, so bleibt der Visirfaden im Rohre doch horizontal.

$$H = d \frac{h-u}{o-u} + \left(\frac{h-M}{2} \right) g,$$

62. Das Vorwärts-Nivelliren nach dieser Methode. Die Lattenhöhe wird am bequemsten immer constant angenommen. Man kann den beweglichen Lattentheil auf 3 Meter stellen.



Scheibe $= l$ und sind die Instrumenthöhen in 0, 1, 2, etc. $= J_1, J_2, J_3$, etc., so sieht man leicht, dass das

$$\text{Gefälle von 0 bis 1} = l + d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)_1 - J_1,$$

$$\text{„ „ 1 „ 2} = l + d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)_2 - J_2,$$

$$\text{„ „ 2 „ 3} = l + d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)_3 - J_3,$$

u. s. w. ;

mithin das Gefälle von 0 bis zum n^{ten} Punct (der n^{ten} Stellung der Latte)

$$= nl + d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)_1 + d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)_2 + d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)_3 + \dots \\ - (J_1 + J_2 + J_3 + \dots) \dots (2),$$

ist, wo begreiflich jedes Glied $d \frac{h-u}{o-u}$ negativ wird, bei welchem h kleiner als u ist.

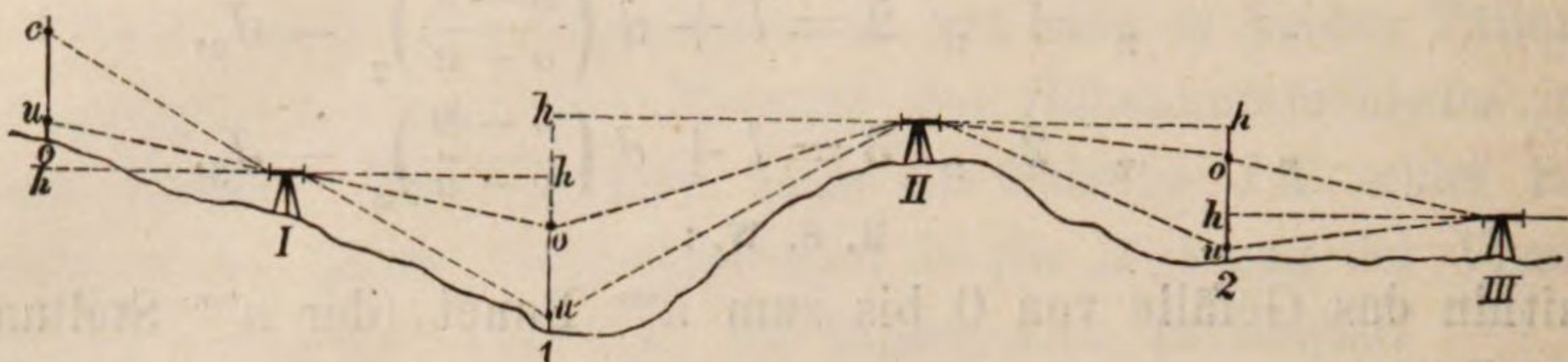
Erhält man in der ganzen Summe ein positives Resultat, so ist der letzte Punct tiefer als A , im Gegentheil höher.

Die Instrumenthöhe ist bei horizontaler Stellung des Fernrohres bis an dessen Axe zu messen.

Wenn die Latte nahe steht, so dass der Winkel von o bis u schon ziemlich gross wird, wodurch die Schraube einen grösseren Weg zu machen hat, so kann man statt der oberen Scheibe die Marke anvisiren, welche zu diesem Zwecke genau in dem Abstände von 1 Meter von der unteren Scheibe angebracht und jedesmal schon gut zu sehen ist, wenn dieser Fall eintritt. Man hat dann, in dem zugehörigen Gliede $d \frac{h-u}{o-u}$, $d = 1$ zu setzen. Steht die Latte so nahe, dass man mit dem Fernrohre die Theilung auf derselben unmittelbar ablesen kann, so ist dies am allereinfachsten (vorausgesetzt nämlich, dass die Latte von der horizontalen Visur getroffen wird). Die Latten sind unmittelbar von $\frac{1}{100}$ zu $\frac{1}{100}$ Meter getheilt, die Tausendtheile kann man schätzen. Das Maass von der unteren Scheibe bis zur horizontalen Visur ist für $d \frac{h-u}{o-u}$ in obige Ausdrücke zu setzen, alles Uebrige bleibt ungeändert.

63. Das Nivelliren aus der Mitte nach dieser Methode. Sei (Fig. 51) abermals die constante Höhe der unteren Scheibe $= l$, so ist die Lattenhöhe bei der Visur

Fig. 51.



$$\text{von I nach O rückwärts} = l + d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)^r,$$

$$\text{„ I „ 1 vorwärts} = l + d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)^v,$$

(die Exponenten r , v sollen rückwärts, vorwärts bedeuten), mithin ist das Gefälle

$$\text{von O bis 1} = l + d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)^v - l - d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)^r,$$

$$\text{d. h.} = d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)^v - d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)^r,$$

folglich bei mehreren Aufstellungen des Instrumentes das Gefälle vom ersten bis zum letzten Punkt:

$$= d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)_1^v + d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)_2^v + d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)_3^v + \dots \\ - \left[d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)_1^r + d \left(\frac{h-u}{o-u} \right)_2^r + \dots \right] \dots (3);$$

man findet also dieses Gefälle, wenn man für jede einzelne Lattenhöhe den Werth $d \frac{h-u}{o-u}$ berechnet und von der Summe aller Lattenhöhen vorwärts die Summe der rückwärtigen Lattenhöhen abzieht. Dabei ist dieser Werth $d \frac{h-u}{o-u}$ jedesmal negativ zu nehmen, wenn er sich also ergibt, d. h. wenn h kleiner als u ist.

Tritt die Nothwendigkeit ein, die constante Lattenhöhe l verändern zu müssen, so setze man diese Veränderung $\pm$ zum Werthe $d \frac{h-u}{o-u}$, je nachdem l grösser oder kleiner gemacht wurde. Auch hier kann man, wie im vorhergehenden Paragraphen bemerkt wurde, wenn die Latte nahe ist, anstatt der oberen Scheibe die

Marke auf der Mitte der Latte anvisiren, oder die horizontale Visur unmittelbar auf der Theilung der Latte ablesen. Im letzteren Falle ist das Maass von der unteren Scheibe bis zur Visur zu nehmen, wodurch dieselbe Zahl erhalten wird, welche der Ausdruck $d \frac{h-u}{o-u}$ gibt. Am Ende folgen einige praktisch ausgeführte Beispiele zur Versinnlichung des Verfahrens.

64. Diese Methode gibt, wie man schon aus den Figuren sieht, mit einem Male sehr bedeutende Höhenunterschiede, welche der Erfahrung gemäss selbst auf 20 bis 30 Meter und darüber gehen können, ohne an Genauigkeit den Resultaten der gewöhnlichen Nivellir-Methode bedeutend nachzustehen, wenn nur dabei die Distanzen nicht unverhältnissmässig gross sind. Dadurch wird, besonders bei ausgedehnten Nivellements in Gebirgsgegenden, ungemein an Zeit gewonnen. Das mühsame und zeitraubende Einwinken der Zielscheibe, sowie das Aufschreiben der Lattenhöhen durch den Gehilfen fällt ganz weg, die Resultate des Gefälles werden von letzterem ganz unabhängig und der Geometer hat nicht zu besorgen, dass seine Arbeiten aus dem Grunde nicht harmoniren, weil beim Ablesen oder Notiren der Lattenhöhe Fehler begangen worden. Das Einwinken wird besonders bei grösseren Distanzen schwierig und selten bringt man das Zielbrett so scharf in die Visur, dass nichts mehr zu wünschen übrig bliebe, sondern man muss sich meistens mit einer sehr genäherten Einstellung begnügen, wenn man auch sieht, sie könnte noch genauer sein. Bei der neuen Methode hingegen kann man mit jeder beliebigen Schärfe die Visur einstellen.

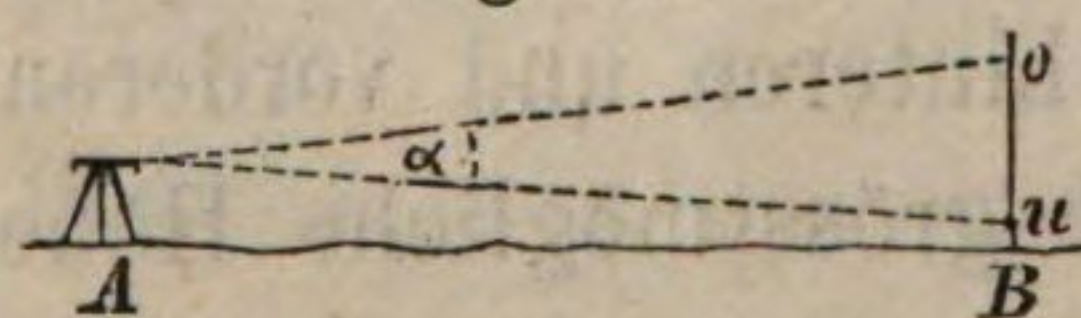
Der Vorzug dieser Methode tritt erst hervor, wenn die Distanzen grösser, vorzüglich aber, wenn die Steigung des Terrains bedeutender ist. Bei der gewöhnlichen Methode kann bekanntlich der Unterschied des Gefälles zwischen der hinteren und vorderen Lattenhöhe nicht grösser werden, als die grösstmögliche Höhe einer Latte. Bei der neuen Methode ist man so lange unbeschränkt, so lange die Steigung des Terrains kleiner ist, als der grösste

vom Instrumente noch messbare Höhenwinkel, welcher auf 8 Grade geht. Im Falle die Steigung, z. B. einer Berglehne, grösser ist, darf man sich blos seitwärts der anzuvisirenden Punkte aufstellen, wodurch die Visirstrahlen eine geringere Neigung gegen den Horizont erhalten.

Ist auf eine Entfernung $= D$ das ganze Gefälle $= G$, und kann mit einem Stande des Instrumentes der Höhenunterschied $= g$ erhalten werden, so ist die Anzahl der nöthigen Stände für die ganze Strecke wenigstens $= \frac{G}{g} = N$. Bei der gewöhnlichen Nivellir-Methode ist $g = 4$ Meter; wir können aber nach der vorgeschlagenen Methode $g = 10$ bis 20 Meter, und wenn keine besondere Genauigkeit verlangt wird, noch grösser nehmen, wodurch die Anzahl der nöthigen Stände viermal geringer wird. Steigt z. B. das Terrain auf eine Entfernung von 2000 Meter um 100 Meter, so sind nach der gewöhnlichen Methode wenigstens 25 Stände nöthig, während dieses Gefälle nach unserer besonderen Methode mit fünf oder noch weniger Ständen erhalten werden kann. Hieraus ersieht der Sachverständige von selbst, dass dieses Verfahren in geeigneten Fällen, besonders bei General-Nivellements, Revisionen, Recognoscirungen u. dgl. in stark wechselndem Terrain wesentliche Vortheile gewähre und eine ungleich kürzere Zeit erfordere. Wir sind jedoch weit entfernt, diese Methode unbedingt zu empfehlen; beim Nivelliren im Detail, wo die Distanzen gewöhnlich kurz sind und die Latte von der horizontalen Visur getroffen wird, ist das gewöhnliche Verfahren gewiss einfacher und schneller, besonders wenn man sich der in §. 46 beschriebenen Latten bedient.

65. Unser Instrument als Distanzmesser. Unser Instrument ist zugleich ein vorzüglicher Distanzmesser. Sei nämlich

Fig. 52. (Fig. 52) die Distanz AB , vom Drehungspuncte c (Fig. 17) des Fernrohres bis zur Latte gezählt, $= D$, der Winkel zwischen der oberen und unteren Scheibe $= \alpha$, das Lattenmaass zwischen denselben $= d$, so ist ohne merklichen Fehler:



$$d = D \operatorname{tang} \alpha.$$

Allein da α immer nur klein ist, so wird sehr nahe $\operatorname{tang} \alpha$ der Anzahl der Schraubengänge $(o - u)$ proportional sein, so dass man setzen kann: $\operatorname{tang} \alpha = C(o - u)$, wo C eine Constante bedeutet, welche von der Einrichtung des Instrumentes und dem Werthe der Schraubengänge abhängt.

Wir haben also $d = D \cdot C(o - u)$, und hieraus:

$$D = \frac{d}{C(o - u)}.$$

Um die Constante C zu bestimmen, messe man eine Distanz $= D$ möglichst scharf ab, stelle die Latte auf und suche den Werth $(o - u)$ für das Lattenmaass $= d$ ebenfalls mit aller Schärfe, so ergibt sich aus obiger Gleichung C . Man kann aus mehreren solchen Versuchen das Mittel nehmen, auch dabei verschiedene Stellen der Schraube anwenden. Setzt man $\frac{1}{C} = K$, so hat man

$$D = d \cdot \frac{K}{o - u} \dots (4)$$

Streng genommen, können die verschiedenen Stellen der Schraube nicht ganz denselben Werth C oder K geben, weil dieselbe nicht den Winkel oder dessen Tangente, sondern die Differenzen der Sehnen der Winkel misst. Man wird also, wenn man die grösste Schärfe erreichen will, für mehrere Stellen der Schraube K suchen, um dann jedesmal den zugehörigen Werth anwenden zu können, oder, wenn man nur einen Werth K hat, zur Distanzmessung jene Stelle der Schraube anwenden, für welche dieses K gilt.

Diese Instrumente werden in der Werkstätte der Herren G. Starke und Kammerer in Wien in drei verschiedenen Kategorien angefertigt und die Einrichtungen sind so getroffen, dass allen Instrumenten derselben Kategorie nahe derselbe mittlere Werth von K entspricht. Mit Beifügung der Vergrößerung (v)

des Fernrohres (bei Anwendung eines astronomischen Oculars) sind diese Kategorien folgende:

Grosse Instrumente (Fig. 21, 27), $v = 24$, bez. 30, $K = 324$,

Mittlere „ („ 17), $v = 18$, $K = 280$,

Taschen-Nivellir-Instrum. (Fig. 20), $v = 10$, $K = 225$.

Die Grösse $\frac{K}{o-u}$ kann für jede dieser drei Kategorien in eine Tafel gebracht werden, welche etwa von $\frac{1}{100}$ zu $\frac{1}{100}$ Schraubengang fortschreitet, wodurch man in den Stand gesetzt ist, die Distanz höchst einfach zu finden. Diese drei Tafeln sind am Ende des Buches beigelegt (Tafel I. A, I. B, I. C). Ist das Lattenmaass d nicht $= 1$, so hat man die Werthe der Tafeln mit demselben zu multipliciren. Gewöhnlich wird man $d = 2$ Meter nehmen. Hat ferner für ein bestimmtes Instrument die Constante K einen von den obigen mittleren, den Tafeln zu Grunde liegenden etwas abweichenden Werth, so kann die betreffende Tafel unmittelbar benützt werden, wenn man das Lattenmaass d nicht $= n$ Meter (unter n eine ganze Zahl, z. B. 2, verstanden), sondern:

$$= n \times \frac{\text{mittlere Constante}}{\text{Constante des Instrumentes}}$$

macht. Wäre z. B. für ein Instrument der zweiten Kategorie $K = 287.35$, so hätte man $d = 2 \times \frac{280}{287.35} = 1.9488$ Meter zu machen, um die Distanzen sofort aus der für $K = 280$ berechneten Tafel, durch Multiplication der Tafelwerthe mit 2, entnehmen zu können.

66. Was die Genauigkeit dieser Distanzmessung betrifft, so kann ein Fehler nur dadurch entstehen, dass $(o-u)$ etwas fehlerhaft ist. Ist dieser Fehler $= x$, der dadurch in D entstehende Fehler $= d D$, so wird für unsere grossen Instrumente ($K = 324$):

$$d D = \frac{D^2 x}{324.d}.$$

Man sieht aus dieser Formel, dass der Fehler in der Distanz wie das Quadrat von D zunimmt, dass er aber um so kleiner wird, je grösser die Lattenhöhe d ist. Daher soll man, besonders bei grösseren Distanzen, die Lattenhöhe grösser nehmen. Zu diesem

Zwecke lassen sich unsere Latten zusammensetzen, wodurch man einen Abstand der Scheiben = 4 Meter erhält.

Unter günstigen Umständen, besonders wenn man die Pointirungen wiederholt, wird x bei einem Instrumente dieser Kategorie meistens kleiner sein, als 0.003 Schraubengang (aus zahlreichen Versuchen an verschiedenen Personen ist der mittlere Fehler x höchstens = 0.002); setzt man jedoch $x = 0.003$, so ergibt sich folgende Uebersicht der Fehler, verglichen mit dem Fehler einer Kettenmessung, welchen man, wenn die Umstände nicht sehr günstig sind, zu $\frac{1}{1000}$ der Distanz annehmen kann.

Distanz = D Meter	Fehler der Distanz		Fehler einer gewöhnlichen Kettenmessung
	Lattenhöhe 2 Meter	Lattenhöhe 4 Meter	
40	0.007 Meter	0.004 Meter	0.04 Meter
60	0.017 "	0.008 "	0.06 "
80	0.030 "	0.015 "	0.08 "
100	0.046 "	0.023 "	0.10 "
150	0.10 "	0.052 "	0.15 "
200	0.18 "	0.093 "	0.20 "
300	0.42 "	0.21 "	0.30 "
400	0.74 "	0.37 "	0.40 "
500	1.16 "	0.58 "	0.50 "
600	1.67 "	0.83 "	0.60 "
800	2.96 "	1.48 "	0.80 "

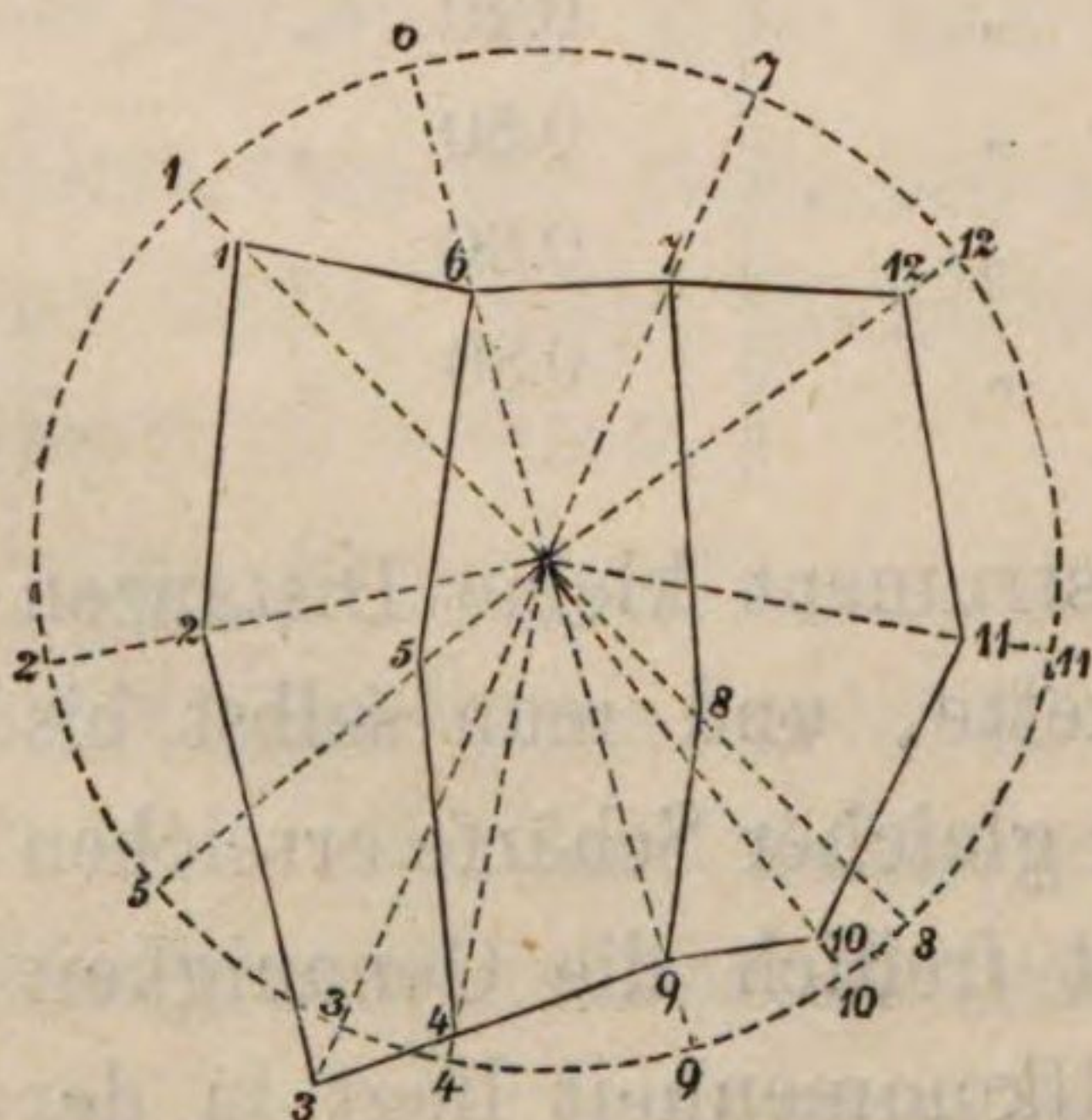
Hieraus sieht man, dass das Instrument kleine Distanzen bedeutend genauer gibt als die Messkette, und man selbst bis zu 400 Meter Distanz eine mit letzterer gleicher Schärfe erreichen könne. Für grössere Distanzen nimmt freilich die Genauigkeit des Instrumentes ab, allein diese Unvollkommenheit liegt in der Natur der Distanzmesser, und alle Instrumente zu diesem Zwecke, auch der Reichenbach'sche Distanzmesser, sind derselben wenigstens eben so sehr unterworfen. Will man eine Distanz besonders genau haben, so darf man die Pointirungen nur wieder-

holen, wo dann bei einem nur etwas geübten Beobachter x kaum grösser als 0.001 sein wird.

Es ist kaum nöthig zu bemerken, dass die in vorstehender Tafel angeführten Fehler nicht eintreten müssen, sondern nur eintreten können, und dass das Resultat auch schärfer sein könne. Will man indessen eine grössere Distanz mit besonderer Schärfe haben, so darf man sie blos in zwei oder mehrere Theile theilen und jeden Theil besonders messen; denn die Summe der wahrscheinlichen Fehler der einzelnen Theile ist, wie man aus vorstehender Tafel sieht, immer bedeutend kleiner als jener, welchem man bei der unmittelbaren Messung der ganzen Distanz ausgesetzt ist.

67. Verbindet man mit dem Distanzmesser noch den eingetheilten Horizontalkreis, indem man die Richtung jeder Visur abliest, so kann man von einem einzigen Standpuncte aus die Lage und Entfernung verschiedener Puncte bestimmen, ja eine ganze Aufnahme des umliegenden Terrains vornehmen. Um eine solche Aufnahme in Grundriss zu legen, ziehe man mit einem ziemlich grossen Halbmesser, z. B. von 100 Millimeter, einen Kreis, Fig. 53,

Fig. 53.



und trage in diesem die Sehnen der gemessenen Winkel nach einer Sehnentafel ein, so kann man auf den so erhaltenen Richtungslinien die gemessenen Distanzen nach einem zweckmässig dazu gewählten Maassstabe auftragen und mittelst der so entstehenden Puncte den Grundriss auszeichnen. Dabei ist zu bemerken, dass man statt der stumpfen Winkel immer die spitzen Nebelwinkel zeichnen soll, weil letztere sich genauer construiren lassen. Die Construction der Winkel mittelst der Sehnen ist eine der einfachsten und genauesten, viel genauer, als mittelst eines gewöhnlichen Transporteurs, denn sie ist bei gehöriger Aufmerksamkeit im

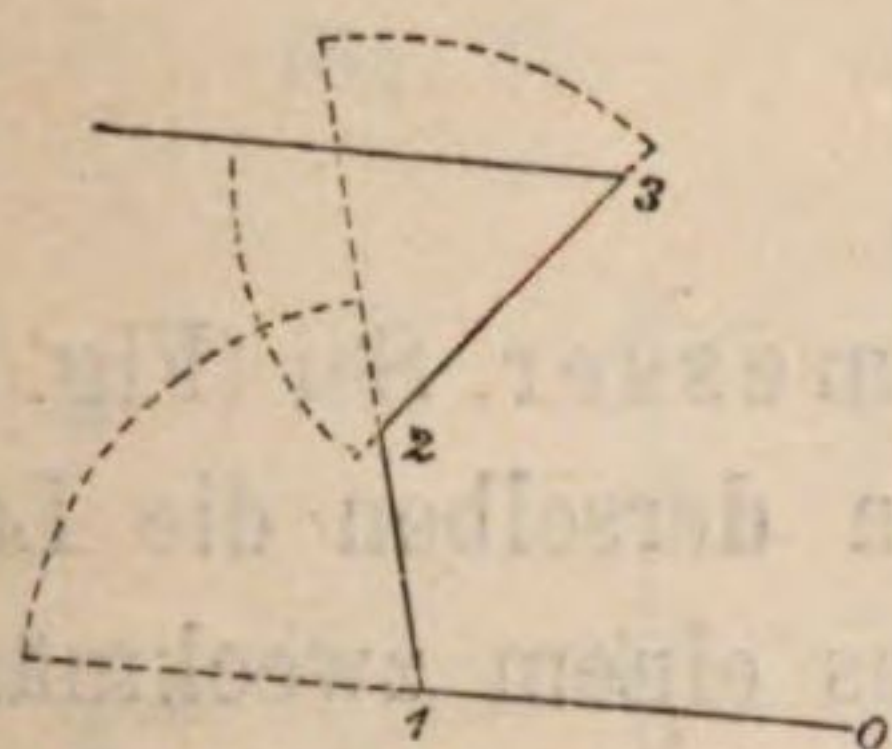
nen soll, weil letztere sich genauer construiren lassen. Die Construction der Winkel mittelst der Sehnen ist eine der einfachsten und genauesten, viel genauer, als mittelst eines gewöhnlichen Transporteurs, denn sie ist bei gehöriger Aufmerksamkeit im

Durchschnitt wenigstens auf 5 Minuten genau. Eine hierzu dienliche Sehnentafel ist diesem Buche am Ende beigelegt.

Um eine Figur nach dem Umfange aufzunehmen oder den Zug eines ganzen Nivellements zu erhalten und in Grundriss zu legen, wird man auf ähnliche Weise verfahren.

Fig. 54 zeigt die Construction eines solchen Zuges, wobei man zugleich sieht, wie die spitzen Winkel zur Construction benutzt sind. Beim Nivelliren aus der Mitte erhält man den Grund-

Fig. 54.



riss auf dieselbe Weise, wenn die Standpunkte des Instrumentes in der Geraden zwischen der hinteren und vorderen Latte sich befinden. Steht aber, was gewöhnlicher der Fall ist, das Instrument seitwärts dieser Geraden, so bringt man die Standpunkte I, II, etc. (Fig. 51) auf

vorige Art nach Fig. 54 in Grundriss, in welchen man dann die Stationspunkte 0, 1, 2, etc. leicht einzeichnen kann, da ihre Distanzen vom Instrumente mit den zwischenliegenden Winkeln gegeben sind. Ueberhaupt wird der Sachkundige nach den jedesmaligen Umständen die zweckmässigste Verbindungsart der Punkte leicht auffinden.

68. Beim Nivelliren nach unserer besonderen Methode sind durch die Grösse ($o - u$) zugleich die Distanzen des Instrumentes von den Latten bestimmt und somit schon durch die Operation des Nivellirens selbst gegeben, wodurch die Messung derselben mittelst der Messkette erspart wird. Sind diese Distanzen bloss wegen der Reduction auf den wahren Horizont erforderlich, so ist es nicht einmal nöthig, dieselben auszumitteln; es ist nämlich nach §. 65 für unsere Instrumente:

$$D = \frac{K}{o - u} \cdot d;$$

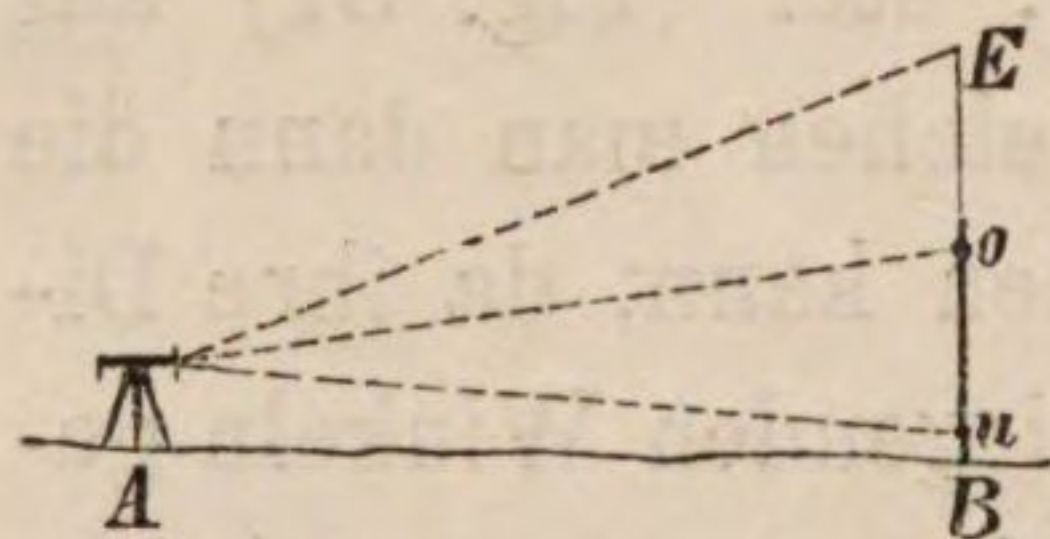
setzt man diesen Werth in den Ausdruck für die Reduction f (§. 5), so ergibt sich:

Für Instrumente	f und d in Klafter	f und d in Meter
der 1. Kategorie:	$f = 0.01359 \frac{d^2}{(o-u)^2}$	$f = 0.00717 \frac{d^2}{(o-u)^2}$
" 2. "	$f = 0.01015 \frac{d^2}{(o-u)^2}$	$f = 0.00535 \frac{d^2}{(o-u)^2}$
" 3. "	$f = 0.00656 \frac{d^2}{(o-u)^2}$	$f = 0.00346 \frac{d^2}{(o-u)^2}$

Man kann diese Ausdrücke in Tafeln bringen, welche den Werth von f mit dem Argumente $o-u$ geben. Tafel VI am Schlusse des Buches enthält dieselben für die zwei ersten Kategorien von Instrumenten, für $d = 1$ und 2 Klafter und für $d = 2$ und 4 Meter.

69. Unser Instrument als Höhenmesser. Sei (Fig. 55) die zu messende Höhe BE . Man stelle an derselben die Latte

Fig. 55.

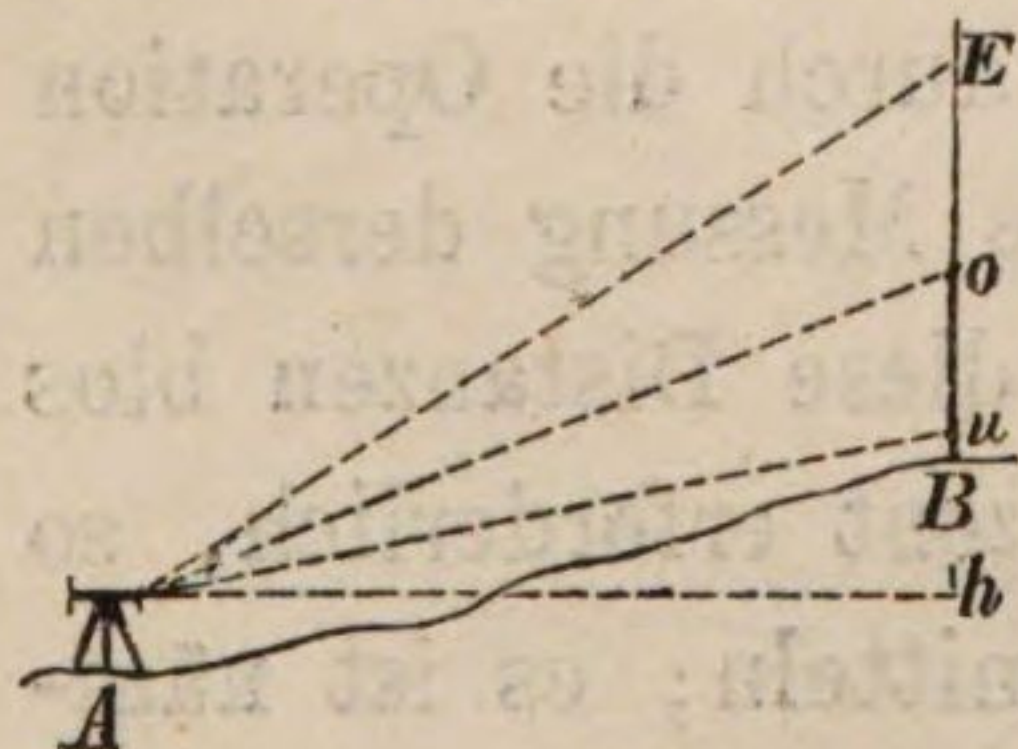


auf und visire aus einem zweckmässig gewählten Punkte A die beiden Scheiben und die Spitze E mittelst Bewegung der Mikrometerschraube an. Seien die Ablesungen derselben u , o und e ; die Lattenhöhe $= d$, die Höhe von u bis $E = H$; so hat man:

$$(o - u) : (e - u) = d : H \text{ und } H = d \cdot \frac{e - u}{o - u},$$

und da die Höhe der unteren Scheibe über dem Boden bekannt ist, so ergibt sich auch die ganze Höhe BE . Dieses Verfahren, die Höhe eines Punctes über dem natürlichen Boden zu finden,

Fig. 56.



ist gleichfalls anwendbar, wenn der Boden geneigt ist, wie in Fig. 56; auch hier ist das Maass von u bis E :

$$= d \cdot \left(\frac{e - u}{o - u} \right) = H.$$

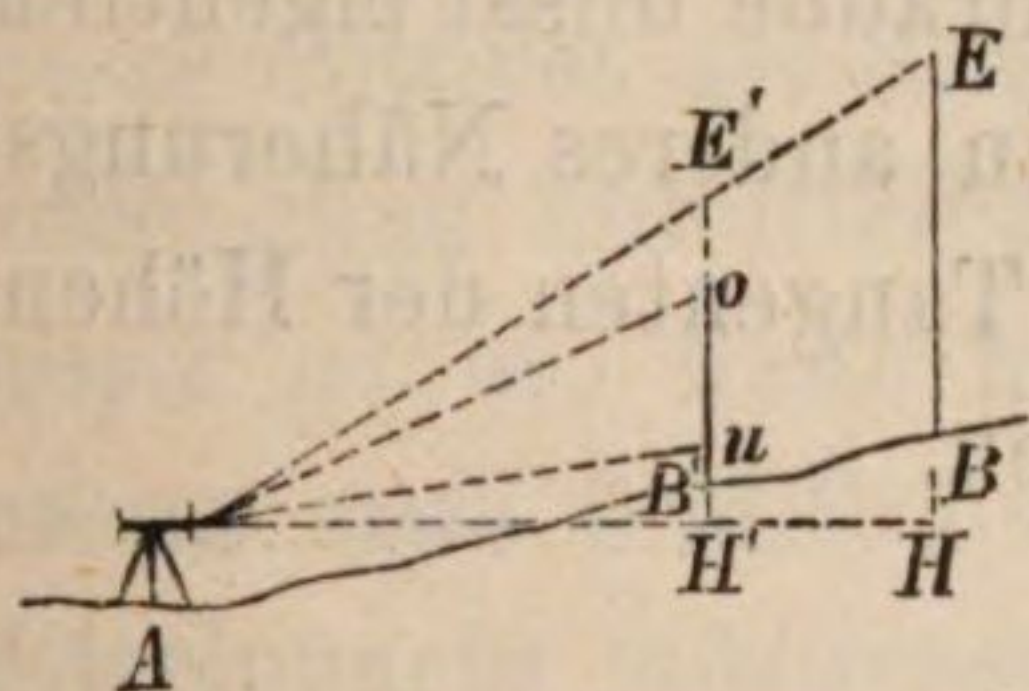
Will man aber (Fig. 56) die Höhe des Punctes E über dem Horizont von A erhalten, so stelle man das Rohr auch in den Horizont; der entsprechende Stand der Schraube sei $= h$, so ist:

$$\text{Höhe von } h \text{ bis } E = d \cdot \left(\frac{e - h}{o - u} \right),$$

wozu man noch die Höhe des Instrumentes addirt, um die Höhe über dem Fussboden in A zu erhalten.

Man hat hierbei nur darauf zu achten, dass der Winkel, welchen die ganze Höhe am Instrumente bildet, von diesem noch messbar sei, zu welchem Zwecke man sich gehörig weit von der zu messenden Höhe mit dem Instrumente entfernen muss. Höhen von Gebäuden, Bäumen etc. können nach diesem Verfahren eben so genau als bequem gemessen werden. Die Latte soll hier eigentlich genau in der Verticallinie der zu messenden Höhe stehen;

Fig. 57.



geht dieses aber nicht an, so kann man selbe auch näher stellen, nur muss dann bekannt sein, um wie viel sie näher ist, als die Höhe. Es sei nämlich (Fig. 57) die gesuchte Höhe BE , die Latte aber in B' aufgestellt, und man habe die beiden Scheiben und E anvisirt, so gibt obige Rechnung eigentlich die Höhe $B'E'$. Nun sei BB' gemessen $= g$, die Distanz der Latte $= AB' = D$, so ist:

$$D : (D + g) = B'E' : BE \text{ und } BE = B'E' \left(1 + \frac{g}{D}\right).$$

Auf gleiche Weise findet man auch die wahre Höhe HE über dem Horizont, nämlich:

$$HE = H'E' \left(1 + \frac{g}{D}\right).$$

Die Distanz D ergibt sich aus den Visuren nach beiden Scheiben gemäss §. 65. Es ist endlich nicht nothwendig, dass die Latte in der Richtung nach dem Höhenobjecte stehe; sie kann auch beliebig seitwärts gestellt werden, nur muss sie dieselbe Entfernung vom Instrumente haben, wie die zu messende Höhe, oder es muss bekannt sein, um wie viel erstere näher oder entfernter sei, wo dann im letzteren Falle g in obigen Ausdrücken negativ zu setzen ist. Im Uebrigen bleibt die Messungs- und Berechnungsweise ganz wie oben. Verlangt man eine solche Höhe mit besonderer Genauigkeit, so muss man die unten folgende scharfe Berechnungsweise anwenden.

Schärfere trigonometrische Theorie und Anwendung des
Instrumentes.

70. Der bisher erklärte Gebrauch des Instrumentes wird fast in allen praktischen Fällen hinreichende Genauigkeit geben; da es jedoch bei gehöriger Behandlung eine noch grössere Schärfe zu geben vermag, so fügen wir zu diesem Ende noch einige Sätze bei. Wir haben nämlich bisher immer angenommen, die von der Visur beschriebenen Höhenwinkel seien den zugehörigen Bewegungen der Mikrometerschraube proportional; dies ist jedoch streng genommen nicht richtig, denn die Schraube misst eigentlich die Sehnen-Unterschiede dieser Winkel. Ein anderes Näherungsverfahren bestand darin, dass wir statt der Tangenten der Höhenwinkel diese selbst in die Rechnung setzten.

71. Messung der Verticalwinkel durch die Mikrometerschraube. Würde einem Schraubengange durchgehends derselbe Winkelwerth entsprechen, so dürfte dieser Werth nur ein für alle Mal ausgemittelt sein, um dann verschiedene Höhenwinkel mit grosser Schärfe messen zu können. Allein dieses kann selbst dann nicht strenge der Fall sein, wenn die Schraubengänge auch vollkommen gleich sind, weil das von der Schraube angegebene Maass ein geradliniges ist. Wir legen für den Winkel W vom Anfange der Schraube bis zum n^{ten} Gange derselben folgende Gleichung zu Grunde:

$$W = an + bn^2 + cn^3 + \dots$$

wo $a, b, c, \dots$ für jedes Instrument constante Zahlen sind und ein für alle Mal bestimmt werden müssen. Die Erfahrung hat gelehrt, dass bei unseren Instrumenten zwei Glieder obiger Reihe hinreichend sind, um alle durch das Instrument messbaren Winkel bis auf eine Secunde darzustellen. Auch ist b immer negativ. Wir haben also für den Winkel W vom n^{ten} bis zum m^{ten} Schraubengange:

$$W = a(m - n) - b(m^2 - n^2) \dots (6),$$

wo a den Werth eines Ganges am Anfange der Scala und b die halbe Differenz der auf einander folgenden Gangwerthe bedeutet. Um diese Grössen zu erhalten, messe man mehrere genau bekannte Winkel mit der Schraube und setze die gegebenen Werthe in obige Gleichung, so erhält man mehrere solche Gleichungen, in denen alles bis auf a und b bekannt ist. Wer diese Bestimmung selbst machen will, messe auf einem festen ebenen Boden eine Länge von etwa 40 bis 50 Meter mit aller möglichen Schärfe (sie muss bis auf 0.002 Meter genau sein) mittelst der Nivellir-Latten ab, richte an dem einen Ende die Latte senkrecht auf, während man das Instrument am anderen Ende aufstellt, und messe mittelst der Schraube die Latte etwa von $\frac{1}{2}$ zu $\frac{1}{2}$ Meter ab, wobei man unmittelbar auf die Striche der Latte einstellt. Noch besser ist es, wenn man Scheibchen von Papier, deren Durchmesser etwa 6 Millimeter, auf die Latte so aufklebt, dass deren Mittelpunkte möglichst genau auf die Striche treffen. Da die Abstände dieser Marken unter sich und vom Instrumente bekannt sind, so lassen sich die entsprechenden Winkel trigonometrisch berechnen, mithin die Werthe a und b finden, wobei man aus mehreren erhaltenen Bestimmungen das Mittel nehmen wird. Auch muss man die Pointirungen mehrmals wiederholen, um bei den Mittelwerthen den Visurfehler zu verkleinern.

Die Erreichung derjenigen Schärfe, welcher das Instrument fähig ist, ist besonders aus dem Grunde schwierig, weil die Maasse an der Latte mit ungemeiner Schärfe richtig sein müssen (0.2 Millimeter veranlasst schon einen Fehler im Winkel von nahe einer Secunde); deshalb werden die Werthe a , b für jedes in der Werkstätte der Herren Starke & Kammerer verfertigte Instrument schon von dieser angegeben, in welcher die erforderlichen Einrichtungen getroffen sind, dieselben mit sonst nicht leicht erreichbarer Genauigkeit zu bestimmen. Wenn das Instrument keine wesentliche Aenderung erleidet und überhaupt mit Sachkenntniss behandelt wird, so bleiben diese Werthe selbst bei lang dauerndem Gebrauche unverändert, was auch die Erfahrung bestätigt; denn es sind schon oft derlei Instrumente nach mehrjährigem

und häufigem Gebrauche in die Werkstatt zur Reparatur zurückgekommen, und selten wurde eine merkliche Aenderung der Constanten a und b beobachtet*).

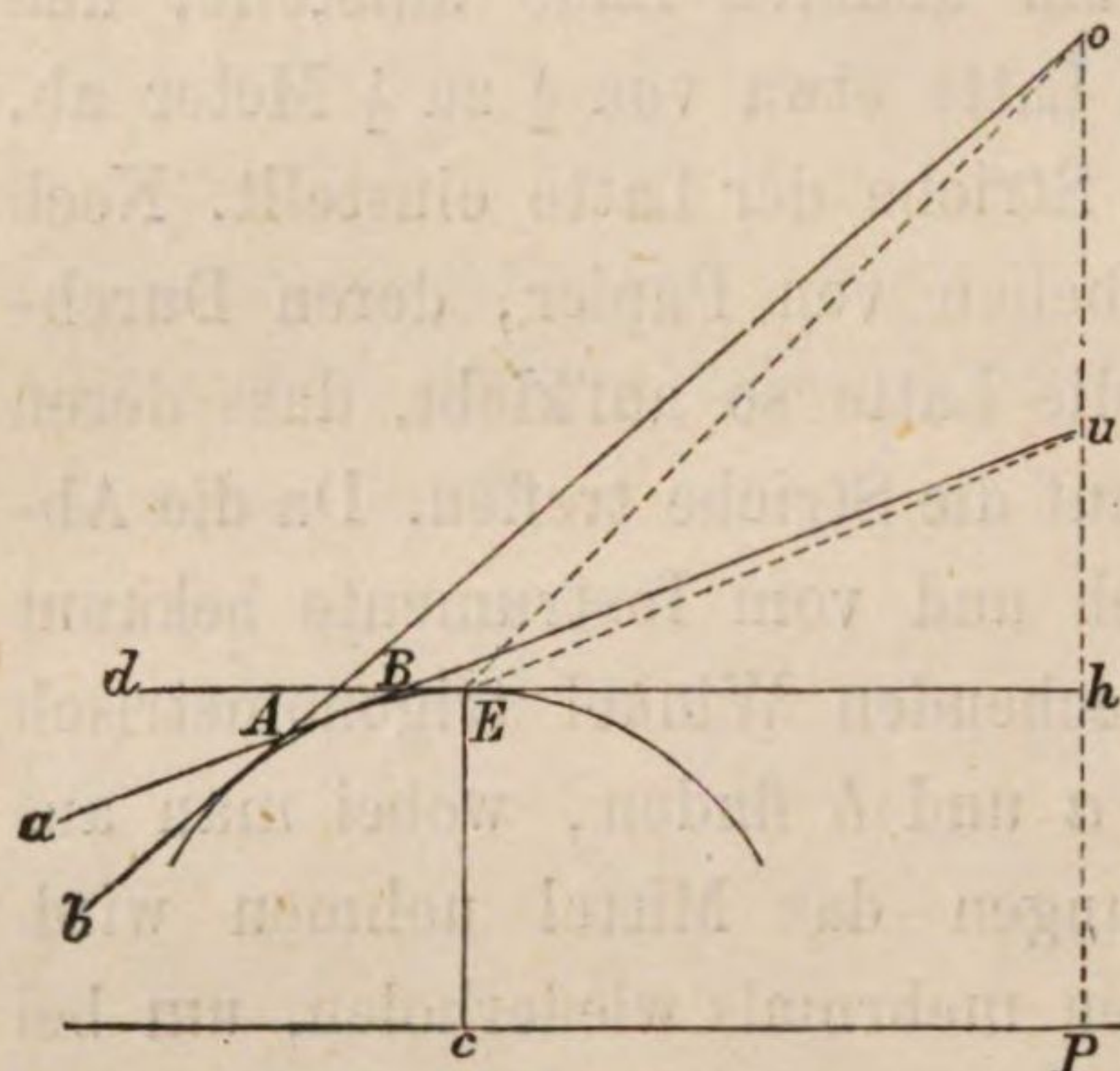
Für das Instrument Nr. 17 ist z. B. diese Winkelgleichung:

$$W = 640.''61 (m - n) - 0.''0714 (m^2 - n^2) \dots (7)$$

wo m die grössere der beiden Ablesungen an der Schraube ist.

*) Die aus der genannten Werkstatt hervorgehenden Instrumente dieser Art sind alle so gebaut, dass die optische Axe des Fernrohres excentrisch liegt zur horizontalen Axe c , um welche das Fernrohr bei einer Drehung der Mikrometerschraube in verticaler Ebene sich bewegt. Ist daher (Fig. 58) c

Fig. 58.



die horizontale Drehungsaxe des Fernrohres, so werden irgend zwei Lagen der optischen Axe au und bo , welche den Lesungen u und o an der Schraube entsprechen, jederzeit Tangenten am Kreise sein, welcher aus dem Punkte c mit der Entfernung desselben von der optischen Axe (Excentricität des Fernrohres) beschrieben wird. Sie schliessen den Winkel uAo ein mit dem Scheitel in A , dessen Ort daher ein veränderlicher ist.

Die Constanten a und b der Winkelgleichung (6) werden von Herrn G. Starke für

jedes Instrument so bestimmt, dass die Winkelgleichung den Winkel uAo gibt, welchen die zwei den correspondirenden Lesungen entsprechenden Richtungen der optischen Axe einschliessen.

Will man diesen Winkel, da ihr Scheitelpunct ein veränderlicher ist, auf einen festen Scheitel reduciren, so wählt man hiefür am zweckmässigsten den Punct E , in welchem die durch die Drehungsaxe c gelegte Verticalebene von der horizontalen Visur dh geschnitten wird. Ist

$$W = a(o - u) - b(o^2 - u^2)$$

der durch die Winkelgleichung erhaltene Winkel uAo , ferner:

$$\eta = a(u - h) - b(u^2 - h^2)$$

der durch diese Gleichung gegebene Höhenwinkel uBh der unteren Visur, (wo h die Lesung der Schraube bei horizontaler Visur bedeutet); $e = cE$ die Excentricität des Fernrohres, $D = Eh = cP$ die Entfernung des Drehungspunctes c von den anvisirten Objecten o, u , endlich $\alpha = uEo$ der auf den festen Punct E reducirte Winkel, so ist, wie man leicht findet, mit einer für alle Fälle genügenden Schärfe:

Man kann sich leicht eine Tafel entwerfen, aus welcher man den jedesmaligen Winkel ohne Rechnung erhält.

Um zu zeigen, mit welcher Genauigkeit mit unseren Instrumenten sich absolute Höhenwinkel messen lassen, führen wir zwei auf dem Altane des polytechnischen Institutes mit dem Instrumente Nr. 17 gemessene Höhenwinkel an. Die Messungen sind mehrmals wiederholt, indem die Visur wechselweise in den Horizont und auf die Spitze des Thurmes gestellt wurde. Setzt man zwei auf einander folgende Werthe h und o in die Gleichung (7), so erhält man die angesetzten Höhenwinkel. Die wahren Werthe dieser Winkel wurden mit einem repetirenden Höhenkreise erhalten und sind wenigstens auf $\frac{1}{2}$ Secunde sicher.

Mikrometerschraube	Höhenwinkel	
Horizont $h = 26.697$	$1^{\circ} 6' 57.''3$	
Spitze $o = 33.010$		
	55. 4	
Horizont $h = 26.700$	55. 4	Thurmspitze in der Vorstadt Landstrasse
Spitze $o = 33.010$		
	58. 5	
Horizont $h = 26.695$		
Mittel	$1^{\circ} 6' 56.''65$	
Wahrer Winkel	$1^{\circ} 6' 55.''7$	

$$\alpha = W + \frac{2e}{D \sin 1''} \sin \left(\frac{W}{2} + \eta \right) \sin \frac{W}{2}.$$

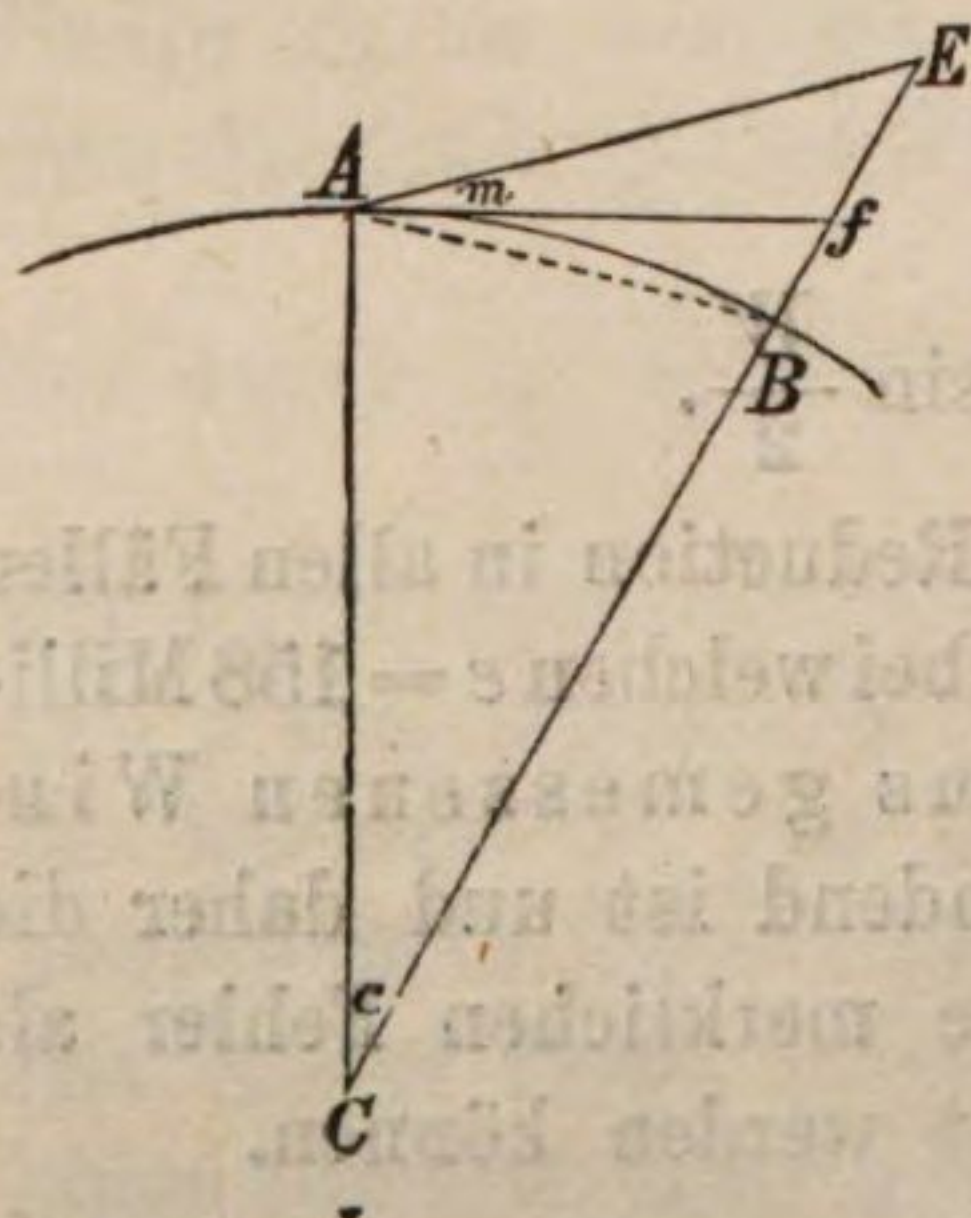
Man überzeugt sich leicht, dass der Werth der Reduction in allen Fällen (selbst für die Universal-Nivellir-Instrumente, Fig. 27, bei welchen $e = 158$ Millimeter) so klein ist, dass ihr Einfluss auf die aus gemessenen Winkeln abzuleitenden Grössen immer verschwindend ist und daher die durch die Winkelgleichung gegebenen Winkel ohne merklichen Fehler als die aus dem festen Punkte E gemessenen betrachtet werden können.

Mikrometerschraube	Höhenwinkel	
Horizont $h = 10.775$	$4^{\circ} 21' 20.''5$	
Spitze $o = 35.379$		
	16. 6	
Horizont $h = 10.781$	22. 4	Augustiner- thurm in der Stadt.
Spitze $o = 35.388$	20. 5	
Horizont $h = 10.784$		
Mittel.....	$4^{\circ} 21' 20.''0$	
Wahrer Winkel.....	$4^{\circ} 21' 19.''4$	

Um jedoch eine solche Schärfe erreichen zu können, muss das Instrument in jeder Beziehung möglichst rectificirt sein.

72. Trigonometrische Höhenmessung. Bei grösseren trigonometrischen Höhenmessungen, besonders bei einem trigonometrischen Nivellement eines Landes, kommt es vorzüglich darauf an, die scheinbaren Höhenwinkel mit Schärfe zu erhalten. Hierzu ist unser Instrument, wie man sieht, ganz besonders geeignet; denn es gibt Höhenwinkel mit einer Genauigkeit, die nur mit einem Höhenkreise grösserer Gattung erreicht werden kann. Die

Fig. 59.



Distanzen, welche nach einer vorausgegangenen Triangulirung hier als bekannt vorausgesetzt werden, sind gewöhnlich ziemlich bedeutend, daher die Höhenwinkel nur klein, mithin mit unserem Instrumente messbar.

Sei (Fig. 59) C der Mittelpunkt der Erde, A ein Punkt auf ihrer Oberfläche, der Bogen AB der wahre Horizont von A , E die Spitze eines in B stehenden Berges, dessen horizontale Distanz von A , d. h.

$AB = D$. Ferner sei Af eine Tangente des Punctes A , so ist diese die scheinbare Horizontallinie, mithin m der beobachtete Höhenwinkel des Berges. Endlich sei der dem Bogen AB entsprechende Winkel am Mittelpuncte der Erde $= c$.

Es ist

$$\angle B A f = \frac{1}{2} c; \quad \angle A f B = 90^\circ - c.$$

Der beobachtete Winkel $E A f = m$ ist, wie wir schon aus §. 5 wissen, wegen der Strahlenbrechung zu gross, und zwar beträgt die Verbesserung im Mittel $0.0653c$, wenn c der entsprechende Winkel am Mittelpuncte der Erde ist. Wir haben also:

$$\angle B A E = m + \frac{1}{2} c - 0.0653c = m + 0.4347c,$$

$$\begin{aligned} \angle B E A &= 90^\circ - m - c + 0.0653c \\ &= 90^\circ - (m + 0.9347c). \end{aligned}$$

Setzt man Kürze halber $m + 0.9347c = m'$, so erhält man:

$$BE = H = D \cdot \frac{\sin (m' - \frac{1}{2} c)}{\cos m'} \dots (8).$$

Zur Bestimmung von c ist $c = \frac{D}{R}$, wo der Halbmesser R der Erde wegen der elliptischen Gestalt derselben für den Beobachtungsort berechnet werden muss, wenn man in aller Strenge rechnen will. Für Mitteleuropa kann man, wenn D in Wiener Klafter gegeben ist, ohne merklichen Fehler annehmen:

$$c = \frac{D}{16.30} \text{ Secunden} \dots (9)$$

oder, wenn D in Meter:

$$c = \frac{D}{30.91} \text{ Secunden.}$$

Mit Hilfe der Formeln (8) und (9) kann man jede trigonometrische Höhenmessung berechnen.

**73. Trigonometrische Berechnung der Horizontal-
distanz und des Höhenunterschiedes.** Sei (Fig. 60) das gegebene Lattenmaass $ou = d$, die Höhe vom Horizont bis zur unteren Scheibe $uh = H$, die horizontale Distanz $Ch = D$, der Winkel $uCo = \alpha$, der Winkel $uCh = \beta$, so haben wir:

$$H = D \cdot \text{tang } \beta,$$

$$H = d + D \cdot \text{tang } (\beta - \alpha);$$

hieraus findet man:

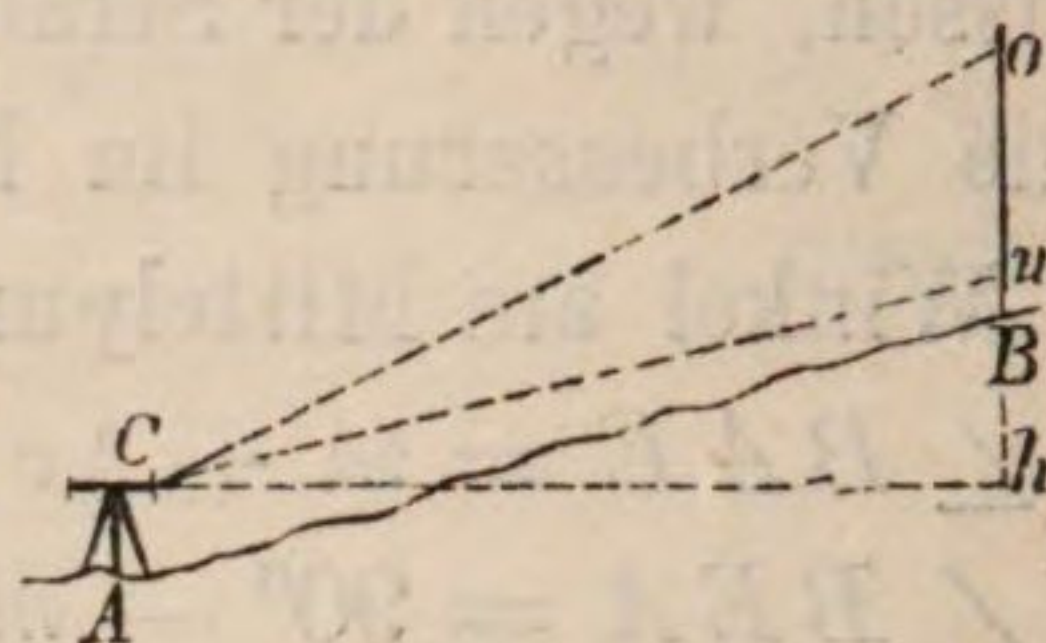
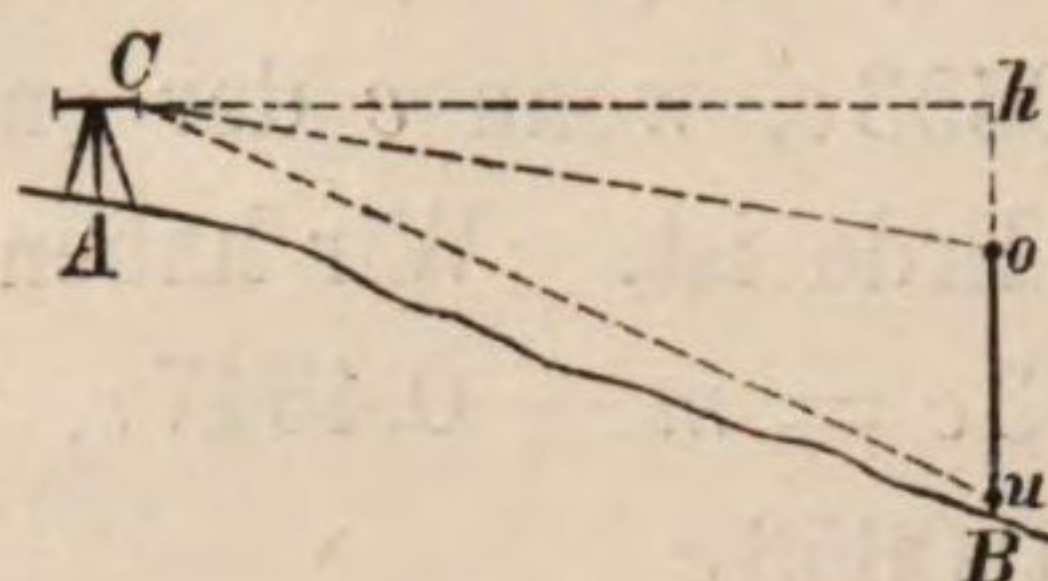
$$H = d. \frac{\sin \beta \cos (\beta - \alpha)}{\sin \alpha} \dots (10)$$

$$D = d. \frac{\cos \beta \cos (\beta - \alpha)}{\sin \alpha} \dots (11)$$

Setzt man in diese Formeln die gemessenen und nach Formel (6) berechneten Winkel α , β , so erhält man D und H in

Fig. 60.

Fig. 61.



aller Schärfe. Man kann sie anwenden, wo eine ganz besondere Genauigkeit erfordert wird. Sie sind unmittelbar richtig, wenn (wie in Fig. 60) die untere Scheibe tiefer liegt, als die horizontale Visur. Liegt aber die untere Scheibe über dem Horizont des Fernrohres, wie in Fig. 61, so erhält der Winkel uCh eine der obigen entgegengesetzte Lage, mithin ist dann β negativ zu setzen, und $(\beta - \alpha)$ geht über in $-(\beta + \alpha)$; da nun der Cosinus eines negativen Winkels positiv ist, der Sinus aber negativ, so bleibt D positiv, H hingegen wird negativ, wie es sein muss.

Man kann die trigonometrische Berechnung vermeiden, indem man aus den Gleichungen (10) und (11) genäherte Ausdrücke ableitet. Führt man anstatt der trigonometrischen Functionen die entsprechenden Reihen ein und entwickelt die Ausdrücke, und zwar jenen für H bis incl. Glieder des 3. Grades, jenen für D bis incl. Glieder des 2. Grades, was vollkommen genügt, so erhält man:

$$\left. \begin{aligned} H &= d \left(\frac{\beta}{\alpha} - \frac{2}{3} \frac{\beta^3}{\alpha} - \frac{1}{3} \alpha \beta + \beta^2 \right) \\ D &= d \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{\beta^2}{\alpha} - \frac{1}{3} \alpha + \beta \right) \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

Bezeichnen abermals h , o , u die Ablesungen der Schraube in der bisherigen Bedeutung, so ist nach (6):

$$\begin{aligned} \alpha &= a(o - u) - b(o^2 - u^2), \\ \beta &= a(h - u) - b(h^2 - u^2). \end{aligned}$$

Die Constanten a, b werden bei unseren Instrumenten in Secunden angegeben, wodurch α, β in Secunden erhalten werden. Um diese in Bogenmaass für den Halbmesser $= 1$ zu erhalten, sind a und b mit 206265 zu dividiren. Nehmen wir also an, a', b' seien die auf Bogenmaass reducirten Werthe von a, b und setzen obige Werthe von α, β in die Gleichungen (12), so erhalten wir nach gehöriger Reduction:

$$H = d \left[\frac{h-u}{o-u} - \frac{b'}{a'} \cdot \frac{(h-u)^2}{o-u} - \frac{2}{3} a'^2 \frac{(h-u)^3}{o-u} + \frac{b'}{a'} (h-u) + a'^2 (h-u)^2 \right] \dots (13)$$

$$D = d \left[\frac{1}{a' (o-u)} + \frac{b'}{a'^2} \frac{o+u}{o-u} - a' \frac{(h-u)^2}{o-u} + a' (h-u) \right] \dots (14)$$

Man darf an diesen scheinbar weitläufigen Formeln nicht erschrecken, denn mit Ausnahme des ersten Gliedes sind die folgenden sehr klein und lassen sich in kleine Hilfstafeln bringen, wodurch die ganze Berechnung weit einfacher wird, als die unmittelbare trigonometrische Berechnung, ohne dieser an Genauigkeit merklich nachzustehen. Die zwei letzten Glieder in (13) und das letzte in (14) könnte man füglich weglassen, da sie nur in höchst seltenen Fällen einen merklichen Werth erhalten.

Wie man sieht, ist das erste Glied in (13) dasselbe, welches wir bisher beim Nivelliren und Höhenmessen in Rechnung gebracht haben; die übrigen enthalten die Verbesserung wegen der nicht ganz richtigen Voraussetzung, dass sich die Höhen wie die Schraubengänge verhalten. Auf gleiche Art verhält es sich mit der Gleichung (14). Hier ist $\frac{1}{a'}$ die Constante, welche wir früher, §. 65, mit K bezeichnet haben. Die beiden letzten von $(h-u)$ abhängigen Glieder geben hier die Reduction der Distanz auf den Horizont. Will man also in besonderen Fällen, wo die unmittelbare Distanz bis zur unteren Scheibe eine bedeutende Neigung gegen den Horizont hat, die horizontale Distanz erhalten, so muss man das Fernrohr auch in den Horizont stellen und den Stand h der Schraube notiren.

Nach der Einrichtung unserer Instrumente nehmen die Zahlen an der Schraube zu, wenn die Visur in die Höhe geht, mithin ist $(o - u)$ immer positiv; $(h - u)$ ist positiv, wenn die untere Scheibe unter der horizontalen Visur liegt; im Gegentheile negativ. Die Gleichungen (13) und (14) geben in allen Fällen richtige Resultate, wenn man auf das Zeichen von $(h - u)$ gehörige Rücksicht nimmt.

74. In die Gleichungen (13) und (14) sind nun die einem bestimmten Instrumente entsprechenden Werthe

$$a' = \frac{a}{206265} \text{ und}$$

$$b' = \frac{b}{206265}$$

zu setzen, worauf sich dann die Glieder derselben in Hilfstafeln bringen lassen. Auf diese Art ergeben sich für jedes Instrument eigene solche Tafeln. Bei den von den Herren Starke & Kammerer verfertigten Instrumenten der ersten Kategorie ($K = 324$) sind jedoch die Werthe a und b so wenig verschieden, dass gemeinschaftliche Hilfstabellen für dieselben hergestellt werden können, welche wir diesem Buche beifügen und deren Construction auf Folgendem beruht.

Die Constante $K = \frac{1}{a'}$ hängt von a oder dem Werthe des ersten Schraubenganges ab. Es ist jedoch zweckmässiger, einen Schraubengang zu Grunde zu legen, welchen das Instrument bei nahe horizontaler Stellung des Fernrohres zeigt, weil in dieser Lage die meisten Anwendungen vorkommen. Für diese Stellung ist an unseren Instrumenten der 1. Kategorie der mittlere Werth

$$a_0 = 636.62, \text{ mithin } K = \frac{206265}{636.62} = 324.00.$$

Diese Constante ist demnach nur für eine bestimmte Stellung der Schraube richtig, für andere Stellen derselben muss die gefundene Distanz noch eine Verbesserung erfahren. Da diese Instrumente nahe einander gleich werden, so muss es bei allen

in der Gegend der Mitte der Schraube eine Stelle geben, wo $a_0 = 636.''62$, also $K = 324$ ist. Sind für ein besonderes Instrument a und b die Constanten der Gleichung (6), m die Stellung der Schraube, wo ein Schraubengang $= a_0 = 636.''62$ ist, so hat man:

$636.62 = [(m + \frac{1}{2}) - (m - \frac{1}{2})] - b [(m + \frac{1}{2})^2 - (m - \frac{1}{2})^2]$,
und hieraus:

$$m = \frac{a - 636.62}{2b} \dots (15)$$

Für das Instrument Nr. 17 z. B. ist

$$a = 640.''61, b = 0.''0714,$$

woraus $m = 27.9$ erhalten wird. Diese Zahl zeigt also die Mikrometerschraube, wenn ein Schraubengang genau $= 636.''62$ ist.

Die zweite Constante b ist im Mittel $= 0.''080$ und variirt zwischen den Grenzen 0.060 und $0.''100$. Setzt man in den Gleichungen (13) und (14) $b = 0.080$ und für a den Werth aus (15):

$$a = 636.''62 + 0.''16m,$$

so erhält man nach gehöriger Reduction:

$$H = d \left[\frac{h-u}{o-u} - 0.0001257 \frac{(h-u)^2}{o-u} - 0.00000635 \frac{(h-u)^3}{o-u} \right] \dots (16),$$

$$D = d \left[\frac{324.00}{o-u} + 0.0407 \frac{o+u-2m}{o-u} - 0.00309 \frac{(h-u)^2}{o-u} \right] \dots (17),$$

und diese Formeln sind es, welche den beigefügten Hilfstabellen zu Grunde liegen. In (16) sind die beiden letzten Glieder aus (13), nämlich

$$+ 0.0001257 (h-u) + 0.0000095 (h-u)^2$$

nicht angesetzt, weil sie kaum jemals einen merklichen Einfluss haben werden, sie wurden jedoch bei der Berechnung der Hilfstafeln berücksichtigt. Ebenso ist in (17) das letzte Glied $+ 0.00309 (h-u)$ als unmerklich weggelassen, und auch bei Berechnung der Hilfstafel unberücksichtigt geblieben, weil es

sich mit keinem der vorhergehenden Glieder in eine Tafel vereinigen lässt.

Die nach obigen Formeln berechneten und dem Buche beigegebenen Hilfstabellen (II bis V) gelten, wie schon oben bemerkt, für die grossen, aus der genannten Werkstätte hervorgehenden Nivellir-Instrumente der ersten Kategorie, für welche der mittlere Werth von $K = 324.00$ ist. Für die beiden anderen Kategorien lassen sich gemeinschaftliche Hilfstafeln nicht berechnen, da für diese die Werthe der Constanten nicht so nahe gleich ausfallen, als dies für diesen Zweck erforderlich wäre. Die Hilfstafeln müssen daher für jedes solche Instrument besonders berechnet werden*); will man dies nicht thun, so kann man auch die am

*) Die Art der Berechnung ist aus dem oben Gesagten wohl deutlich zu entnehmen. Es seien nämlich, wie oben, a , b , K die für ein bestimmtes Instrument der 2. oder 3. Kategorie angegebenen Werthe dieser Constanten

$$a_0 = \frac{206265}{K}, \quad m = \frac{a - a_0}{2b},$$

$$a_0' = \frac{a_0}{206265} = \frac{1}{K}, \quad b' = \frac{b}{206265},$$

so hat man diese Werthe a_0' und b' in die Formeln:

$$H = d \left\{ \frac{h - u}{o - u} - \frac{b'}{a_0'} \frac{(h - u)^2}{o - u} - \frac{2}{3} a_0'^2 \frac{(h - u)^3}{o - u} + \frac{b'}{a_0'} (h - u) + a_0'^2 (h - u)^2 \right\} \dots (1)$$

$$D = d \left\{ \frac{K}{o - u} + \frac{b'}{a_0'} \frac{o + u - 2m}{o - u} - a_0' \frac{(h - u)^2}{o - u} \right\} \dots (2)$$

zu substituiren, um die Gleichungen für das betreffende Instrument zu erhalten. Setzt man überdies in der Gleichung (2) noch: $d = \frac{K_0}{K}$, wobei $K_0 = 280$ oder 225 , je nachdem das Instrument der 2. oder 3. Kategorie angehört, so wird dieselbe:

$$D = \frac{K_0}{o - u} + \frac{K_0}{K} \cdot \frac{b'}{a_0'} \frac{o + u - 2m}{o - u} - \frac{K_0}{K} a_0' \frac{(h - u)^2}{o - u} \dots (3)$$

wo nun die Scheibendistanz d , auf die Längeneinheit bezogen, $= \frac{K_0}{K}$ zu machen ist, und dann das 1. Glied $\frac{K_0}{o - u}$ unmittelbar aus der dem Buche beigegebenen Tafel I, B oder I, C entnommen werden kann. Die zu berechnenden Hilfstafeln sind:

$$III = -\frac{K_0}{K} a_0' \frac{(h-u)^2}{o-u} \quad (2. \text{ Verbesserung der Distanz}),$$

$$IV = -\frac{2}{3} a_0'^2 \frac{(h-u)^3}{0-u} + \frac{b'}{a_0} (h-u) \text{ (1. Verbesserung der Lattenhöhe),}$$

Bei der Bildung der Argumente kann man $o - u$ bis 10, $h - u$ bis zur halben Anzahl der auf der Scala befindlichen Theile, $o + u - 2m$ bis zu $2g - 2m$ laufen lassen, wenn g der letzte Strich der Scala. Zieht man es vor, auch eine besondere Distanztafel für das Glied $\frac{K}{o - u}$ zu rechnen,

Beispiel. Für das Taschen-Nivellir-Instrument Nr. 1135 erhält man mit den oben im Texte berechneten Werthen von a_0' und b' :

$$D = \frac{225}{o - u} + 0.0502 \frac{o + u - 33.0}{o - u} - 0.00440 \frac{(h - u)^2}{o - u};$$

$$= \frac{225}{226.14} = 0.9950,$$

wobei das Glied $\frac{225}{o-u}$ aus der Tafel I, C entnommen wird. Das mittelst der Tafeln erlangte Resultat ist dann noch mit 2 zu multipliciren, um die Distanz in Meter zu erhalten.

Selbstverständlich kann der Abstand der Scheiben auch doppelt so gross (= 3.980 Meter) gemacht werden, wo dann der aus obiger Gleichung oder den Tafeln erhaltene Werth von D mit 4 zu multipliciren ist. Die Hilfstafeln können nun, wie oben angegeben, berechnet werden.

K zu einer bestimmten Stellung m der Schraube nahe in der Mitte der Scala gehört, so rechnet man:

$$a_0 = \frac{206265}{K}, \quad m = \frac{a - a_0}{2b},$$

wobei a_0 der der Stellung m der Schraube entsprechende Werth eines Schraubenganges ist; ferner

$$a_0' = \frac{a_0}{206265} = \frac{1}{K}, \quad b' = \frac{b}{206265}.$$

Die Tafelwerthe der Hilfstafeln II bis V sind dann mit folgenden constanten Factoren zu multipliciren, um sie auf das in Rede stehende Instrument zu reduciren:

$$\text{Tafel II mit } F_{\text{II}} = 24.56 \frac{b'}{a_0'^2} = 24.56 K^2 b',$$

$$\text{" III " } F_{\text{III}} = 324 a_0' = \frac{324}{K},$$

$$\text{" IV " } F_{\text{IV}} = 157464 \times \frac{2}{3} a_0'^2 = \frac{104976}{K^2},$$

$$\text{" V " } F_{\text{V}} = 7958 \frac{b'}{a_0'} = 7958 K b'.$$

Diese Reduction ist für die Tafeln II und III völlig genau; für die Tafeln IV und V zwar nur genähert, weil die bei diesen Tafeln noch mitgenommenen zwei kleinen Glieder nicht einbezogen werden können; der Unterschied gegen die genauen Werthe ist aber praktisch immer unmerklich.

Beispiel. Für das Taschen-Nivellir-Instrument Nr. 1135 ist:

$$W = 918.''83 (m - n) - 0.''2036 (m^2 - n^2),$$

$$K = 226.14.$$

Man findet nun:

$$a_0 = 912.11, \quad m = 16.5,$$

$$\log b' = 3.99435 - 10,$$

und hiemit:

$$F_{\text{II}} = 1.24, \quad F_{\text{III}} = 1.43, \quad F_{\text{IV}} = 2.05, \quad F_{\text{V}} = 1.78,$$

oder genügend genau:

$$F_{\text{II}} = 1 + \frac{1}{4}, \quad F_{\text{III}} = 1 + \frac{4}{10}, \quad F_{\text{IV}} = 2, \quad F_{\text{V}} = 1 + \frac{8}{10}.$$

Man hat also die Werthe der Tafel I um $\frac{1}{4}$, jene der Tafel II um $\frac{4}{10}$, jene der Tafel V um $\frac{8}{10}$ ihres Werthes zu vergrößern, jene der Tafel IV zu verdoppeln, was leicht im Kopfe geschieht.

Setzen wir z. B. $h = 16$, $o = 30$, $u = 29$, so wird:

$$h - u = -13, \quad o - u = 1, \quad o + u - 2m = 59 - 33 = 26,$$

womit die beigelegten Tafeln geben:

$$\text{Taf. II} = 1.06, \quad \text{Taf. III} = 0.52, \quad \text{Taf. IV} = 0.013, \quad \text{Taf. V} = 0.020;$$

hieraus folgen für das Instrument Nr. 1135 mittelst vorstehender Factoren folgende Werthe:

$$1.32, \quad 0.73, \quad 0.026, \quad 0.036.$$

Die genauen Werthe, nach den in der Anmerkung für dieses Instrument entwickelten Formeln sind:

$$1.31, \quad 0.74, \quad 0.026, \quad 0.034.$$

Die Uebereinstimmung ist fast vollkommen, wiewohl das Beispiel schon für die äusserste Grenze gewählt ist, welche das Instrument zulässt, da die Theilung an der Scala nur bis 30 reicht; in gewöhnlichen Fällen ist der Unterschied verschwindend.

Es wurde bereits früher erwähnt, dass in Formel (17) das letzte von $(h - u)^2$ abhängige Glied, welches durch die Tafel III gegeben wird, die Reduction auf den Horizont bildet; die Formel gibt somit die Horizontaldistanz von der horizontalen Drehungsaxe c des Fernrohres bis zur Latte. Ferner mag noch bemerkt werden, dass das von $(o + u - 2m)$ abhängige Glied, oder die durch Tafel II gegebene erste Verbesserung der Distanz auf folgende Weise umgangen werden kann. Ist das Instrument so aufgestellt, dass eine der Stellschrauben s (Fig. 17, 20, 21) in die Richtung der Latte zu stehen kommt und vorläufig horizontal, so stelle man die Mikrometerschraube auf die Zahl m , bringe mittelst der Stellschraube den Horizontalfaden nahe auf die Mitte der Latte zwischen den zwei Scheiben und visire jetzt mittelst der Mikrometerschraube nach den Scheiben, wie gewöhnlich, so wird man solche Werthe o und u erhalten, dass $o + u - 2m = 0$ wird, mithin diese Verbesserung wegfällt.

Bei den nach Fig. 17, 20, 21 gebauten Instrumenten darf selbstverständlich die Neigung des Terrains den grössten mit der Mikrometerschraube erreichbaren Höhen- oder Tiefenwinkel nicht überschreiten.

Mit dem in Fig. 27 dargestellten Universal-Nivellir-Instrumente können jedoch Distanzen bei jeder Neigung des Terrains gemessen werden. Man stellt nämlich das Instrument (centrisch über dem einen Endpuncte der zu messenden Distanz) auf gewöhnliche Weise horizontal und die Mikrometerschraube auf die Zahl m ; bringe sodann, nachdem die Schraube e (Fig. 27) gelüftet, durch Drehung des Fernrohres um die horizontale Umdrehungsaxe den Horizontalfaden nahe auf die Mitte der Latte zwischen den zwei Scheiben, und visire, nachdem die Schraube e wieder angezogen ist, mittelst der Mikrometerschraube die beiden Scheiben an, und lese den Höhenwinkel α am Höhenkreise ab. Mit der Differenz $o - u$ erhält man sofort aus Tafel I, A die schiefe Distanz D vom Drehungspuncte c des Fernrohres bis zur Latte; die auf den Horizont reducirte Distanz ist dann, wenn die Latte vertical gehalten wurde, nach §. 41:

$$D' = D \cos \alpha^2,$$

wozu noch der Abstand des Drehungspunctes c vom Mittelpuncte des Instrumentes (3 Zoll = 0.04 Klafter = 0.08 Meter) gelegt wird, um die Horizontal дистанz von diesem Puncte bis zur Latte zu erlangen.

75. Beispiel eines Nivellements aus der Mitte nach der §. 63 erklärten Methode. Die Endpuncte des in der folgenden Tabelle aufgeführten Nivellements sind: Nr. 1 Sohlbank der Capelle an der Matzleinsdorfer Linie, und Nr. 4 mittlere Stufe am Spinnerin-Kreuze.

Die Richtung ist von Nr. 1 bis Nr. 4 vorwärts genommen; aus der ersten und zweiten Spalte ersieht man die gegenseitige Stellung des Instrumentes und der Latten, so dass man durch den blossen Anblick beurtheilt, ob die Visur rückwärts oder vorwärts gehe. Wo kein besonderer Werth d angegeben ist, ist $d = 1$ Klafter. Von den Correctionen ist die obere die Reduction des scheinbaren Horizontes auf den wahren aus Tafel VI, die untere aus den Hilfstafeln IV und V. Bringt man diese Correc-

tionen mit ihren Zeichen an die Zahlen der vorhergehenden Spalte an, so bekommt man die verbesserten Werthe $d \frac{h - u}{o - u}$, welche in die letzte Spalte (bei den rückwärts gehenden Visuren mit verkehrtem Zeichen) gesetzt werden. Die Summe der letzten Spalte gibt dann das Gefälle vom ersten bis zum letzten Punct.

Standd. Instr.	Latten-Nr.	Mikrometerschraube			$d \frac{h - u}{o - u}$	Correct	Resultat	An- merkung
		<i>h</i>	<i>o</i>	<i>u</i>				
I.	1	11.622	13.600	10.960	+ 0.°125	—	— 0.°125	$d = 0.°5$
	2	11.685	17.983	13.907	— 0. 272	—	— 0. 272	$d = 0.°5$
II.	2	11.751	6.121	4.393	+ 4. 258	— 0.005 — 0.003	— 4. 250	
	3	8.602	20.462	16.666	— 2. 124	— 0.001 — 0.001	— 2. 126	
III.	3	21.113	10.939	7.912	+ 4. 361	— 0.002 — 0.009	— 4. 350	
	4	11.148	21.252	20.019	— 7. 195	— 0.009 — 0.004	— 7. 208	
Gefälle von Nr. 1 bis Nr. 4 = — 18.°331 wo das Zeichen — anzeigt, dass Nr. 4 höher liegt als Nr. 1.								

Das Gefälle zwischen irgend zwei Puncten erhält man, wenn man die Zahlen der letzten Spalte, welche zwischen diesen Puncten liegen, summirt. Hiernach ist im obigen Beispiel:

Gefälle von 1 bis 3 = — 6.773,
 „ „ 2 „ 4 = — 17.935.

Ist das Resultat positiv, so liegt der letzte Punct tiefer als der erste, im Gegentheile höher. Obigem Schema kann man auch eine Spalte für die Distanzen beifügen, da diese aus den gegebenen Daten sich sehr leicht finden lassen. Allgemeine Muster solcher Nivellements-Tabellen lassen sich nicht wohl geben, da selbe nach Verschiedenheit der Methoden und der jedesmaligen speciellen Zwecke sehr verschieden sind. Es bleibt demnach dem

Geometer überlassen, diese Tabellen den jedesmaligen Bedürfnissen des Nivellements und seiner persönlichen Ansicht entsprechend einzurichten.

Obiges Nivellement wurde im Jahre 1836 von Herrn Filling, einem unserer ausgezeichneten Ingenieure bei dem Baue der k. k. Staats-Eisenbahnen, mit dem ersten Instrumente dieser Art ausgeführt. Bei der Wiederholung auf dem Rückwege fand er 18.324 Klafter. Nach der gewöhnlichen Methode, wobei 10 Aufstellungen des Instrumentes nöthig waren, erhielt derselbe 18.347.

Von dem damaligen Assistenten der praktischen Geometrie, gegenwärtig k. k. Ober-Finanzrath, Herrn J. Latzel, mittelst eines vorzüglichen Reichenbach'schen Nivellir-Instrumentes nach der gewöhnlichen Methode gemessen (ebenfalls 10 Aufstellungen), ergab sich das Gefälle = 18.^o328.

Man sieht, dass die neue Methode an Schärfe der gewöhnlichen nicht nachsteht, obschon bei vorstehendem Beispiele der Höhenunterschied zwischen der hinteren und vorderen Latte beim II. Stande des Instrumentes über 6, beim III. Stande 11.5 Klafter betrug. Ja es wurde sogar später mit dem Instrumente Nr. 17 der Versuch gemacht, diesen Höhenunterschied mittelst einer einzigen Aufstellung des Instrumentes zu erhalten, und 18.^o352 gefunden. Dieses Resultat entspricht gewiss jeder billigen Forderung, wenn man bedenkt, dass die Entfernung der beiden Endpunkte 740 Klafter beträgt.

76. Die wesentlichen Eigenschaften unserer Instrumente sind durch die bisherige Darstellung angegeben; man wird daraus ersehen, dass die Anwendbarkeit derselben im Vergleiche zu den gewöhnlichen Nivellir-Instrumenten bedeutend erweitert ist.

Mit Hilfe eines solchen Instrumentes lassen sich nicht nur genaue Nivellements aller Art ausführen, sondern auch Situations-Aufnahmen leicht und schnell erhalten, welche an Genauigkeit den Aufnahmen mittelst des Messtisches an die Seite gestellt werden können, den Arbeiten mit der Boussole und anderen ähn-

lichen Instrumenten hingegen entschieden vorzuziehen sind. Man kann ferner das Instrument als Distanzmesser benützen, sowohl einfache als grössere trigonometrische Höhenmessungen vornehmen, ja ein trigonometrisches Nivellement durch ein ganzes Land führen. Ist man im Besitze einer guten Karte der Gegend, wie z. B. die vortrefflichen, vom k. k. Militär-Geographischen Institute herausgegebenen Specialkarten sind, so lassen sich solche Höhenmessungen auch erhalten, indem man die nöthigen Distanzen aus der Karte nimmt und die Berechnung nach §. 72 führt. Die von einander abhängenden Fehler in Höhe und Distanz verhalten sich wie Höhe zu Distanz selbst, d. h. es ist

$$\frac{dH}{H} = \frac{dD}{D}$$

wenn H , D Höhe und Distanz, dH , dD die entsprechenden Fehler derselben sind. Ist man also z. B. überzeugt, dass man die Distanz auf der Karte bis auf $\frac{1}{200}$ derselben richtig abnehmen könne, so ist auch H bis auf $\frac{H}{200}$ sicher, insofern nämlich diese Unsicherheit von jener der Distanz abhängt. Auf diese Weise kann man von einem erhöhten Punkte aus, welcher freie Aussicht gestattet, interessante Höhenmessungen der sichtbaren Berge, Ortschaften, Kirchenthürme etc. vornehmen, oder auch ein General-Nivellement ausführen, wenn von einem solchen keine sehr grosse Genauigkeit verlangt wird. Bei vorläufigen Recognoscirungs-Nivellements einer anzulegenden Strasse oder Eisenbahn wird dieses Verfahren oft mit Vortheil sich anwenden lassen.

Dem Sachkundigen werden sich auch noch manche andere vortheilhafte Anwendungen des Instrumentes ergeben, als: Linien und Ebenen von gegebener Neigung abzustecken, Kreisbögen von gegebenem Halbmesser auszustecken, geradlinige Theile einer Eisenbahn mit bogenförmigen unter verschiedenen gegebenen Bedingungen zu verbinden u. s. w.

Wir bemerken endlich noch, dass die Instrumente, deren Eigenschaften und verschiedene Anwendung in diesem Abschnitte erklärt wurden, in der Werkstätte der Herren Starke & Kam-

merer in Wien ganz in der Genauigkeit und Vollkommenheit verfertigt werden, welche an den geodätischen und astronomischen Instrumenten dieser Werkstätte anerkannt sind. Die Instrumente werden von dem rühmlichst bekannten Vorstand derselben, Herrn Gust. Starke, in letzter Hand selbst adjustirt, in allen Theilen auf das genaueste rectificirt, und die Constanten a und b (§. 71), dann M (§. 60), K (§. 62) und m (§. 74) auf das sorgfältigste bestimmt, so dass wir überzeugt sind, dass jeder sachkundige Geometer mit einem solchen Instrumente leicht jene Genauigkeit erreichen wird, welche in diesem Abschnitte beim Nivelliren, Distanzmessen u. s. w. als erreichbar angegeben ist.

SIEBENTER ABSCHNITT.

HÖHENMESSEN UND NIVELLIREN MIT HILFE DES BAROMETERS.

77. Wenn es sich blos um eine vorläufige Untersuchung des Terrains zum Behufe des Baues einer Strasse oder Eisenbahn handelt, um die ohngefähren Steigungen der in Vorschlag gekommenen Linien kennen zu lernen, ist keine Art des Nivellirens einfacher und schneller als jene mit Hilfe des Barometers; daher es nicht unzweckmässig sein wird, diesen Gegenstand in ein Buch über das Nivelliren aufzunehmen.

Das Barometer ist als eine Wage zu betrachten, an welcher die Quecksilbersäule mit einer Luftsäule im Gleichgewichte steht, die auf das offene Ende der ersteren wirkt und bis an das Ende der Atmosphäre hinauf verlängert gedacht werden muss. Steigt man nun mit dem Barometer in die Höhe, so verkürzt sich die Luftsäule und die von ihr getragene Quecksilbersäule muss sich gleichfalls verhältnissmässig verkürzen; man wird also aus dem Fallen des Barometers auf die zurückgelegte Höhe schliessen können.

Es sei nun für den unteren Punct die Dichtigkeit der Luft $= d$, der zugehörige Barometerstand (Höhe der Quecksilbersäule) $= b$; für den oberen Punct seien dieselben Grössen $= d'$, b' . Die Dichtigkeit des Quecksilbers, welche für verschiedene Höhen bei einerlei Temperatur constant ist, sei $= \gamma$, der Höhenunterschied $= H$.

Nach dem Mariotte'schen Gesetze sind die Dichtigkeiten d , d' den Kräften proportional, mit welchen die Luft zusammengedrückt wird; diese Kräfte aber verhalten sich wie die Quecksilbersäulen, mit denen die Luft im Gleichgewichte steht, daher ist:

$d : d' = b : b'$, oder:

$$\frac{b}{d} = \frac{b'}{d'} \dots (1)$$

Nun ändere sich H nach oben um dH , so wird sich b' um $-db'$ ändern, weil das Barometer bei zunehmender Höhe fällt. Die Aenderungen dH , db' , welche die Luft- und Quecksilbersäule erleiden, werden sich nach bekannten physikalischen Gesetzen verkehrt verhalten wie die Dichten derselben, d. h. es wird sein:

$$dH : -db' = \gamma : d',$$

$$dH = -\frac{\gamma db'}{d'},$$

und für d' sein Werth aus (1) gesetzt:

$$dH = -\frac{\gamma b}{d} \cdot \frac{db'}{b'},$$

welches die Differenzialgleichung für die gesuchte Höhe ist. Bestimmt man das Integral so, das $H = 0$ wird, wenn b' in b übergeht, so erhält man:

$$\begin{aligned} H &= \frac{\gamma b}{d} \log. \text{ nat. } \frac{b}{b'} \\ &= \frac{\gamma b}{d} M \log \frac{b}{b'}, \end{aligned}$$

wo $M = 2.302585$ die Constante ist, womit die gemeinen Logarithmen multiplicirt werden müssen, um sie in natürliche zu verwandeln. Der Factor $\frac{\gamma b}{d} M$ ist eine constante Grösse, denn

γ und M sind ohnehin unveränderlich, das Verhältniss $\frac{b}{d}$ ist aber nach dem Mariotte'schen Gesetze, wie die Gleichung (1) zeigt, constant. Setzen wir also (immer unter Voraussetzung derselben Temperatur) die unveränderliche Grösse $\frac{\gamma b}{d} M = N$, so haben wir die einfache Formel:

$$H = N \log \frac{b}{b'} \dots (2)$$

Die Grösse $\frac{\gamma b}{d}$ kann zwar durch genaue Abwägungen ausgemittelt werden, es ist aber sicherer, die Constante N in (2)

dadurch zu bestimmen, dass man die Höhe H trigonometrisch misst und die Barometerstände b und b' am unteren und oberen Punkte beobachtet, wodurch unmittelbar N sich ergibt. Auf diesem Wege haben die französischen Geometer bei Gelegenheit der grossen Triangulirung in Frankreich aus zahlreichen Beobachtungen $N = 9437$ Toisen $= 18393$ Meter $= 9698.4$ Wien. Klafter gefunden, unter der Voraussetzung, dass die Temperatur der ganzen Luftsäule sowohl als der beiden Quecksilbersäulen $= 0$ sei, ferner dass die Schwerkraft constant und jener gleich sei, welche unter 45° geographischer Breite an der Oberfläche des Meeres vorhanden ist. Gauss setzt unter denselben Bedingungen $N = 18382$ Meter $= 9692.7$ Wien. Klafter; der Unterschied ist praktisch unerheblich. Da die erwähnten Bedingungen in der Praxis nicht eintreffen, so wollen wir jene Verbesserungen aufsuchen, welche wegen Verschiedenheit der Wärme und der Schwerkraft an unserer Grundformel (2) anzubringen sind.

78. Die Luft wird durch die Wärme bedeutend ausgedehnt, daher wird man in einer mehr erwärmten Luft höher steigen müssen, bis das Barometer z. B. um 1 Zoll sinkt, als in einer kälteren. Nach Laplace dehnt sich die atmosphärische Luft bei ihrem mittleren Feuchtigkeitszustande um $\frac{1}{200}$ für jeden Grad Réaumur aus; mithin wird die Höhe einer Luftsäule, welche bei $0^\circ = H$ ist, bei der Temperatur von m Grad Réaumur sein $H + \frac{mH}{200}$.

Um die mittlere Temperatur der Luftsäule zu erhalten, wird selbe am unteren und oberen Punkte beobachtet und das Mittel davon in Rechnung genommen. Ist demnach die Temperatur der Luft an der unteren Station $= t$ Grade Réaumur,

an der oberen " $= t'$ " "

so wird $m = \frac{t+t'}{2}$ und die verbesserte

$$\text{Höhe} = H \left(1 + \frac{t+t'}{400} \right), \text{ oder:}$$

$$H = N \cdot \log \frac{b}{b'} \left(1 + \frac{t + t'}{400} \right) \dots (3)$$

Auch die Quecksilbersäule im Barometer wird durch die Wärme ausgedehnt und muss daher auf die Temperatur 0° reducirt werden, wie es die Formel (2) verlangt.

Sei nun der an der unteren Station bei der Temperatur T Grad Réaumur beobachtete Barometerstand $= b$, an der oberen Station dieselben Grössen T' und b' , ferner α der Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers für 1° Réaumur, so folgt für 0° Temperatur die Länge der Quecksilbersäule

$$\text{unten} = b - \alpha b T = b (1 - \alpha T),$$

$$\text{oben} = b' - \alpha b' T' = b' (1 - \alpha T'),$$

und wir werden in die Formel für $\frac{b}{b'}$ setzen müssen:

$$\frac{b}{b'} \left\{ \frac{1 - \alpha T}{1 - \alpha T'} \right\}.$$

Der eingeklammerte Factor wird, wenn man die höheren Potenzen und Producte der sehr kleinen Brüche αT und $\alpha T'$ als ganz unmerklich weglässt,

$$= [1 - \alpha (T - T')],$$

mithin haben wir anstatt $\log \frac{b}{b'}$ zu setzen:

$$\log \frac{b}{b'} + \log [1 - \alpha (T - T')].$$

Es ist aber:

$$\log (1 - x) = -M (x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots).$$

Da hier $x = \alpha (T - T')$ ein sehr kleiner Bruch ist, so können wir abermals die höheren Potenzen desselben ohne merklichen Fehler weglassen und

$$\log [1 - \alpha (T - T')] = -M \cdot \alpha (T - T')$$

setzen. Es ist aber $M = 0.43429\dots$, ferner der Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers nach Regnault:

$$\alpha = \frac{1}{4407}, \text{ folglich } M \cdot \alpha = \frac{1}{10146},$$

wofür man ohne allen merklichen Fehler $M \alpha = \frac{1}{10000}$ setzen kann; man hat daher:

$$\log \frac{b}{b'} [1 - \alpha (T - T')] = \log \frac{b}{b'} - \frac{(T - T')}{10000}.$$

Um demnach den $\log \frac{b}{b'}$ wegen der Temperatur des Quecksilbers zu verbessern, betrachte man die Einheiten der Grade $(T - T')$ als Einheiten der vierten Decimalstelle des Logarithmus, und ziehe so $(T - T')$ von $\log \frac{b}{b'}$ ab.

Unsere Formel für die Höhe ist also:

$$H = N \left(\log \frac{b}{b'} - \frac{(T - T')}{10000} \right) \left(1 + \frac{t + t'}{400} \right) \dots (4)$$

Obschon diese letztere Formel die Höhen so genau gibt, dass die Fehler der Beobachtung fast immer grösser sind als die Unvollkommenheit der Formel, so pflegt man doch, um in theoretischer Hinsicht nichts zu unterlassen, noch eine doppelte Correction anzubringen, welche von der Veränderlichkeit der Schwerkraft abhängt. Diese Kraft ist bekanntlich am Aequator am geringsten und nimmt gegen die Pole hin zu; sie vermindert sich hingegen mit zunehmender Höhe, ist also an der oberen Station geringer als an der unteren. Wegen ihrer Elasticität dehnt sich aber die Luftsäule, welche zwischen dem unteren und oberen Barometer sich befindet, mehr aus, ohne dass b oder b' sich ändert.

Sei nun die Schwerkraft, welche der Formel (4) entspricht, $= g$, jene, welche bei der Beobachtung wirklich vorhanden ist, $= g'$, die der letzteren entsprechende Höhe $= H'$, so haben wir, da die Höhen im verkehrten Verhältnisse der zusammendrückenden Kräfte stehen,

$$H' = H \cdot \frac{g}{g'}.$$

Wir wollen nun die Correction suchen, welche von der geographischen Breite abhängt. Die Schwerkräfte unter verschiedenen Breiten verhalten sich bekanntlich wie die Längen des einfachen Secundenpendels, d. h. es ist $\frac{g}{g'} = \frac{l}{l'}$, wenn l, l' die correspon-

direnden Längen des Secundenpendels sind. Es ist aber für die geographische Breite $= \varphi$ in Metern:

$$l = 0.99097 + 0.0051535 \sin \varphi^2 \\ = a + b \sin \varphi^2.$$

Unsere Formel (4) ist für den 45^{ten} Breitegrad richtig; um sie für eine andere Breite φ zu corrigiren, haben wir ihren Werth H mit $\frac{l}{l'}$ zu multipliciren, wo l der Breite 45°, l' der Breite φ des Beobachtungsortes entspricht.

Es ist:

$$\frac{l}{l'} = \frac{a + b (\sin 45^\circ)^2}{a + b \sin \varphi^2} = \frac{1 + \frac{1}{2} \frac{b}{a}}{1 + \frac{b}{a} \sin \varphi^2}.$$

Da $\frac{b}{a}$ eine sehr kleine Grösse ist, so kann man ihre höheren Potenzen ohne merklichen Fehler weglassen, wodurch man erhält:

$$\frac{g}{g'} = \frac{l}{l'} = 1 + \frac{b}{2a} \cos 2 \varphi,$$

und, für a, b obige Zahlenwerthe gesetzt:

$$\frac{g}{g'} = 1 + 0.00260 \cos 2 \varphi,$$

womit also unsere Formel (4) zu multipliciren ist, um sie auf die Breite φ zu reduciren.

Die Schwerkraft nimmt auch noch mit der Höhe ab, daher wird die Luftsäule höher sein, als wenn durchgehends die Schwerkraft des unteren Punctes wirken würde. Diese Abnahme der Schwere geschieht zwar von unten nach oben stetig, allein für unseren Zweck können wir ohne merklichen Fehler eine Schwerkraft auf die ganze Luftsäule wirkend annehmen, welche das Mittel aus den Schwerkraften an der unteren und oberen Station ist. Sind diese $= g, g'$, so ist die mittlere $= \frac{g + g'}{2}$, und wenn die entsprechende Höhe $= H'$ so ist:

$$H' : H = g : \frac{g + g'}{2},$$

$$\text{und } H' = H \cdot \frac{2g}{g + g'}.$$

Ist R der Halbmesser der Erde für die untere Station, so ist derselbe für die obere $= R + H$ und wir haben nach dem bekannten Naturgesetze:

$$g : g' = (R + H)^2 : R^2,$$

$$g' = g \cdot \frac{R^2}{(R + H)^2} = \frac{g}{\left(1 + \frac{H}{R}\right)^2}.$$

Vernachlässigt man die höheren Potenzen des sehr kleinen Bruches $\frac{H}{R}$, so erhält man

$$\frac{2g}{g + g'} = 1 + \frac{H}{R},$$

womit unsere Höhe H in (4) noch zu multipliciren ist.

Die vollständige Formel ist also:

$$H = N \left(\log \frac{b}{b'} - \frac{(T - T')}{10000} \right) \left(1 + \frac{t + t'}{400} \right) \\ (1 + 0.00260 \cos 2 \varphi) \left(1 + \frac{H}{R} \right), \dots (5)$$

wo man für N einen der oben angegebenen Werthe setzen wird, um in demselben Maasse H zu erhalten. Sind die Temperaturen nicht nach Réaumur gegeben, so hat man sie zuerst auf die Réaumur-Scala zu reduciren, z. B. die hundertheilige Scala dadurch, dass man $(T - T')$ und $(t + t')$ mit $\frac{5}{9}$ multiplicirt. Für H im letzten Factor wird die genäherte Höhe nach Formel (3) gesetzt, auch nach (2) ist sie zu diesem Zwecke hinreichend genau.

Unsere Formel (5) hat den Vorzug, dass sie sich in bequeme Tafeln bringen lässt. Man nimmt nämlich aus den gewöhnlichen Logarithmen-Tafeln den $\log \frac{b}{b'}$, d. h. $\log b - \log b'$, vermindert diesen um $(T - T')$ als Einheiten der 4^{ten} Decimalstelle, so hat man den Factor

$$\left(\log \frac{b}{b'} - \frac{(T + T')}{10000} \right) = d.$$

Eine Hilfstafel gibt mit $(t + t')$ den $\log N \left(1 + \frac{t + t'}{400} \right) = A$, und man hat:

$$\log H = A + \log d.$$

Will man noch die kleinen Verbesserungen wegen Veränderlichkeit der Schwere anbringen, so wird man aus einer kleinen Tafel mit dem Argumente φ den $\log (1 + 0.00260 \cos 2 \varphi)$ und aus einer anderen mit dem Argumente $\log H$ den $\log \left(1 + \frac{H}{R}\right)$ erhalten. Diese beiden Logarithmen können nur in den letzten Stellen geltende Ziffern enthalten, geben daher nur kleine Correctionen für die letzten Stellen des $\log H$.

Gauss hat zuerst solche Tafeln in Bode's astronom. Jahrbuche für 1818 bekannt gemacht, die seitdem ihrer Einfachheit wegen sehr beliebt geworden sind. Aehnliche Tafeln, welche die Höhe in Wiener Klaftern und in Metern geben, sind auch hier in der Tafel IX und X beigelegt. Ihre Anwendung wird später bei Erklärung des Gebrauches der Tafeln näher angegeben werden.

79. Man hat zwar in neuerer Zeit durch Berücksichtigung des Feuchtigkeitszustandes der Luft die barometrische Formel noch zu verbessern gesucht, vorzüglich gebührt Bessel das Verdienst, zuerst diese Formel so weit verbessert zu haben, als es die Natur der Sache erlaubt. Indessen gibt unsere Formel (5) die Höhen schon so genau, dass der Einfluss der unvermeidlichen Fehler meinen Erfahrungen gemäss immer grösser ist, als die Unvollkommenheiten der Formel, daher wir um so mehr ihre bequeme Gestalt beibehalten, als wir sie hier vorzüglich nur für kleine Höhendifferenzen anzuwenden haben, wie solche bei einem barometrischen Nivellement vorkommen. Fehler der Beobachtung, Störungen des Standes der Instrumente durch ungünstige Localität, überhaupt alle jene Fehler, deren Quellen zufällig und unbekannt sind, lassen sich begreiflich keiner Rechnung unterziehen.

Vorzüglich ist es der von $(t + t')$ abhängige Factor, welcher einer bedeutenden Unsicherheit unterworfen ist; wir haben nämlich angenommen, die Luftsäule zwischen dem unteren und oberen Punkte habe eine mittlere Temperatur $= \frac{t + t'}{2}$, allein zahllose Ursachen, welche von der Localität der Beobachtungs-

orte, der Terraingestaltung der Umgegend, der Tages und Jahreszeit, von dem Witterungszustande, dem Windzuge u. s. w. abhängen, werden für jeden einzelnen Fall diese Annahme mehr oder weniger unrichtig machen. Auch auf die Barometerstände b , b' müssen jene meteorologischen Ursachen, welche unsere Barometer im Zimmer in Bewegung setzen, störend einwirken, besonders wenn das Barometer gerade im Steigen oder Fallen begriffen ist.

Diese Störungen sind natürlich um so grösser und wahrscheinlicher, je grösser die horizontale Entfernung der zwei Stationen ist, daher es z. B. sehr unwahrscheinlich wird, aus einzelnen correspondirenden Beobachtungen zu Triest und Wien die Meereshöhe des letzteren Ortes mit einiger Sicherheit zu erhalten. In solchen Fällen kann man nur zum Ziele kommen, wenn man die Beobachtungen längere Zeit hindurch correspondirend fortsetzt, um Mittelwerthe zu erhalten, welche von den störenden Einflüssen mehr oder weniger frei sind. Es versteht sich von selbst, dass die Instrumente am oberen und unteren Puncte übereinstimmen, d. h. neben einander aufgehangen gleiche Stände angeben sollen, oder wenn dies nicht der Fall ist, ihre Differenzen bekannt sein müssen, um die Beobachtungen gehörig auf einander reduciren zu können.

80. Wir haben die Sache bisher als Höhenmessung mit dem Barometer im Allgemeinen betrachtet; bei einem barometrischen Recognoscirungs-Nivellement sind die Umstände bedeutend günstiger und einfacher, indem hier die einzelnen Höhendifferenzen sowohl als die Entfernungen der Stationen verhältnissmässig nur gering sind. Der Geometer bereist die ganze Trace, macht an den geeigneten Puncten seine Beobachtungen und findet aus diesen die einzelnen Höhendifferenzen, indem man wohl meistens mit hinreichender Sicherheit annehmen kann, dass innerhalb der Zeit von $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ Stunde, welche er gebraucht, um von einer Station zur nächstfolgenden zu kommen, der Zustand der Luft in der Umgegend sich nicht merklich verändert. Es können jedoch zwei

Beobachter correspondirend arbeiten, d. h. gleichzeitig an zwei Puncten die Beobachtungen machen, wenn man es für nöthig hält. Da die Höhendifferenzen bei einem solchen Nivellement nur klein sind und selten über 200 Meter steigen werden, so kann man die beiden letzten Factoren der Formel (5), welche von der veränderlichen Schwerkraft abhängen, als ganz unmerklich weglassen. Auch kann es zuweilen wünschenswerth sein, die Höhen ohne Hilfe der Logarithmen-Tafeln berechnen zu können; deshalb geben wir noch zu diesem Zwecke folgende einfache Formel, deren Ableitung aus der Formel (4) keine Schwierigkeiten hat.

Man setze

$$\frac{b-b'}{b+b'} = \alpha, \quad \frac{T-T'}{50} = \beta \quad \text{und} \quad \frac{t+t'}{4} = \gamma,$$

so hat man, mit Benützung der Constante $N = 18382$ Meter, für die Höhe in Meter den einfachen Ausdruck:

$$H = (159\alpha - 0.9\beta) (100.42 + \gamma) \dots (6),$$
 welcher die Höhen bis zu 400 Meter und darüber so genau gibt, als unsere frühere vollständige Formel. Setzt man $159\alpha + 53\alpha^3$ anstatt 159α , so stimmt die Formel (6) selbst bei den grössten Berghöhen noch sehr nahe mit der Formel (4) überein. Die Temperaturen werden hier gleichfalls nach Réaumur vorausgesetzt, b und b' hingegen können in einem beliebigen Maasse gegeben sein.

$$\text{Z. B. } b = 725^{\text{mm}}.56, \quad b' = 701^{\text{mm}}.28,$$

$$t = 12^{\circ}.0, \quad t' = 10^{\circ}.8.$$

$$T = 12.5, \quad T' = 11.3.$$

Man findet

$$\alpha = 0.01702, \quad \beta = 0.024, \quad \gamma = 5.7,$$

$$159\alpha - 0.9\beta = 2.68458, \quad 100.42 + \gamma = 106.12,$$

und nach der Formel (6):

$$H = 284.89 \text{ Meter.}$$

Die Formel (4) gibt $H = 284.96$.

81. Die praktischen Regeln und Vorsichten, welche man bei solchen barometrischen Messungen zu befolgen hat, lassen sich

aus dem bisher Gesagten leicht folgern. Vor allem muss man jeden störenden Einfluss auf die Instrumente zu vermeiden suchen; sie dürfen daher nicht den Sonnenstrahlen ausgesetzt sein, wodurch besonders die Werthe T , t , T' , t' weit von der Wahrheit entfernt werden können. Man hängt deshalb die Instrumente im Schatten so auf, dass die Luft ungehindert durchstreichen kann, und wartet einige Zeit, damit sie die Temperatur der umgebenden Luft annehmen können. Als Gestelle kann ein einfacher Dreifuss dienen, der aus drei etwa 1.25 Meter langen Stäben gebildet wird und wobei man an der Seite gegen die Sonne ein Stück Tuch oder Wachseleinwand anbringt, um die Sonnenstrahlen abzuhalten. Auch während des Transportes soll man die Instrumente gegen die Einwirkung der Sonne verwahren, weil man sonst zu lange warten muss, bis sie die wahre Temperatur angenommen haben.

Den stärksten Einfluss auf die gesuchte Höhe hat die Differenz der Barometerstände, so dass ein Fehler von 0.1 Millimeter in $(b - b')$ die Höhe schon um nahe 1.2 Meter ändert. Die Barometer-Scala soll daher sehr genau getheilt und mit einem Nonius versehen sein, welcher sich möglichst scharf auf das Ende der Quecksilbersäule einstellen lässt und die Höhe derselben so genau als möglich abzulesen erlaubt. Gibt der Nonius 0.05 Millimeter noch sicher an, so wird man die Höhen durchschnittlich, in so weit sie von b und b' abhängen, bis auf 0.6 Meter genau erhalten. Streng genommen muss auch auf die Ausdehnung der Barometer-Scala durch die Wärme Rücksicht genommen werden. Ist dieselbe von Messing und in der Ausdehnung nicht dadurch gehindert, dass sie auf Holz fest aufgeschraubt ist, so ist b' um $0.0000234 b' (T - T')$ zu verkleinern, b bleibt ungeändert. Bei barometrischen Nivellements, wo $(T - T')$ immer ganz klein ist, verschwindet diese Verbesserung.

Neben der Barometerröhre ist ein Thermometer befestigt, welches die jedesmalige Temperatur T der Quecksilbersäule angibt. Ein Fehler von 1° in $(T - T')$ bringt in der Höhe, diese mag gross oder klein sein, einen Fehler von nahe 2 Meter hervor,

daher man auch diese Grösse mit Sorgfalt bestimmen muss. Es hat zwar keine Schwierigkeit, das Thermometer bis auf $\frac{1}{10}$ Grad abzulesen; allein man muss zugleich sicher sein, dass der erhaltene Werth auch wirklich die mittlere Temperatur der Quecksilbersäule im Barometer sei. Es ist daher gut, wenn dieses Thermometer so befestigt ist, dass die eine Hälfte der Barometersäule über, die andere unter der Thermometerkugel sich befindet.

Ein Fehler von 1° in der Summe der Luft-Temperaturen $(t + t')$ ändert H um $\frac{H}{400}$, ist mithin bei kleinen Höhen unbedeutend, daher es bei barometrischen Nivellements nicht nöthig ist, die Luft-Temperatur durch ein besonderes Thermometer zu messen, sondern man kann ohne Bedenken $t = T$ und $t' = T'$ setzen. Hingegen bei grossen Berghöhen ist gerade ein Fehler in $(t + t')$ von starkem Einfluss und aus oben angeführten Gründen am schwierigsten zu vermeiden. Man misst die Luft-Temperatur in diesen Fällen durch ein besonderes Thermometer, welches im Schatten möglichst frei dem Luftzuge ausgesetzt wird, indem alles darauf ankommt, diese Temperatur möglichst unabhängig von localen Einflüssen so zu erhalten, wie sie im Mittel der ganzen horizontalen Luftschichte der Umgegend zukommt.

ANHANG.

ÜBER DAS AUSSTECKEN VON KREISBOGEN UND EINIGE ANDERE DAMIT ZUSAMMENHÄNGENDE AUFGABEN.

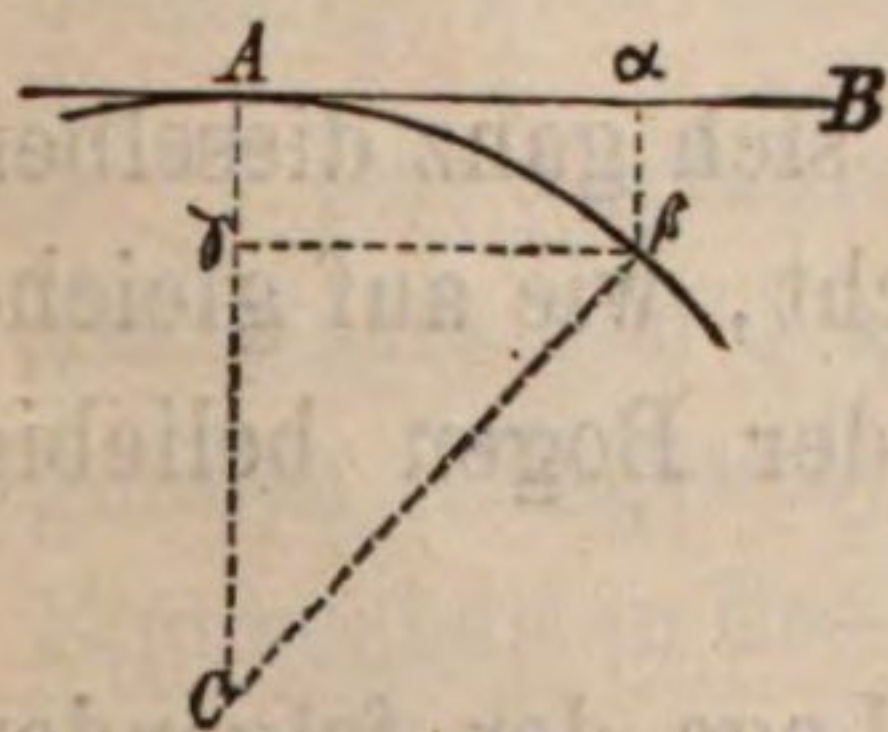
Ausstecken von Kreisbogen.

82. Bei dem Baue der Eisenbahnen kommt vorzüglich die Aufgabe vor, Kreisbogen, oder überhaupt continuirliche Curven unter verschiedenen gegebenen Bedingungen auszustecken. Die bisher bekannt gewordenen Auflösungen dieser Aufgabe sind jedoch theils wenig genau, theils ziemlich unbehilflich und mühsam, daher wir dieselben übergehen und andere Auflösungen vorschlagen, mit dem Wunsche, den Sachkundigen damit mehr zu befriedigen.

Vor allem muss die Lage und Grösse des Kreisbogens gegeben sein, d. h. man muss den Halbmesser $= \varrho$ und in dem Puncte, wo die Aussteckung beginnen soll (wir wollen diesen Punct den Ursprung nennen), die Lage des Bogens, d. h. die Lage der Tangente des ersten Bogen-Elementes kennen.

Erste Methode. Sei (Fig. 62) A der Ursprung, AB die gegebene Richtung der Tangente, der gegebene Halbmesser $= \varrho$.

Fig 62.



Setzen wir die beliebige Länge $A\alpha = x$ und errichten in α eine Senkrechte $\alpha\beta = y$ bis an den Kreis, so ist, wenn $\beta\gamma$ parallel zu AB gezogen, im Dreieck $C\beta\gamma$, $C\beta = \varrho$, $\beta\gamma = x$, $C\gamma = \varrho - y$, mithin:

$$(\varrho - y)^2 + x^2 = \varrho^2,$$

$$\varrho - y = \sqrt{\varrho^2 - x^2} = \varrho \sqrt{1 - \frac{x^2}{\varrho^2}},$$

und wenn man die Wurzelgrösse in eine Reihe auflöst, welche, weil $\frac{x}{\varrho}$ ein kleiner Bruch ist, immer stark convergirt:

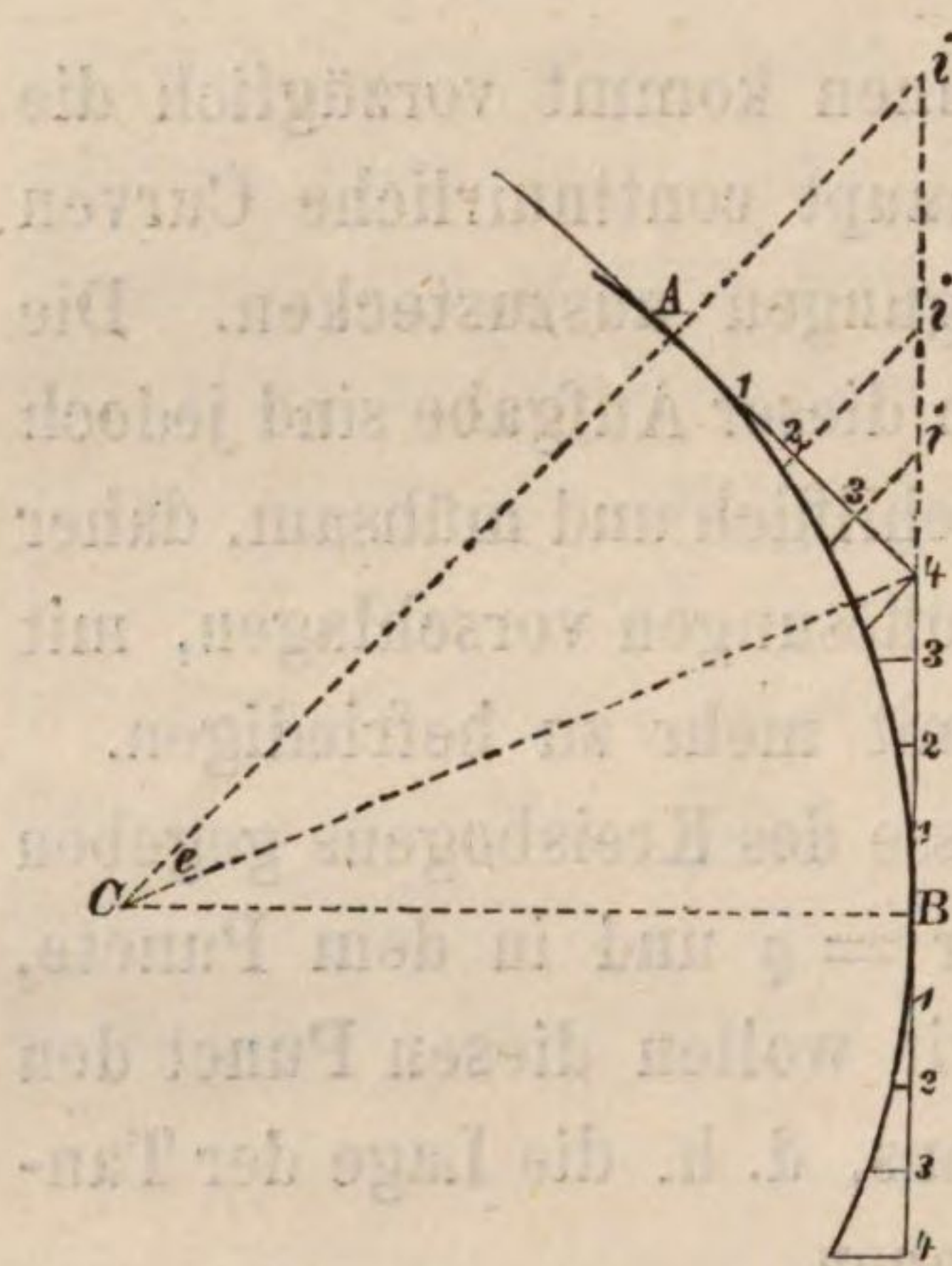
$$\rho - y = \rho \left(1 - \frac{1}{2} \frac{x^2}{\rho^2} - \frac{1}{8} \frac{x^4}{\rho^4} - \dots \right), \text{ somit:}$$

$$y = \frac{1}{2} \frac{x^2}{\rho} + \frac{1}{8} \frac{x^4}{\rho^3} \dots (1).$$

Das zweite Glied in (1) wird in der Praxis meistens als unmerklich vernachlässigt werden können, wenigstens so lange x kleiner ist als $\frac{1}{10} \rho$. Für $x = 100$ und $\rho = 1000$ Meter wird dieses Glied $= 0.0125$ Meter.

Um mehrere Punkte des Bogens zu erhalten, steckt man in der Tangente mehrere Punkte 1, 2, 3, etc. (Fig. 63) aus und trägt

Fig. 63.



an denselben die entsprechenden Ordinaten y_1, y_2 , etc. auf, die nach Formel (1) berechnet werden können. Sind, wie gewöhnlich, die Abstände auf der Tangente einander gleich, d. h. ist $x_2 = 2x_1, x_3 = 3x_1$, u. s. w., so ist, so lange das Glied $\frac{1}{8} \frac{x^4}{\rho^3}$ vernachlässigt werden kann, $y_2 = 4y_1, y_3 = 9y_1$, überhaupt $y_n = n^2 y_1$, wodurch man alle y sehr einfach erhält.

Will man vom Punkte 4 aus eine neue Tangente legen, so stelle man in 4 ein Nivellir-Instrument auf, welches zur Messung horizontaler Winkel eingerichtet ist, und mache den Winkel $A4B = 180^\circ - 2e$. Zur Bestimmung von e hat man

$$\text{tang } e = \frac{x_4}{\rho} \dots (22).$$

Auf dieser zweiten Tangente wiederholen sich ganz dieselben Maasse wie auf der ersten und man sieht leicht, wie auf gleiche Weise mehrere Tangenten angelegt und so der Bogen beliebig fortgesetzt werden kann.

Ohne Winkelinstrument lässt sich die Lage der folgenden Tangente so bestimmen: Man errichte in A auf $A4$ eine Senkrechte Ai und mache

$$Ai = x_4 \text{ tang } 2e = 4y_4 + \frac{3}{2} \frac{x_4^4}{\rho^3},$$

wo x_4, y_4 die obigen Coordinaten für den Punct 4 sind, so ist durch die Puncte i und 4 die Lage der zweiten Tangente bestimmt.

Anstatt in A die Senkrechte zu errichten, kann man auch eine der Ordinaten in 3 oder 2 nach aussen verlängern, und es ist:

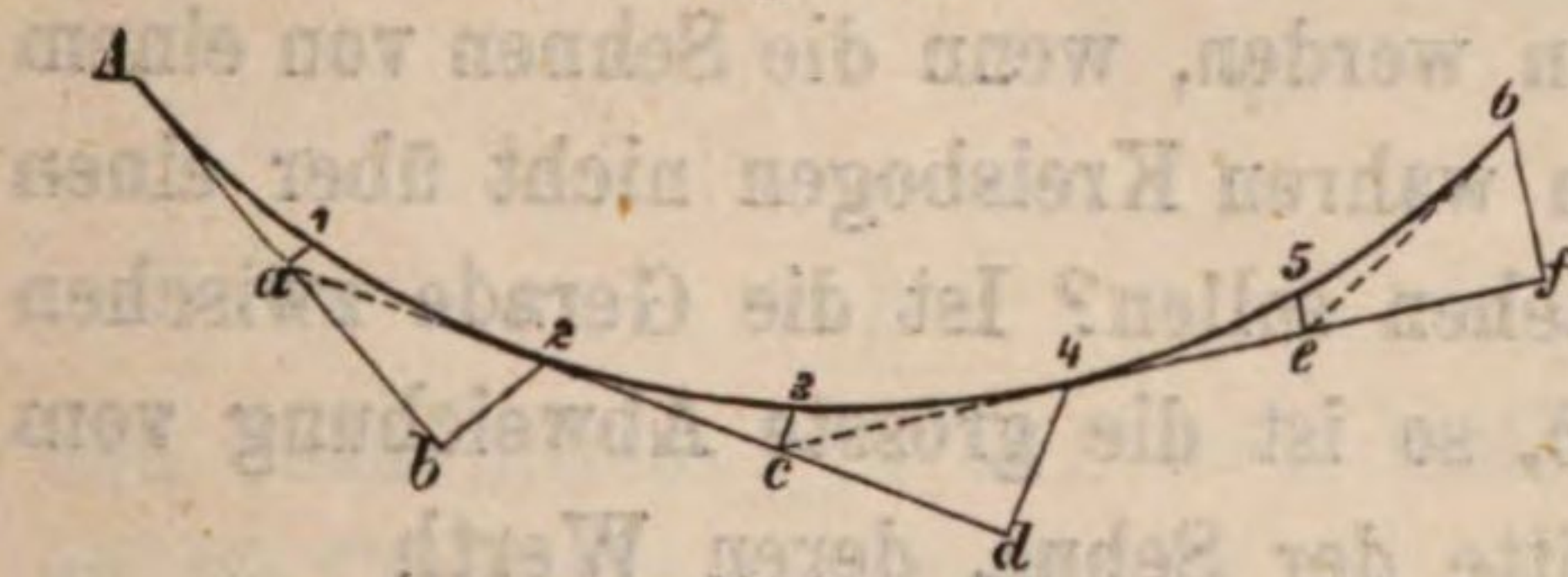
$$3i = \frac{1}{4} Ai = y_4 + \frac{3}{8} \frac{x_4^4}{\rho^3}.$$

$$2i = \frac{1}{2} Ai = 2y_4 + \frac{3}{4} \frac{x_4^4}{\rho^3}.$$

So lange x_4 kleiner als $\frac{1}{20}\rho$ ist, kann man auch hier das Glied $\frac{x_4^4}{\rho^3}$ immer vernachlässigen.

83. Zweite Methode. Ein praktisch bequemes Verfahren ist folgendes. Sei (Fig. 64) A der Ursprung; auf der Tangente Ab trage man gleiche Theile Aa, ab auf, so ergeben sich die

Fig. 64.



Puncte 1, 2, ganz wie oben, indem man in a und b die Ordinaten y_1, y_2 aufsetzt. Eine Gerade von a über den Punct 2 bildet die zweite Tangente, auf welcher

in c, d die vorigen Abscissen und Ordinaten wiederholt werden. Man sieht von selbst, dass auf diese Art der Bogen beliebig weit fortgesetzt werden könne.

Das Verfahren beruht auf Folgendem. Sei $Ab = x_2, b2 = y_2$, das Maass von b bis a (dem wahren Durchschnittspuncte der folgenden Tangente) sei $= u$, so ist $Aa = x_2 - u$; vermöge der Eigenschaften des Kreises müssen aber die Tangenten aA und $a2$ einander gleich sein, wir haben also im rechtwinkligen Dreieck $ab2$

$$u^2 + y_2^2 = (x_2 - u)^2,$$

woraus

$$u = \frac{1}{2} x_2 - \frac{y_2^2}{2x_2}$$

oder $u = \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{8}\frac{x_2^3}{\rho^2}$,
wenn man nämlich für y_2 seinen Werth $= \frac{1}{2}\frac{x_2^2}{\rho}$ setzt.

Streng genommen soll also u etwas kleiner sein als $\frac{1}{2}x_2$, oder der genauere Punct für die zweite Tangente wird erhalten, wenn man von a , dem Halbirungspuncte der Ab , noch das Maass $\frac{1}{8}\frac{x_2^3}{\rho^2}$ gegen b hin aufträgt. So lange jedoch x_2 nicht grösser als $\frac{1}{20}\rho$ ist, wird man diese Verbesserung immer vernachlässigen können, z. B. für $\rho = 1000$ und $x_2 = 50$ Meter beträgt dieses Glied nur 0.015 Meter. In praktischer Beziehung bringt auch eine etwas grössere Abweichung keine schädliche Wirkung hervor; die Folge der Vernachlässigung dieser Verbesserung ist nämlich nur, dass der ausgesteckte Bogen sich nach aussen hin allmähig vom wahren Kreisbogen entfernt. Es braucht wohl kaum erinnert zu werden, dass man auch bei dieser Methode auf einerlei Tangente mehr als zwei, z. B. vier Puncte auftragen könne.

In welchen Abständen müssen die ausgesteckten Puncte 1, 2, 3, etc. (Fig. 64) genommen werden, wenn die Sehnen von einem Puncte zum andern von dem wahren Kreisbogen nicht über einen zulässigen Fehler $= f$ abstehen sollen? Ist die Gerade zwischen den einzelnen Puncten $= \delta$, so ist die grösste Abweichung vom Bogen offenbar auf der Mitte der Sehne, deren Werth

$$f = \frac{1}{8}\frac{\delta^2}{\rho}$$
ist, woraus:

$$\delta = \sqrt{8f\rho} \dots (3).$$

Z. B. für $\rho = 1000$ und $f = 0.02$ Meter ergibt sich $\delta = 12.6$ Meter. Würde man δ von 20 zu 20 Meter nehmen, so wäre $f = 0.05$ Meter.

Das jedesmalige praktische Bedürfniss muss entscheiden, mit welcher Schärfe der Bogen ausgesteckt werden soll. Für gewöhnliche Fälle bei Strassen und beim Unterbau der Eisenbahnen wird es auf wenige Centimeter nicht ankommen, hingegen bei der Legung des Geleises der Eisenbahn ist eine viel grössere Genauig-

Fig. 65.

$$\sin e = \frac{c}{\rho} \dots (4)$$

Man kann aber mehrere Punkte des Bogens mit einer Sehne erhalten, indem man auf derselben mehrere Ordinaten in gleichen Abständen aufsetzt. Es ist am einfachsten, 1, 3 oder 5 Ordinaten anzuwenden, weil dabei jedesmal eine mittlere Ordinate entsteht

Man kann aber mehrere Punkte des Bogens mit einer Sehne erhalten, indem man auf derselben mehrere Ordinaten in gleichen Abständen aufsetzt. Es ist am einfachsten, 1, 3 oder 5 Ordinaten anzuwenden, weil dabei jedesmal eine mittlere Ordinate entsteht

und die links und rechts liegenden paarweise einander gleich werden. Ist wie oben c die halbe gegebene Sehne, y die mittlere oder grösste Ordinate, so ist

$$y = \frac{1}{2} \frac{c^2}{\rho} + \frac{1}{8} \frac{c^4}{\rho^3} \dots (5),$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{mit 3 Ordinaten } y_1 = y_3 = \frac{3}{4}y + \frac{3}{128} \frac{c^4}{\rho^3} \\ \text{" 5 " } y_1 = y_3 = \frac{5}{9}y + \frac{5}{126} \frac{c^4}{\rho^3} \\ \text{und } y_2 = y_4 = \frac{8}{9}y + \frac{1}{81} \frac{c^4}{\rho^3} \end{array} \right\} \dots (5')$$

Die Glieder, welche $\frac{c^4}{\rho^3}$ enthalten, wird man hier, da auch ihre Zahlen-Coefficienten sehr klein sind, wohl immer vernachlässigen können.

Um auch diese Auflösung ohne Winkel-Instrument auszuführen, wenn nämlich blos ρ und die Sehne $= 2c$ gegeben ist, sei Bb senkrecht auf AF , so ist

$$Ab = 2c \cos e, \quad Bb = 2c \sin e,$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{oder } Ab = 2c - \frac{c^3}{\rho^2} \\ Bb = \frac{2c^2}{\rho} \end{array} \right\} \dots (6)$$

wodurch die Lage des Punctes B bestimmt ist. Nun sei h der Durchschnitt der mittleren Ordinate y mit der folgenden Sehne, so ist

$$\left. \begin{array}{l} \alpha h = \frac{2c^2}{\rho} + \frac{3}{2} \frac{c^4}{\rho^3} \\ \text{oder } \alpha h = 4y + \frac{c^4}{\rho^3} \end{array} \right\} \dots (7)$$

Verlängert man also die mittlere Ordinate nach h und macht $\alpha h = 4y + \frac{c^4}{\rho^3}$, so liegt h in der Verlängerung der folgenden Sehne und diese kann abgesteckt werden. Dasselbe Verfahren wiederholt sich auf jeder folgenden Sehne. Man kann übrigens auf jeder Sehne 1, 3 oder 5 Ordinaten nehmen, die Verlängerung der Mittelordinate gibt jedesmal den Punct h für die Lage der

folgenden Sehne. In den meisten Fällen wird man auch hier das Glied $\frac{c^4}{\rho^3}$ als unmerklich weglassen können.

Z. B. $\rho = 1000$, $2c = 100$ Meter.

Nach (5) wird

$$y = \frac{1}{2} \frac{c^2}{\rho} + \frac{1}{8} \frac{c^4}{\rho^3} \\ = 1.25 + 0.00075 \text{ Meter,}$$

wo also das zweite Glied ganz unmerklich ist. Ferner nach (7)

$$\alpha h = 5.0 + 0.009 \text{ Meter,}$$

mithin ist hier das zweite Glied ohne merklichen Einfluss.

Die unbedeutende Rechnung, welche man sowohl bei dieser als den früheren Methoden für die Ordinaten zu machen hat, ist nur auf der ersten Tangente oder Sehne nöthig, da bei der Fortsetzung dieselben Maasse sich beständig wiederholen.

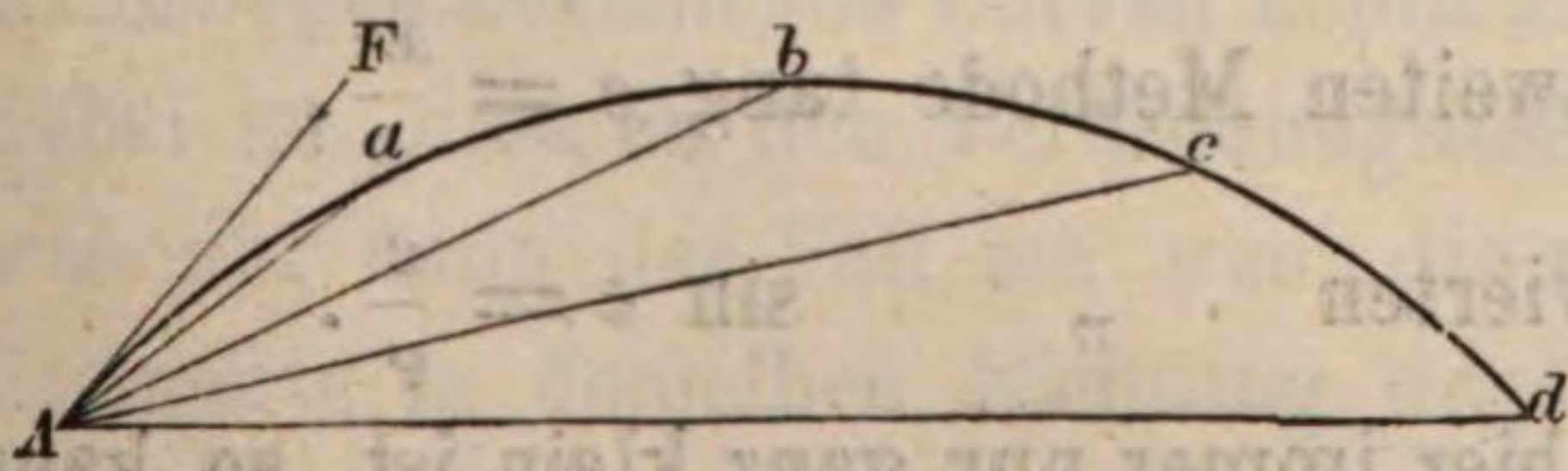
85. Vierte Methode. Man stelle das Instrument im Anfangspuncte A (Fig. 66) auf, wo AF die gegebene Richtung der Tangente, und mache $\angle FAa = e$.

Es ist wie früher:

$$\sin e = \frac{c}{\rho};$$

wenn die Sehnen Aa , ab , bc etc. alle einander gleich und $= 2c$ sind, so sind auch die Winkel FAa , aAb , bAc etc. einander

Fig. 66.



gleich; stellt man demnach das Instrument nach und nach auf die Winkel e , $2e$, $3e$, u. s. w., so erhält man die Visuren nach den Puncten a , b , c , etc. Wird nun eine Schnur, oder besser die Messkette, in a befestigt, auf selber das Maass der Sehne $= 2c$ genommen und gehörig ausgespannt, so kann das zweite Ende vom Geometer in den Punct b einvisirt werden; hierauf befestigt man die Kette in b und visirt ihr zweites Ende in den Punct c ein u. s. w., welche Operation man so lange fortsetzen kann, als es die Umstände erlauben.

Wird es nöthig, zur weiteren Fortsetzung das Instrument in einem folgenden Puncte, z. B. in c aufzustellen, so hat man blos den Winkel $bcd = 180^\circ - 2e$ zu machen, um die Lage der Chorde cd zu erhalten, an welche man neuerdings die Winkel e , $2e$, $3e$, u. s. w. ansetzen, überhaupt das frühere Verfahren wiederholen wird.

Diese übrigens bequeme Methode hat das Unangenehme, dass die Winkel e , $2e$, etc. mit bedeutender Schärfe getroffen werden müssen, wenn nicht merkliche Fehler entstehen sollen, besonders wenn die Entfernung des einzuvisirenden Punctes vom Instrumente grösser wird. Ist diese Entfernung $= D$, so veranlasst ein Fehler von 1 Minute im Winkel in der Lage des Punctes den Fehler $= 0.00030 D$, welcher also für $D = 100$ Meter schon $= 0.03$ Meter wird. Bei den in den vorhergehenden Abschnitten beschriebenen Instrumenten lassen sich die Winkel ohne Schwierigkeiten bis auf $\frac{1}{2}$, bei grösserer Uebung selbst bis auf $\frac{1}{4}$ Minute erkennen, woraus man abnehmen kann, wie weit man jedesmal gehen darf, wenn die beabsichtigte Genauigkeit nicht verloren gehen soll

86. Bei den verschiedenen erklärten Methoden, einen Kreisbogen auszustecken, kommt der kleine Winkel e vor, welcher durch Sin. oder Tang. zu berechnen ist, wenn die Richtung der Sehnen oder Tangenten mit einem Winkel-Instrumente ausgesteckt werden soll. So ist

bei der ersten und zweiten Methode $\text{tang } e = \frac{x_n}{\rho}$,

„ „ dritten „ vierten „ $\sin e = \frac{e}{\rho}$.

Da dieser Winkel e hier immer nur ganz klein ist, so kann man ihn auch ohne trigonometrische Tafeln erhalten; es ist nämlich

$$\left. \begin{array}{l} \text{in Graden } e = 57.3 \frac{x_n}{\rho} = 57.3 \frac{e}{\rho} \\ \text{oder in Minuten } e = 3438 \frac{x_n}{\rho} = 3438 \frac{e}{\rho} \end{array} \right\} \dots (8).$$

Ist die Tang. oder der Sin. des gesuchten Winkels kleiner als $\frac{1}{15}$, was beim Ausstecken der Kreisbogen bei Eisenbahnbauten

wohl meistens der Fall sein wird, so wird der Winkel e durch die Ausdrücke (8) so genau erhalten, dass der Fehler $\frac{1}{3}$ Minute nicht übersteigt; er bleibt kleiner als 10 Secunden, wenn Sin. oder Tang. nicht grösser als $\frac{1}{20}$ ist.

Der ausübende Ingenieur kann sich nach den Formeln (1) und (5) eine Tabelle für die Ordinaten y berechnen. Da diese Rechnung höchst einfach ist, so unterlassen wir es, eine solche Tafel beizufügen; denn der Praktiker kann sie leichter seinem Bedürfnisse gemäss einrichten, indem er der Tabelle solche Werthe e und x oder c zu Grunde legt, welche ihm in der Anwendung vorkommen können. Eine ähnliche Tafel kann man sich auch für die Winkel e nach den Formeln (2) und (4) construiren.

87. Beliebige continuirliche Curven auszustecken. Wir haben bisher die auszusteckende Curve als Kreisbogen betrachtet; es kommen jedoch Fälle vor, wo die Localverhältnisse es nöthig machen, die Krümmung selbst zu verändern, oder irgend eine continuirliche Curve für den Kreis zu substituiren. Es würde ganz unpraktisch sein, rein theoretische Curven, z. B. elliptische oder parabolische Bogen in strengem Sinne ausstecken zu wollen, wobei der Krümmungshalbmesser stetig verändert werden müsste, sondern man setzt die Curve aus einzelnen Kreisbogen von verschiedenen Halbmessern zusammen und sorgt nur für den continuirlichen Zusammenhang derselben. Dergleichen aus einzelnen Kreisbogen bestehende Curven nennt man Korblinien. Hauptsache dabei ist, dass an den Verbindungsstellen keine Ecken entstehen, was nur dann der Fall ist, wenn die zusammenstossenden Bogenelemente in derselben Richtung liegen, d. h. eine gemeinschaftliche Tangente haben, oder wenn die Mittelpunkte der beiden Bogen und ihr Verbindungspunct in einer geraden Linie liegen. Die Halbmesser selbst können beliebig verschieden sein, ja sogar in entgegengesetzter Richtung liegen.

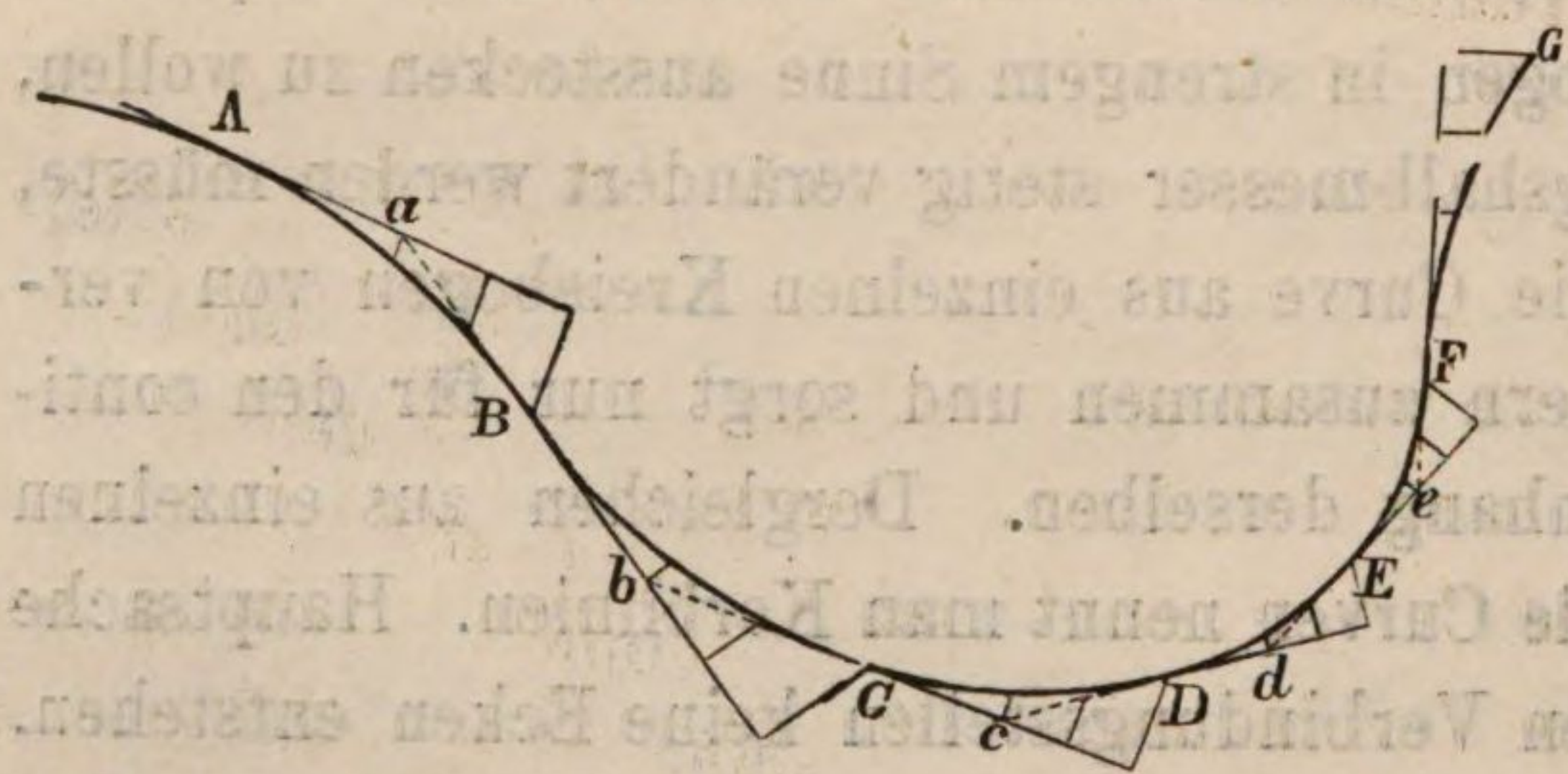
Unsere bisher erklärten Methoden lassen sich leicht so umändern, dass statt eines einzigen Kreisbogens eine solche continuirliche Korblinie entsteht. Wir wollen dieses zuerst an der

zweiten Methode (Fig. 64) zeigen. Man hat hier bloß die Ordinaten y für jede der auf einander folgenden Tangenten Ab , $2d$, $4f$, u. s. w. mit den zugehörigen verschiedenen Werthen von ϕ nach Formel (1) zu berechnen und aufzutragen, alles übrige bleibt wie in §. 83.

Man nimmt nämlich die Tangenten von zweckmässiger Länge und trägt auf jeder derselben die Abscissen in gleichen Theilen auf. Die Gerade vom Halbirungspunkte irgend einer Tangente (wenn man will nach §. 83 verbessert) durch den Endpunct ihrer letzten Ordinate gibt jedesmal die Richtung der Tangente für den folgenden Bogen, der Halbmesser des letzteren mag mit dem vorhergehenden gleich sein oder nicht. Bei den stärker gekrümmten Bogen wird man verhältnissmässig mehr Ordinaten anwenden oder die Abscissen kürzer nehmen. Hat der folgende Halbmesser eine entgegengesetzte Lage, so werden die y negativ und sind auf der entgegengesetzten Seite aufzutragen.

Alles dieses wird durch die Fig. 67 so deutlich sein, dass eine weitere Erklärung überflüssig ist. Nur muss bemerkt werden,

Fig. 67.



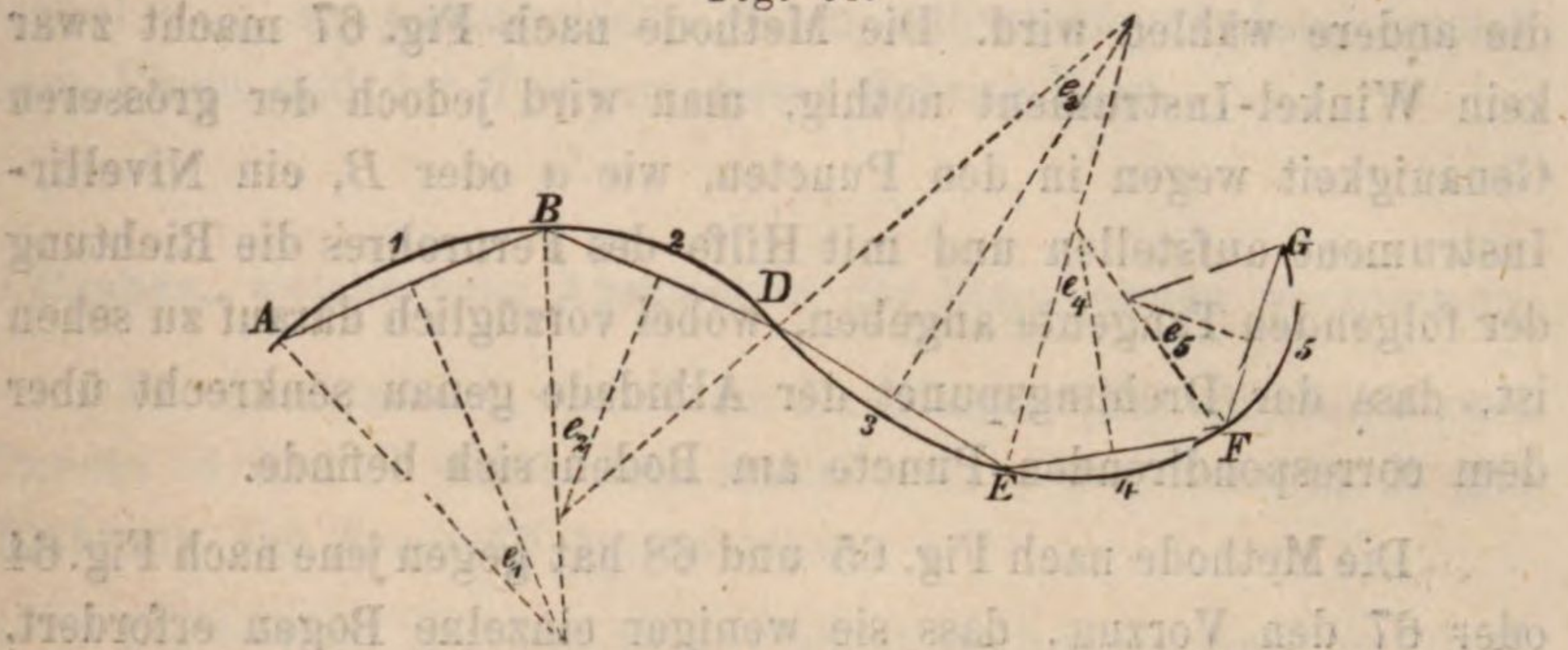
dass sämtliche Figuren über das Ausstecken der Curven nur den Zweck haben, das Verfahren zu erläutern, keineswegs aber wirkliche Muster im verjüngten Maasse sind; für die-

sen Fall sind die Tangenten und Sehnen im Verhältnisse zu den Halbmessern viel zu lang und die Ordinaten viel zu weit von einander entfernt.

88. Nach der im §. 84 erklärten Methode kann man ebenfalls eine solche continuirliche Curve ausstecken, indem man über den einzelnen Sehnen Kreisbogen mit verschiedenen Halbmessern construirt und dabei die Länge der Sehnen und die Anzahl der

Ordinaten auf jeder Sehne nach der Stärke der Krümmung zweckmässig wählt. In Fig. 68 ist das ganze Verfahren versinnlicht.

Fig. 68.



Seien die Halbmesser der auf einander folgenden Bogen $= \varrho_1, \varrho_2, \varrho_3$, etc., die zugehörigen halben Sehnen c_1, c_2, c_3 , u. s. w., so ist:

$$\sin e_1 = \frac{c_1}{\varrho_1}; \sin e_2 = \frac{c_2}{\varrho_2}; \text{ u. s. w.}$$

Sind zwei angrenzende Bogen entgegengesetzt gekrümmt, wie in Fig. 68 die Bogen 2 und 3, so ist der $\angle e$ des zweiten Bogens in Bezug auf den vorhergehenden negativ zu nehmen. Damit die Bogen stetig sich verbinden, hat man zu machen:

$$\begin{aligned} \angle ABD &= 180^\circ - (e_1 + e_2), \\ \angle BDE &= 180^\circ - (e_2 - e_3), \\ \angle DEF &= 180^\circ - (e_3 + e_4), \\ &\text{u. s. w.} \end{aligned}$$

Diese Winkel sind immer auf jener Seite zu nehmen, auf welcher die Winkel e , als positiv betrachtet, liegen; also $\angle BDE$ auf der Seite des $\angle e_2$, hingegen $\angle DEF$ auf der Seite, auf welcher die Winkel e_3 und e_4 liegen. Dadurch sind die Sehnen in gehörige Verbindung gebracht und man hat nur noch auf jeder derselben, um die einzelnen Punkte der Curve zu erhalten, die nöthige Anzahl von Ordinaten nach §. 84 aufzusetzen, welche nach den Formeln (5) und (5') mit den zugehörigen Werthen von e und c zu berechnen sind.

Nach §. 87 und 88 ist man also im Stande, beliebige stetig zusammenhängende Curvenzüge auszustecken, wozu man, je nach Umständen und Localverhältnissen, bald die eine Methode, bald die andere wählen wird. Die Methode nach Fig. 67 macht zwar kein Winkel-Instrument nöthig, man wird jedoch der grösseren Genauigkeit wegen in den Puncten, wie a oder B , ein Nivellir-Instrument aufstellen und mit Hilfe des Fernrohres die Richtung der folgenden Tangente angeben, wobei vorzüglich darauf zu sehen ist, dass der Drehungspunct der Alhidade genau senkrecht über dem correspondirenden Puncte am Boden sich befinde.

Die Methode nach Fig. 65 und 68 hat gegen jene nach Fig. 64 oder 67 den Vorzug, dass sie weniger einzelne Bogen erfordert, denn man muss zwei Tangenten formiren, um unter übrigens gleichen Umständen eben so weit zu reichen, als mit einer einzigen Sehne, weil die Tangenten in Fig. 63, 64 und 67 nur halben Sehnen entsprechen.

Um die Bahnlinie durch verschiedene gegebene Puncte zu führen, kommt es vorzüglich auf die richtige Wahl der einzelnen Halbmesser ϱ_1, ϱ_2 , etc. an. Man kann zu diesem Zwecke auf einem Situationsplane der Trace die Bahnlinie einzeichnen, dabei die Werthe ϱ_1, ϱ_2 , u. s. w. bestimmen und mit diesen die wirkliche Aussteckung ausführen. Wenn auch die Halbmesser etwas unrichtig sind, so stört dieses die stetige Krümmung nicht, sondern hat nur zur Folge, dass die Bahncurve nicht genau durch, die gegebenen Puncte gehen wird; derlei Abweichungen sind aber in der Praxis, selbst wenn sie einen Meter und darüber betragen, selten von Bedeutung. Der sachkundige Geometer wird auch, während er mit dem Ausstecken fortschreitet, die Halbmesser und Bogenlängen immer so zu wählen im Stande sein, um in stetiger Krümmung durch bestimmte Puncte zu kommen, wobei, wie bekannt, vor allem der Grundsatz festgehalten werden muss, starke Krümmungen möglichst zu vermeiden.

Die Regeln, nach welchen vorgegangen werden soll, um unter den verschiedensten Umständen und Verhältnissen die vortheilhafteste Bahnlinie zu erhalten, oder die Grundsätze des Tracirens

gehören nicht mehr hierher, weil sie nicht bloß geometrische, sondern vorzüglich bauwissenschaftliche und bautechnische Kenntnisse, so wie Kenntnisse über die Betriebsverhältnisse, Betriebsmittel u. s. w. voraussetzen, deren nähere Begründung ausser dem Plane und der Tendenz dieser Schrift liegt.

Aufgaben, welche beim Ausstecken der Eisenbahnen vorkommen.

89. Aufgabe 1. In einem Bahnbogen (Fig. 69) sind zwei Punkte A und B nebst dem Halbmesser ϱ gegeben; in B die Richtung der Tangente auszustecken.

Die Gerade AB sei $= 2c$; sucht man e aus $\sin e = \frac{c}{\varrho}$ und macht $\angle ABE = 180^\circ - e$, so ist BE die verlangte Tangente. Soll diese gegen A hin liegen, so wird man $\angle ABD = e$ machen.

Ist in der Natur der wirkliche Bogen vorhanden, so messe man auf demselben gleiche Stücke Ba , Bb ab und merke sich in der Ferne einen Punkt, welcher die Visur von a über b trifft; nach demselben Punkte geht auch die Tangente durch B um so genauer, je weiter der Punkt entfernt ist. Man kann auch in der Verlängerung von ab einen Stab stecken lassen und diesen um Bc versetzen, um ihn genau in die Richtung der Tangente zu bringen. Diese letztere Auflösung erfordert nicht die Kenntniss des Halbmessers ϱ .

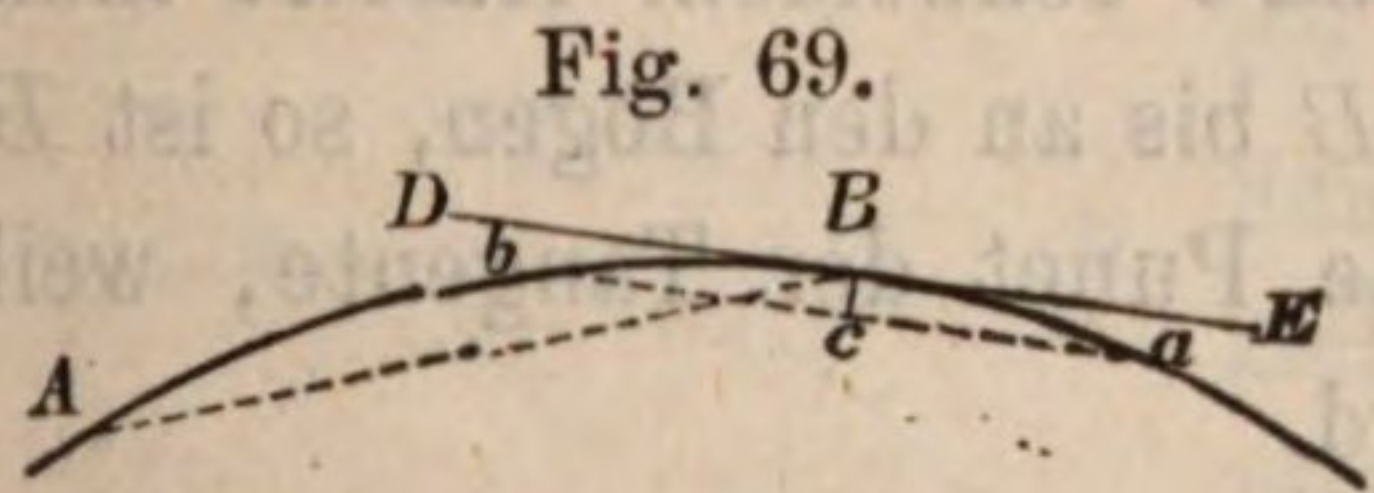


Fig. 69.

Aufgabe 2. Es ist ein Bogenstück der Bahn in der Natur gegeben, den Halbmesser ϱ zu finden.

Man messe eine beliebige Sehne ab (Fig. 69) und von ihrem Halbirungspunkte c die Höhe cB . Ist $ab = 2c$ und $cB = d$, so hat man:

$$\varrho = \frac{c^2 + d^2}{2d}$$

Die Auflösung wird um so sicherer, je grösser ab ist.

Ist überhaupt der Halbmesser eines Kreises zu suchen, der

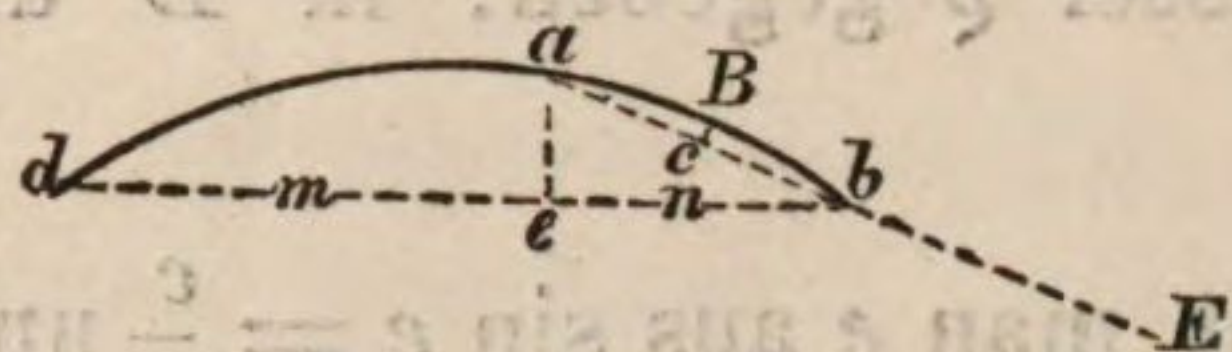
durch drei gegebene Punkte geht, und ist eine Seite dieses gegebenen Dreieckes $= a$, der gegenüberstehende Winkel $= \alpha$, so ist

$$\varrho = \frac{a}{2 \sin \alpha}.$$

Oder, wenn (Fig. 70) d, a, b die drei gegebenen Punkte sind, ziehe man von a eine Ordinate ae auf die Gerade db ; ist $de = m$, $be = n$, $ae = y$, so hat man ϱ aus:

$$\varrho^2 = \left(\frac{mn - y^2}{2y} \right)^2 + \left(\frac{m+n}{2} \right)^2.$$

Fig. 70.

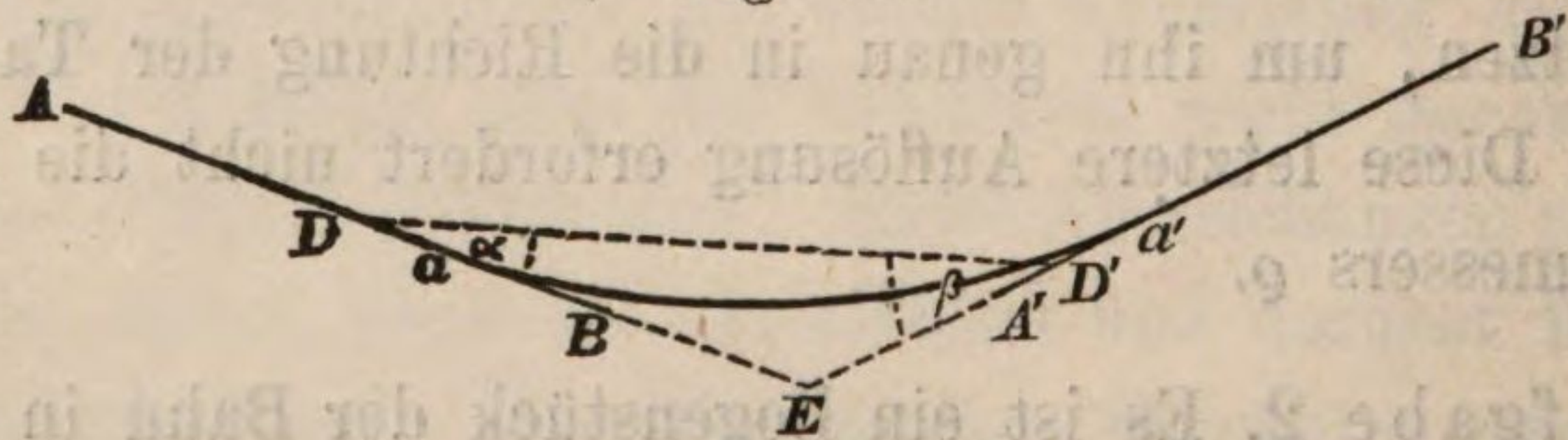


Aufgabe 3. Man will aus dem Bahnbogen (Fig. 70) nach einem entfernten Punkte E in gerader Linie auslaufen, den Uebergangspunkt B zu finden.

Man wähle in der Gegend, wo man B vermuthet, einen Punkt a oder b und bestimme die Lage der Geraden nach E , so wird diese, wenn man den wahren Punkt der Tangente nicht getroffen hat, den Bogen in zwei Punkten a und b schneiden. Halbirt man ab in c und errichtet die Ordinate cB bis an den Bogen, so ist B ohne merklichen Fehler der gesuchte Punkt der Tangente, weil cB wohl immer sehr klein sein wird.

Aufgabe 4. Zwei geradlinige Bahnstücke $AB, A'B'$ (Fig. 71) durch einen Kreisbogen in Verbindung zu setzen.

Fig. 71.



Man bestimme den Durchschnittspunkt E und den Winkel $AEB' = m$. Ist nun der Halbmesser $= \varrho$, so ist

$$Ea = Ea' = \frac{\varrho}{\tan \frac{1}{2} m}.$$

Ist aber einer der Uebergangspunkte a oder a' gegeben, so ist auch der andere bestimmt, weil $Ea = Ea'$ sein muss. Für den Halbmesser ϱ hat man in diesem Falle:

$$\varrho = Ea \cdot \tan \frac{1}{2} m.$$

Ist der Punct E auf dem Felde nicht zugänglich, so kann man in einer Zeichnung nach grossem Maassstabe die Bahnen AB , $A'B'$ in ihrer richtigen gegenseitigen Lage eintragen und somit die Auflösung finden, oder auch auf folgende Weise verfahren. Man wähle in den beiden Geraden beliebig die Puncte D und D' , messe $DD' = d$ und die Winkel α und β , so lässt sich im Dreiecke DED' der Winkel m , so wie ED und ED' durch Rechnung finden. Ist nun ϱ gegeben, so ist $Ea = \frac{\varrho}{\tan \frac{1}{2} m}$ bekannt, mithin auch $Da = ED - Ea$, wodurch der Uebergangspunct a bestimmt ist. Auf ähnliche Art ergibt sich $D'a'$ und der Punct a' . Wäre hingegen einer der Uebergangspuncte, z. B. a gegeben, so ist auch $Ea = DE - Da$ bekannt und $\varrho = Ea \cdot \tan \frac{1}{2} m$ wie oben.

Aufgabe 5. Die geradlinige Bahn AB mit dem gegebenen Puncte E (Fig. 72) durch einen Bogen zu verbinden.

1) Wenn der Halbmesser ϱ gegeben.

Um die Aufgabe durch Construction aufzulösen, ziehe auf die (nöthigen Falles verlängerte) AB die Senkrechte ED , mache auf dieser $DF = \varrho$, ziehe $FH \parallel AB$ und schneide diese aus E mit einer Zirkelöffnung $= \varrho$ in C durch, so ist C der Mittelpunkt des Bogens und Ca senkrecht auf AB bestimmt den Uebergangspunct a .

Hat die unmittelbare Bestimmung des Punctes D Schwierigkeiten, so wähle man auf AB den Punct a' nach dem Augemaasse, messe $a'E = d$ und $\angle Ba'E = \alpha$, so ist:

$$DE = d \sin \alpha = \delta,$$

$$a'D = d \cos \alpha;$$

im Dreieck CEF ist ferner:

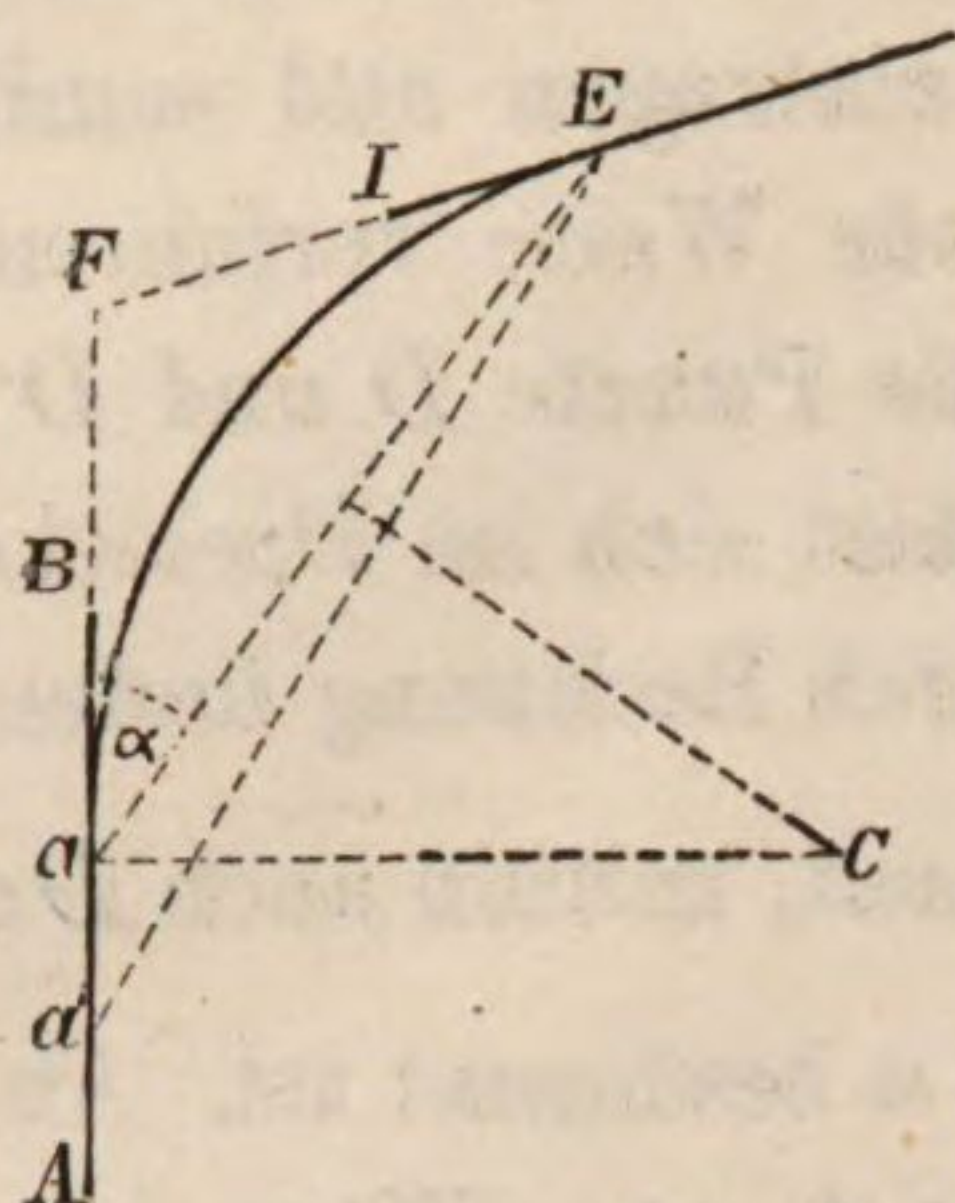
$CE = \varrho$, $EF = \varrho - \delta$, $CF = a'D = x$ und $\varrho^2 = x^2 + (\varrho - \delta)^2$, woraus:

$$x = \sqrt{\delta(2\varrho - \delta)} \text{ und } aa' = d \cos \alpha - x,$$

wodurch der Punct a bestimmt ist. Wird aa' negativ, so liegt a rückwärts gegen A .

2) Wenn der Uebergangspunct a gegeben.

Fig. 73.



Errichte in a (Fig. 73) auf AB und auf der Mitte der Sehne aE Senkrechte, so schneiden sich diese im Mittelpuncte C des Verbindungsbogens. Oder man messe $aE = 2c$ und den Winkel α , so ist

$$\varrho = \frac{c}{\sin \alpha}.$$

3) Wenn die Richtung der Bahn in E , d. h. die Lage der Tangente EJ gegeben (Fig. 73).

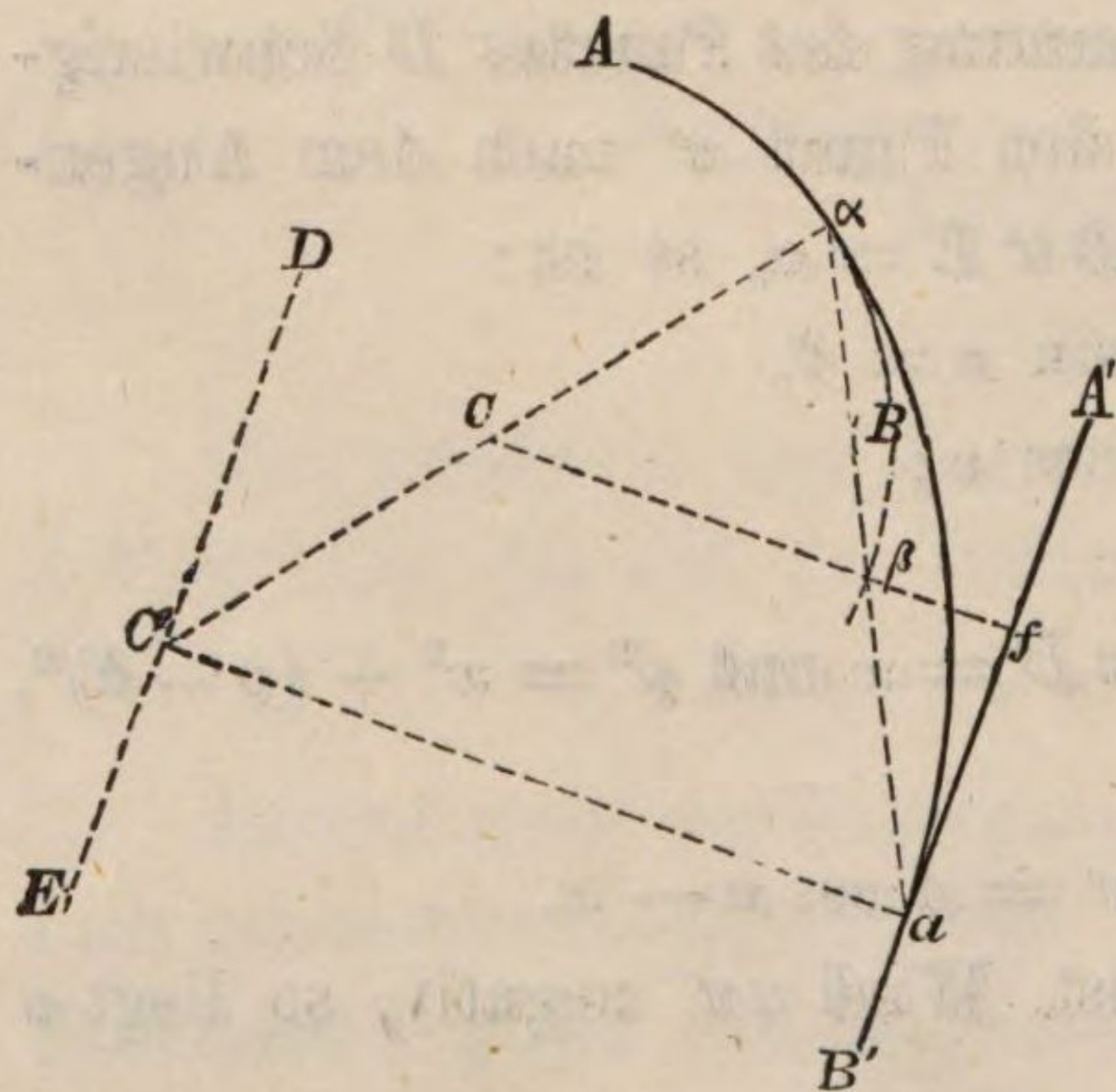
Man verlängere AB und EJ bis zu ihrem Durchschnitte in F und mache $Fa = EF$, so ist a der Uebergangspunct, und der Halbmesser ϱ ergibt sich wie vorhin.

Oder man wähle auf AB einen beliebigen Punct a' , messe $a'E = d$ und die Winkel $Ba'E = \beta$, $J Ea' = \gamma$, so kann das Dreieck $a'EF$ aufgelöst werden, und es ist $aa' = a'F - EF$, wodurch a bestimmt ist. Der Halbmesser ergibt sich:

$$\varrho = EF \cot \frac{1}{2} (\beta + \gamma).$$

Um nicht zu weitläufig zu werden, wollen wir von den folgenden Aufgaben nur Auflösungen durch Construction geben, da man diese immer in einem solchen Maassstabe ausführen kann, dass das Gesuchte mit hinreichender Schärfe erhalten wird.

Fig. 74.



Aufgabe 6. Den Kreisbogen AB (Fig. 74) mit der geradlinigen Bahn $A'B'$ durch einen Bogen in Verbindung zu setzen.

1) Wenn der Uebergangspunct α gegeben.

Vom Centrum C des gegebenen Bogens ziehe auf $A'B'$ die Senkrechte Cf , welche den Bogen AB , nöthigen Falles verlängert, in β schneidet, so bestimmt die Gerade $\alpha\beta$ den zweiten Uebergangspunct a .

Eine Senkrechte in α auf $A'B'$ und der verlängerte Halbmesser αC schneiden sich im Centrum C' des Verbindungsbogens. Denn wegen Aehnlichkeit der Dreiecke $\alpha\beta C$ und $\alpha a C'$ ist, weil $C\alpha = C\beta$, auch $C'\alpha = C'a$, und ein Kreis aus C' mit dem Halbmesser $C'\alpha$ beschrieben, muss den Bogen AB in α und die Gerade $A'B'$ in a tangiren.

2) Wenn der Uebergangspunct α gegeben.

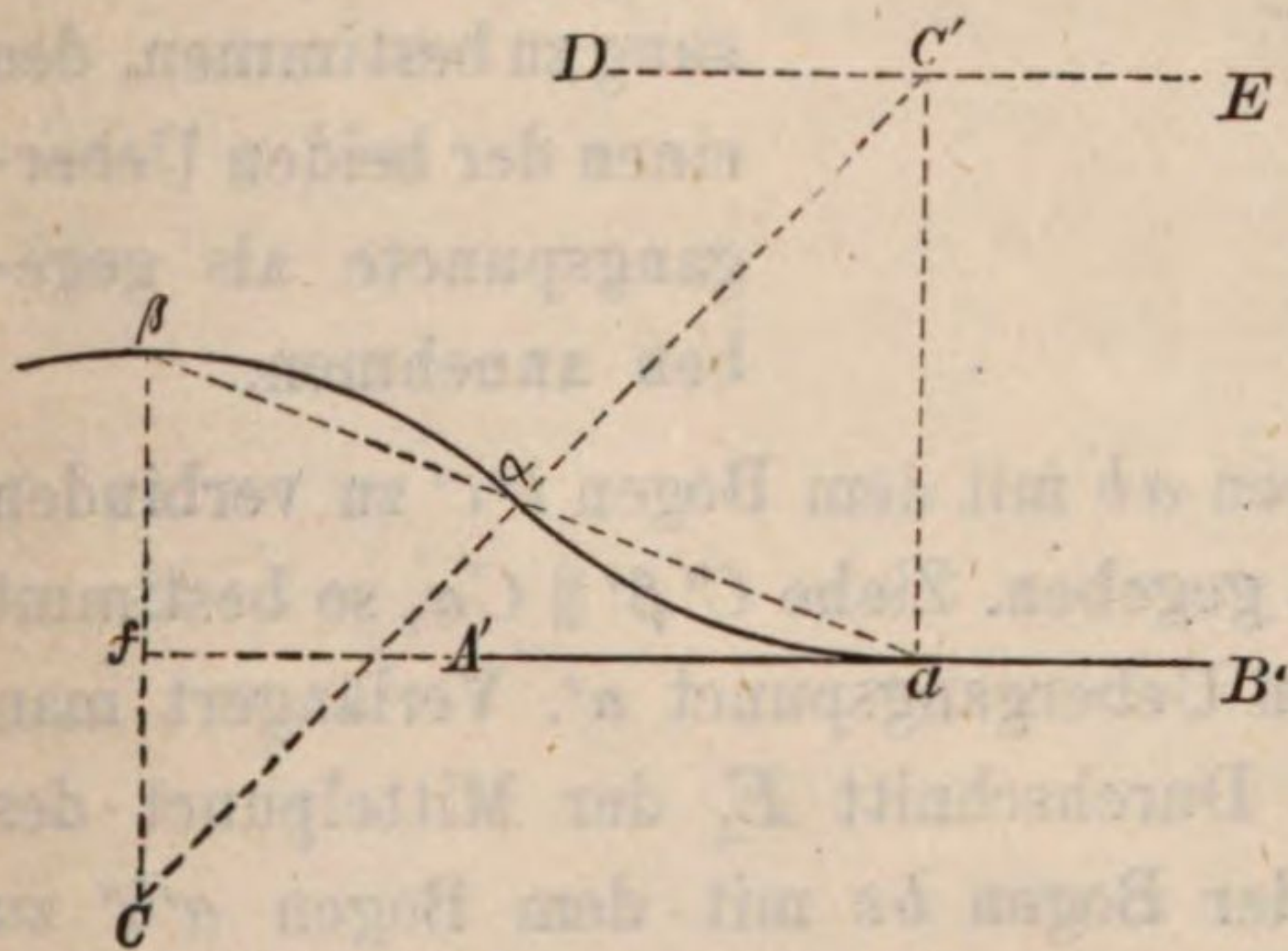
Ziehe ebenfalls Cf senkrecht auf $A'B'$, so bestimmt sich β , und die Gerade $\alpha\beta$ gibt den Punct α . Das Centrum C' findet man ganz wie vorhin.

3) Wenn der Halbmesser des Verbindungsbogens $= R$ gegeben.

Ziehe $DE \parallel A'B'$ so, dass der Abstand beider Parallelen $= R$ sei. Nun beschreibe aus C mit einem Halbmesser $= R - \rho$ (ρ der Halbmesser des Bogens AB) einen Kreis, welcher DE im Centrum C' des Verbindungsbogens schneidet. Die Gerade $C'C$ bestimmt α und $C'a \perp$ auf $A'B'$ gibt den Punct a .

Wenn die Gerade $A'B'$ den gegebenen Kreis schneidet (Fig. 75), so kommt C' auf die entgegengesetzte Seite zu liegen, die Auf-

Fig. 75.



lösungen bleiben übrigens wie vorhin. $Cf \perp$ auf $A'B'$ gibt nämlich β . Wäre nun z. B. der Punct α gegeben, so bestimmt $\alpha\beta$ den Uebergangspunct α , und $C\alpha$ schneidet die Senkrechte aus a im Centrum C' . Ist α gegeben, so bestimmt $\beta\alpha$ den Punct a und C' ergibt sich wie vorhin. Ist

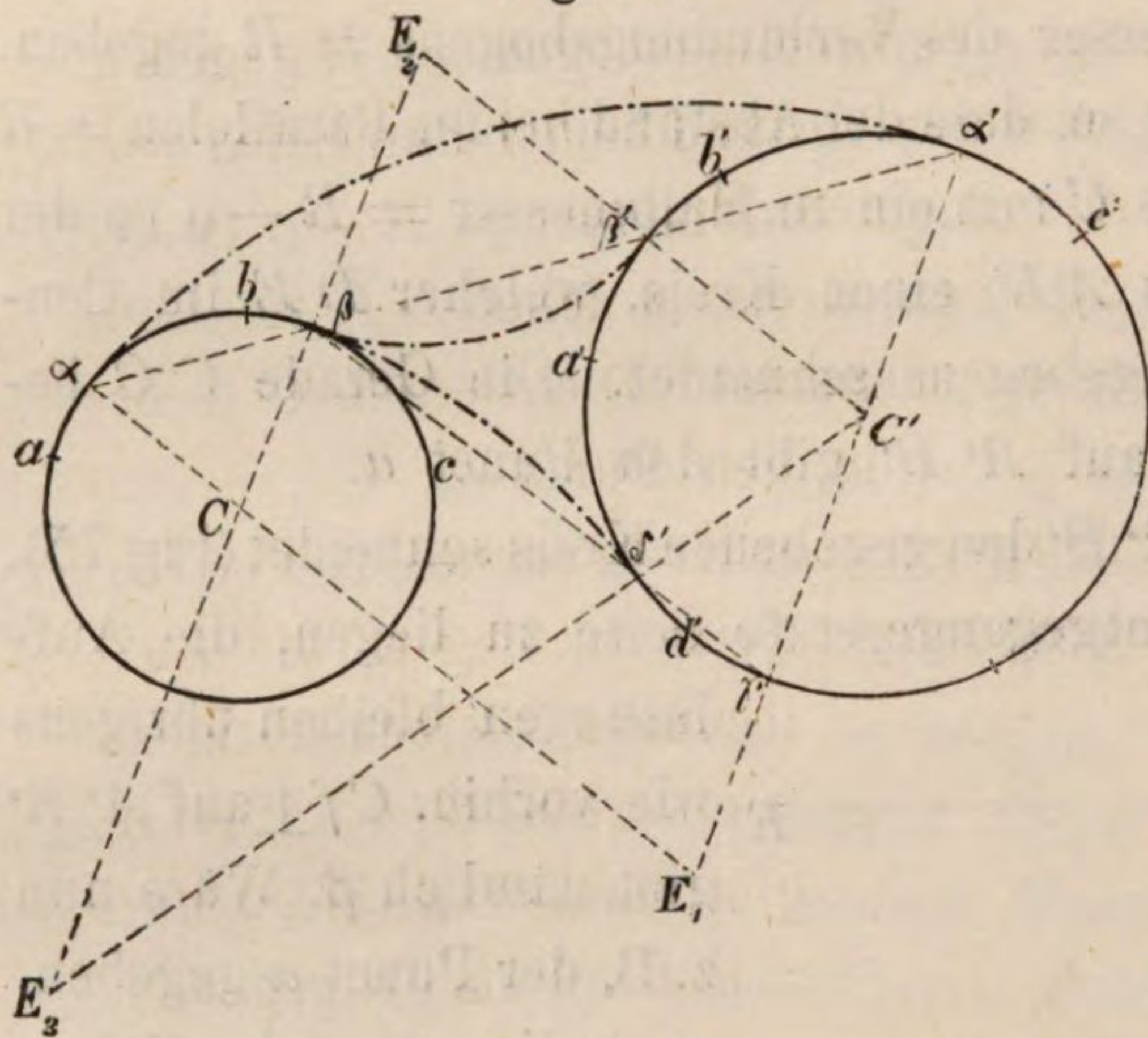
endlich der Halbmesser R gegeben, so ziehe man $DE \parallel A'B'$ in einem Abstände $= R$ und beschreibe aus C mit einem Halbmesser $= R + \rho$ einen Kreis, welcher C' bestimmt.

In der Praxis ist bei den Aufgaben 5. und 6. die strenge Erfüllung der Bedingungen, wodurch die Auflösungen bestimmt werden, selten erforderlich, sondern man sucht vielmehr die Lage

eines Uebergangspunctes oder den Halbmesser des Verbindungsbogens so zu wählen, dass dieser Bogen in Hinsicht auf die Localverhältnisse so zweckmässig als möglich ausfällt. Je nach Umständen kann man auch die Verbindung durch zwei oder mehrere Bogen von verschiedenen Halbmessern bewirken und dabei nach §. 87 oder 88 verfahren.

Aufgabe 7. Zwei kreisförmige Bahnen (Fig. 76) mit einander zu verbinden.

Fig. 76.



Die einfachste Verbindung gibt eine gemeinschaftliche Tangente, an beide Kreise gezogen; ausserdem lässt sich dieselbe noch durch unzählige concave oder convexe Kreisbogen erhalten. Wir wollen, um die Auflösung zu bestimmen, den einen der beiden Uebergangspuncte als gegeben annehmen.

Sei also z. B. der Bogen ab mit dem Bogen $b'c'$ zu verbinden und α als Uebergangspunct gegeben. Ziehe $C'\beta' \parallel C\alpha$, so bestimmt die Gerade $\alpha\beta'$ den zweiten Uebergangspunct α' . Verlängert man $C\alpha$ und $C'\alpha'$, so ist ihr Durchschnitt E_1 der Mittelpunkt des Verbindungsbogens. Ist der Bogen bc mit dem Bogen $a'b'$ zu verbinden und β der Uebergangspunct, so ziehe $C'\alpha' \parallel C\beta$; die Gerade $\alpha'\beta$ bestimmt den zweiten Uebergangspunct β' , ferner geben $C\beta$ und $C'\beta'$ verlängert den Mittelpunkt E_2 des Verbindungsbogens.

Sollen die Bogen bc und $a'd'$ verbunden werden, und ist abermals β als Uebergang gegeben, so ziehe man $C'\gamma' \parallel C\beta$; die Gerade $\beta\gamma'$ bestimmt den Uebergangspunct δ' , und das Centrum

E_3 des Verbindungsbogens erhält man durch Verlängerung der Halbmesser $C\beta$ und $C'\delta'$.

Auch hier wird man durch eine schickliche Wahl des Uebergangspunctes eine in Bezug auf die vorhandenen Localumstände möglichst zweckmässige Verbindung zu erhalten suchen, auch wohl, wenn es die Terrain-Schwierigkeiten erfordern, dieselbe durch mehrere einzelne Bogen von verschiedenen Halbmessern bewirken.

Einrichtung und Gebrauch der Hilfstafeln.

T a f e l I.

Diese dient zum Distanzmessen mit unseren verbesserten Nivellir-Instrumenten, und gibt den Ausdruck $\frac{K}{o-u}$ von $\frac{1}{100}$ zu $\frac{1}{100}$ Schraubengang und zwar (siehe §. 65):

Tafel I, A, für $K = 324.00$,

Tafel I, B, für $K = 280.00$,

Tafel I, C, für $K = 225.00$.

Die mit (Prop. Thle.) überschriebene Spalte enthält die Proportional-Theile für die dritte Decimalstelle von $(o-u)$, nämlich für 0.001, 0.002 etc. bis 0.009, und diese sind so gestellt, dass sie mit den Endziffern der Spalte $(o-u)$ [correspondiren. Der Proportional-Theil für 0.006 steht z. B. in jener Zeile, in welcher $(o-u)$ die Endziffer 6 hat, u. s. w. Diese Proportional-Theile sind jedesmal abzuziehen, weil die Distanz abnimmt, wenn $(o-u)$ zunimmt.

Beispiel: $(o-u) = 3.167$.

Für 3.16 findet man aus Tafel I, A: $\frac{K}{o-u} = 102.53$,

Proport. Thl. für 0.007 — 0.23,

Gesuchte Distanz = 102.30 d .

Ist das Lattenmaass = 1 Längeneinheit (z. B. 1 Klafter oder 1 Meter), so geben die Tafeln unmittelbar die Distanz in dieser Längeneinheit, wo nicht, so hat man die Tafelwerthe noch mit dem Lattenmaass d zu multipliciren. Die Hunderttheile der Klafter

oder des Meter wird man in den meisten Fällen vernachlässigen können. Die Tafeln erstrecken sich von $(o - u) = 1$ bis $(o - u) = 10$, oder von $\frac{K}{o - u} = 32.4$ bis $\frac{K}{o - u} = 324$, beziehungsweise 28 bis 280 und 22.5 bis 225, zwischen welche Grenzen wohl die meisten praktischen Anwendungen fallen werden. Man kann jedoch sehr leicht auch für andere Werthe $(o - u)$, welche ausser den Grenzen der Tafeln liegen, die Distanz finden.

Ist $(o - u)$ kleiner als 1, so setze man den Decimalpunct um eine Stelle weiter rechts, suche die Distanz aus der Tafel und setze bei dieser den Decimalpunct ebenfalls um eine Stelle weiter rechts. Z. B. $(o - u) = 0.756$. Für 7.56 gibt die Tafel I, A 42.86, mithin Distanz $= 428.6$ $d = 857.2$ Meter, wenn $d = 2$ Meter.

Wenn $(o - u)$ grösser als 10, so setze man den Punct um eine Stelle weiter links, suche die Distanz aus der Tafel und setze bei dieser den Punct ebenfalls um eine Stelle weiter links. Z. B. $(o - u) = 17.564$; für 1.7564 gibt die Tafel I, A 184.46, also gesuchte Distanz $= 18.45$ Klafter, wenn $d = 1$ Klafter.

T a f e l II. *)

Diese enthält das Glied $0.0407 \left(\frac{o + u - 2m}{o - u} \right)$ der Gleichung (17), Seite 157, oder jene Verbesserung der Distanz, welche durch den veränderlichen Werth der Schraubengänge oder dadurch entsteht, dass an den verschiedenen Stellen der Schraube die Grösse K von dem Mittelwerthe 324, welcher der Tafel I, A zu Grunde liegt, mehr oder weniger verschieden ist. Die Grösse m hat für jedes Instrument einen bestimmten constanten Werth und wird aus der Gleichung (15) §. 74 gefunden. Man sucht $(o - u)$ in der ersten Verticalspalte, die Grösse $(o + u - 2m)$ in der obersten horizontalen Reihe auf und erhält an der correspondirenden Stelle

*) Die Hilfstafeln II bis V gelten nur für die Instrumente der 1. Kategorie ($K = 324$); auf welche Weise dieselben auch für die Instrumente der 2. und 3. Kategorie benützt werden können, ist in §. 73 erklärt.

die Verbesserung, welche positiv oder negativ ist, je nachdem $(o + u - 2m)$ positiv oder negativ. Die gegebenen Werthe $(o - u)$ und $(o + u - 2m)$ werden zwar selten genau in der Tafel gefunden werden; allein man wird für die gewöhnliche Praxis keinen merklichen Fehler begehen, wenn man die nächsten Werthe in der Tafel wählt, oder nach dem Augenmaasse interpolirt. Die Tafel setzt $b = 0.080$ voraus. Bei Instrumenten, bei welchen b bedeutend von 0.080 verschieden ist, sind die Angaben dieser Tafel noch mit $\frac{b}{0.08}$ zu multipliciren, wenn man scharf rechnen will.

Ist $(o - u)$ kleiner als 1 oder grösser als 10, so kann man eben so verfahren, wie im vorigen Paragraphe gezeigt worden.

Auf welche Weise die Verbesserung dieser Tafel umgangen werden kann, wurde in §. 74, Seite 161 erklärt.

Tafel III.

Diese gibt das Glied $- 0.00309 \frac{(h - u)^2}{o - u}$ der Gleichung (17), Seite 157, oder die Reduction der Distanz auf den Horizont; ihr Gebrauch ist jenem der Tafel II analog. Sollte der seltene Fall eintreten, dass $(h - u)$ grösser als 22 ist, so nehme man davon die Hälfte, suche mit dieser die Verbesserung und multiplicire letztere mit 4. In der gewöhnlichen Praxis wird man diese Verbesserung als unmerklich vernachlässigen können und nur dann in Anwendung bringen, wenn das Terrain eine bedeutende Neigung hat und die wahre Horizontaldistanz mit grösserer Schärfe verlangt wird.

Beispiel.

Mit dem Instrumente Nr. 17: $h = 23.937$,

$o = 18.280$,

$d = 2$ Meter, $m = 28.1$ $u = 16.757$.

$$\begin{array}{rcll} \text{Mit } (o - u) = 1.523 \text{ aus Taf. I, A: } \frac{K}{o-u} & = & 212.76, \\ (o + u - 2m) = -21.2 & \text{ " " II,} & -0.51^*), \\ h - u = 7.2 & \text{ " " III,} & -0.11, \end{array}$$

$$\text{Verbesserter Werth } \frac{K}{o-u} = 212.14,$$

wahre Horizontaldistanz = 424.28 Meter.

Um zu sehen, mit welcher Schärfe die Hilfstafeln die Distanzen geben, wollen wir dieses Beispiel nach Formel (11), Seite 154, trigonometrisch berechnen.

Nach Formel (7), Seite 150, findet man die Winkel $\alpha = 0^\circ 16' 11.''9$,
 $\beta = 1^\circ 16' 18.''7$,

welche in Formel (11) gesetzt, $D = 424.29$ Meter geben.

Tafel IV und V.

Diese beiden Tafeln enthalten die Verbesserungen des Gliedes $\frac{h-u}{o-u}$ in Formel (16), Seite 157, und haben ganz dieselbe Einrichtung, wie die vorigen. Sie erhalten jedoch erst in ausserordentlichen Fällen, wo der Höhenunterschied $\frac{h-u}{o-u}$ schon mehrere Meter beträgt, oder die Neigung des Bodens gross ist, einen merklichen Werth; in gewöhnlichen Fällen wird man sie immer vernachlässigen können.

1. Beispiel:

$$\begin{array}{l|l} d = 1; & \begin{array}{l} o = 40.46 \\ u = 38.68 \\ h = 20.78 \end{array} \\ \hline & \begin{array}{l} h - u = -17.90 \\ o - u = 1.78 \end{array} \end{array}$$

$$\frac{h-u}{o-u} \dots = -10.056$$

$$\text{Taf. IV} \dots + 18$$

$$\text{„ V} \dots - 20$$

$$\text{Corrig. } H = -10.054.$$

*) Die Tafel gibt eigentlich 0.57; da aber für dieses Instrument $b = 0.''0714$, so hat man den Tafelwerth mit $\frac{0.0714}{0.08} = \frac{9}{10}$ zu multipliciren, oder $\frac{1}{10}$ desselben zu subtrahiren, wodurch derselbe in 0.51 übergeht.

2. Beispiel.

$$d = 2 \text{ Meter}; \quad \begin{array}{l} h = 21.854 \\ o = 4.855 \\ u = 2.804 \end{array} \left| \begin{array}{l} h - u = 19.050 \\ o - u = 2.051 \end{array} \right.$$

$$\frac{h - u}{o - u} \dots = + 9.239$$

$$\text{Taf. IV.} \dots = - 19$$

$$\text{„ V.} \dots = - 19$$

$$\text{Summe} = + 9.201; H = + 18.402 \text{ Meter}$$

Bei jenen Tafeln, welche von der Constante b abhängen, sind die Tafelwerthe noch mit $\frac{b}{0.08}$ zu multipliciren, was bei den Tafeln II und V der Fall ist. Folgende Tafel gibt die einfachsten Verbesserungs-Factoren für verschiedene Werthe b .

b	Die Tafelgrösse zu verkleinern	b	Die Tafelgrösse zu vergrössern
0.0600	um $\frac{1}{4}$	0.0820	um $\frac{1}{40}$
0.0640	„ $\frac{1}{5}$	0.0840	„ $\frac{1}{20}$
0.0667	„ $\frac{1}{6}$	0.0853	„ $\frac{1}{15}$
0.0686	„ $\frac{1}{7}$	0.0867	„ $\frac{1}{12}$
0.0700	„ $\frac{1}{8}$	0.0880	„ $\frac{1}{10}$
0.0720	„ $\frac{1}{10}$	0.0900	„ $\frac{1}{8}$
0.0733	„ $\frac{1}{12}$	0.0914	„ $\frac{1}{7}$
0.0747	„ $\frac{1}{15}$	0.0930	„ $\frac{1}{6}$
0.0760	„ $\frac{1}{20}$	0.0960	„ $\frac{1}{5}$
0.0780	„ $\frac{1}{40}$	0.1000	„ $\frac{1}{4}$

Für das Instrument Nr. 20 ist z. B. $b = 0.061$, mithin sind für dasselbe alle Zahlen der Tafeln II und V um ihren vierten Theil zu verkleinern.

Es ist kaum nöthig zu erinnern, dass die Tafeln I bis V das Lattenmaass $d = 1$ voraussetzen, folglich deren Angaben mit d zu multipliciren sind, wenn dieses einen anderen Werth hat.

T a f e l VI.

Dieselbe enthält die Reduction f des scheinbaren Horizontes auf den wahren und besteht aus zwei Abtheilungen.

Die erstere gibt nach den Formeln des §. 5, Seite 6, mit dem Argumente $D = \text{Distanz}$ die Reduction f in Klaftern oder Metern, je nachdem D in Klaftern oder Metern gegeben ist. Die zweite Abtheilung enthält die Reduction f mit dem Argumente $(o - u)$ nach den Formeln (5), Seite 146, für den besonderen Gebrauch unserer verbesserten Nivellir-Instrumente der beiden ersten Kategorien ($K = 324$ und 280), da bei den Instrumenten der dritten Kategorie ($K = 225$) die Distanzen wohl immer kleiner als 200 Meter sein werden, wo dann die Reduction auf den wahren Horizont verschwindend ist. Diese Tafel gibt ebenfalls die Grösse f in Klaftern und Metern und zwar je für zwei verschiedene Lattenmaasse, nämlich für $d = 1$ und 2 Klafter, und für $d = 2$ und 4 Meter.

T a f e l VII und VIII.

Sehnen-Tafeln für den Halbmesser $= 500$ und $= 1000$. Ihr Gebrauch bei geometrischen Constructionen, um einen in Gradmaass gegebenen Winkel zu zeichnen, oder einen gezeichneten Winkel nach Graden zu messen, ist jedem Geometer bekannt. Man bedient sich dabei gewöhnlich eines hunderttheiligen Transversalmaassstabes und benützt die Tafel VII bei Anwendung des Zollmaasses, indem man den Halbmesser $= 5$ Zoll nimmt; die Tafel VIII bei Anwendung des Metermaasses mit dem Halbmesser $= 100$ Millimeter. Will man einen anderen Radius R anwenden, so sind die Zahlen der Tafeln mit $\frac{R}{500}$ beziehungsweise $\frac{R}{1000}$ zu multipliciren.

T a f e l IX und X.

Diese dienen zur leichteren Berechnung barometrisch gemessener Höhen und gründen sich auf die Formel (5), Seite 173. Der

den Tafeln zu Grunde liegende Coefficient N ist der Gauss'sche $= 18382$ Meter $= 9692.7$ Wiener Klafter. Tafel IX gibt die Höhe in Wiener Klaftern, Tafel X in Metern. Der Gebrauch ist für beide Tafeln vollkommen derselbe.

Es seien b, t, T Barometerstand, Temperatur der freien Luft und der Quecksilbersäule im Barometer für die untere, b', t', T' dieselben Grössen für die obere Station; die Temperaturen sind nach Réaumur vorausgesetzt, b und b' hingegen können in beliebigem Maasse gegeben sein, wenn dieses nur für beide dasselbe ist.

Man nimmt die gemeinen Logarithmen von b und b' auf fünf Decimalstellen aus den gewöhnlichen Logarithmen-Tafeln, zieht sie von einander ab und vermindert die Differenz noch um $(T - T')$ dergestalt, dass dabei die Einheitsstelle von $(T - T')$ als vierte Decimalstelle betrachtet wird. Die so erhaltene Zahl heisse d .

Man nehme nun $\log d$ und addire dazu die Zahl A , welche man mit $(t + t')$ aus der Tafel 1 erhält; die Summe ist der genäherte Log. der Höhe H . Enthält $(t + t')$ Decimalen, so findet man den entsprechenden Proportional-Theil in der mit Proport. Theil bezeichneten Spalte. Will man den $\log H$ noch wegen der Veränderlichkeit der Schwerkraft verbessern (S. 173), so gibt die zweite Tafel mit der geographischen Breite die erste und die dritte Tafel mit $\log H$ die zweite Correction, welche als Einheiten der fünften Decimalstelle des $\log H$ zu nehmen sind. Die Verbesserung aus Taf. 2 ist von 0° bis 45° Breite positiv, von 45° bis 90° negativ.

Beispiel. Folgende Beobachtung machte ich 1830 auf der Spitze des grossen Priel in Oberösterreich; der untere correspondirende Beobachtungsort war die Sternwarte zu Kremsmünster.

	Unten	Oben
Barometerstand in Pariser Zoll	$b = 27.054,$	$b' = 21.077,$
Temperatur der freien Luft . . .	$t = + 14.03,$	$t' = + 4.06,$
„ des Barometers . .	$T = + 14. 1,$	$T' = + 5. 7,$
geographische Breite 48° .		

Es ist $\log b = 1.43223$

$\log b' = 1.32381$

0.10842

$-(T - T') = -84$

$d = 0.10758.$

$(t + t') = 18^{\circ}.9$ gibt aus Tafel IX, ... $A = 4.00650$

$\log d = 0.03173 - 1$

$\log H = 3.03823$

Correct. aus Taf. 2 = — 12

" " " 3 = + 14

Verbess. $\log H = 3.03825$

und $H = 1092.1$ Wiener Klafter als Höhenunterschied der beiden Beobachtungs-Puncte.

Wie man sieht, ist der Einfluss der Verbesserungen aus der zweiten und dritten Tafel ganz unmerklich, vorzüglich deshalb, weil in unseren Gegenden die eine durch die andere grösstentheils aufgehoben wird.

Tafel I, A.

K = 324.

$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.
1.00	324.00		1.50	216.00		2.00	162.00	
1.01	320.79	0.29	1.51	214.57	0.14	2.01	161.18	0.08
1.02	317.65	0.59	1.52	213.16	0.27	2.02	160.20	0.15
1.03	314.56	0.88	1.53	211.76	0.40	2.03	159.61	0.23
1.04	311.54	1.18	1.54	210.39	0.54	2.04	158.82	0.31
1.05	308.57	1.47	1.55	209.03	0.68	2.05	158.05	0.39
1.06	305.66	1.76	1.56	207.69	0.81	2.06	157.28	0.46
1.07	302.80	2.06	1.57	206.37	0.94	2.07	156.53	0.54
1.08	300.00	2.35	1.58	205.06	1.08	2.08	155.77	0.62
1.09	297.25	2.65	1.59	203.77	1.22	2.09	155.03	0.69
1.10	294.54		1.60	202.50		2.10	154.28	
1.11	291.89	0.25	1.61	201.21	0.12	2.11	153.56	0.07
1.12	289.29	0.49	1.62	200.00	0.24	2.12	152.83	0.14
1.13	287.73	0.74	1.63	198.77	0.36	2.13	152.12	0.21
1.14	284.21	0.98	1.64	197.56	0.48	2.14	151.40	0.28
1.15	281.74	1.23	1.65	196.36	0.60	2.15	150.70	0.35
1.16	279.31	1.47	1.66	195.18	0.71	2.16	150.00	0.42
1.17	276.92	1.72	1.67	194.01	0.83	2.17	149.31	0.49
1.18	274.58	1.96	1.68	192.86	0.95	2.18	148.62	0.56
1.19	272.27	2.21	1.69	191.72	1.07	2.19	147.95	0.63
1.20	270.00		1.70	190.59		2.20	147.27	
1.21	267.77	0.21	1.71	189.47	0.10	2.21	146.61	0.06
1.22	265.58	0.42	1.72	188.37	0.21	2.22	145.95	0.13
1.23	263.42	0.62	1.73	187.28	0.32	2.23	145.29	0.19
1.24	261.29	0.83	1.74	186.21	0.42	2.24	144.64	0.26
1.25	259.20	1.04	1.75	185.14	0.53	2.25	144.00	0.32
1.26	257.14	1.25	1.76	184.09	0.64	2.26	143.36	0.38
1.27	255.12	1.45	1.77	183.05	0.74	2.27	142.73	0.45
1.28	253.13	1.66	1.78	182.02	0.85	2.28	142.10	0.51
1.29	251.16	1.87	1.79	181.01	0.95	2.29	141.49	0.58
1.30	249.23		1.80	180.00		2.30	140.87	
1.31	247.33	0.18	1.81	179.01	0.09	2.31	140.26	0.06
1.32	245.46	0.36	1.82	178.02	0.19	2.32	139.66	0.12
1.33	243.61	0.53	1.83	177.05	0.28	2.33	139.06	0.18
1.34	241.79	0.71	1.84	176.09	0.38	2.34	138.46	0.23
1.35	240.00	0.89	1.85	175.14	0.47	2.35	137.88	0.29
1.36	238.24	1.07	1.86	174.19	0.57	2.36	137.29	0.35
1.37	236.50	1.25	1.87	173.26	0.66	2.37	136.71	0.41
1.38	234.78	1.42	1.88	172.34	0.76	2.38	136.13	0.47
1.39	233.09	1.60	1.89	171.43	0.85	2.39	135.57	0.53
1.40	231.43		1.90	170.53		2.40	135.00	
1.41	229.79	0.15	1.91	169.63	0.08	2.41	134.44	0.05
1.42	228.17	0.31	1.92	168.75	0.17	2.42	133.88	0.11
1.43	226.57	0.46	1.93	167.88	0.26	2.43	133.34	0.16
1.44	225.00	0.62	1.94	167.01	0.34	2.44	132.79	0.22
1.45	223.45	0.77	1.95	166.15	0.43	2.45	132.25	0.27
1.46	221.92	0.93	1.96	165.31	0.51	2.46	131.71	0.32
1.47	220.41	1.08	1.97	164.47	0.60	2.47	131.18	0.38
1.48	218.92	1.23	1.98	163.64	0.68	2.48	130.64	0.43
1.49	217.45	1.39	1.99	162.81	0.77	2.49	130.12	0.49

Tafel I, A.

K = 324.

$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.
2.50	129.60		3.00	108.00		3.50	92.57	
2.51	129.09	0.05	3.01	107.64	0.03	3.51	92.31	0.02
2.52	128.57	0.10	3.02	107.28	0.07	3.52	92.05	0.05
2.53	128.07	0.15	3.03	106.93	0.10	3.53	91.79	0.08
2.54	127.56	0.20	3.04	106.58	0.14	3.54	91.53	0.10
2.55	127.06	0.25	3.05	106.23	0.17	3.55	91.27	0.13
2.56	126.56	0.30	3.06	105.88	0.21	3.56	91.01	0.15
2.57	126.07	0.35	3.07	105.54	0.24	3.57	90.76	0.18
2.58	125.58	0.40	3.08	105.20	0.28	3.58	90.50	0.20
2.59	125.10	0.45	3.09	104.86	0.31	3.59	90.25	0.23
2.60	124.62		3.10	104.52		3.60	90.00	
2.61	124.14	0.05	3.11	104.18	0.03	3.61	89.75	0.02
2.62	123.66	0.09	3.12	103.85	0.06	3.62	89.50	0.05
2.63	123.20	0.14	3.13	103.52	0.10	3.63	89.26	0.07
2.64	122.73	0.18	3.14	103.18	0.13	3.64	89.01	0.09
2.65	122.27	0.23	3.15	102.86	0.16	3.65	88.77	0.12
2.66	121.80	0.28	3.16	102.53	0.20	3.66	88.52	0.14
2.67	121.35	0.32	3.17	102.21	0.23	3.67	88.28	0.17
2.68	120.90	0.37	3.18	101.89	0.26	3.68	88.04	0.19
2.69	120.45	0.42	3.19	101.57	0.29	3.69	87.81	0.22
2.70	120.00		3.20	101.25		3.70	87.57	
2.71	119.56	0.04	3.21	100.94	0.03	3.71	87.33	0.02
2.72	119.12	0.08	3.22	100.62	0.06	3.72	87.10	0.05
2.73	118.68	0.13	3.23	100.31	0.09	3.73	86.86	0.07
2.74	118.25	0.17	3.24	100.00	0.12	3.74	86.63	0.09
2.75	117.82	0.21	3.25	99.69	0.15	3.75	86.40	0.12
2.76	117.39	0.26	3.26	99.39	0.18	3.76	86.17	0.14
2.77	116.97	0.30	3.27	99.08	0.21	3.77	85.94	0.16
2.78	116.55	0.34	3.28	98.78	0.24	3.78	85.71	0.18
2.79	116.13	0.39	3.29	98.48	0.28	3.79	85.49	0.21
2.80	115.71		3.30	98.18		3.80	85.26	
2.81	115.53	0.04	3.31	97.89	0.03	3.81	85.04	0.02
2.82	114.89	0.08	3.32	97.59	0.06	3.82	84.82	0.04
2.83	114.49	0.12	3.33	97.30	0.09	3.83	84.60	0.06
2.84	114.08	0.16	3.34	97.01	0.12	3.84	84.38	0.09
2.85	113.69	0.20	3.35	96.72	0.14	3.85	84.16	0.11
2.86	113.29	0.24	3.36	96.43	0.17	3.86	83.94	0.13
2.87	112.89	0.28	3.37	96.14	0.20	3.87	83.72	0.15
2.88	112.50	0.32	3.38	95.86	0.23	3.88	83.50	0.17
2.89	112.11	0.36	3.39	95.58	0.26	3.89	83.29	0.20
2.90	111.72		3.40	95.29		3.90	83.08	
2.91	111.34	0.04	3.41	95.02	0.03	3.91	82.86	0.02
2.92	110.96	0.07	3.42	94.74	0.05	3.92	82.65	0.04
2.93	110.58	0.11	3.43	94.46	0.08	3.93	82.44	0.06
2.94	110.20	0.15	3.44	94.19	0.11	3.94	82.23	0.08
2.95	109.83	0.19	3.45	93.91	0.14	3.95	82.03	0.10
2.96	109.46	0.22	3.46	93.64	0.16	3.96	81.82	0.12
2.97	109.09	0.26	3.47	93.37	0.19	3.97	81.61	0.14
2.98	108.72	0.30	3.48	93.10	0.22	3.98	81.41	0.17
2.99	108.36	0.33	3.49	92.84	0.24	3.99	81.20	0.19

Tafel I, A.

K = 324.

$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.
4.00	81.00		4.50	72.00		5.00	64.80	
4.01	80.79	0.02	4.51	71.84	0.02	5.01	64.67	0.01
4.02	80.59	0.04	4.52	71.68	0.03	5.02	64.54	0.02
4.03	80.39	0.06	4.53	71.52	0.05	5.03	64.41	0.04
4.04	80.20	0.08	4.54	71.36	0.06	5.04	64.29	0.05
4.05	80.00	0.10	4.55	71.21	0.08	5.05	64.16	0.06
4.06	79.80	0.12	4.56	71.05	0.09	5.06	64.03	0.08
4.07	79.61	0.14	4.57	70.90	0.11	5.07	63.91	0.09
4.08	79.41	0.16	4.58	70.74	0.12	5.08	63.78	0.10
4.09	79.22	0.18	4.59	70.59	0.14	5.09	63.66	0.11
4.10	79.03		4.60	70.44		5.10	63.53	
4.11	78.83	0.02	4.61	70.28	0.02	5.11	63.41	0.01
4.12	78.64	0.04	4.62	70.13	0.03	5.12	63.28	0.02
4.13	78.45	0.06	4.63	69.98	0.04	5.13	63.16	0.04
4.14	78.26	0.08	4.64	69.83	0.06	5.14	63.04	0.05
4.15	78.07	0.09	4.65	69.68	0.08	5.15	62.91	0.06
4.16	77.88	0.11	4.66	69.53	0.09	5.16	62.79	0.07
4.17	77.70	0.13	4.67	69.38	0.10	5.17	62.67	0.08
4.18	77.51	0.15	4.68	69.23	0.12	5.18	62.55	0.10
4.19	77.33	0.17	4.69	69.08	0.14	5.19	62.43	0.11
4.20	77.14		4.70	68.94		5.20	62.31	
4.21	76.96	0.02	4.71	68.79	0.01	5.21	62.19	0.01
4.22	76.78	0.04	4.72	68.64	0.03	5.22	62.07	0.02
4.23	76.60	0.05	4.73	68.50	0.04	5.23	61.95	0.04
4.24	76.42	0.07	4.74	68.36	0.06	5.24	61.83	0.05
4.25	76.24	0.09	4.75	68.21	0.07	5.25	61.72	0.06
4.26	76.06	0.10	4.76	68.07	0.09	5.26	61.60	0.07
4.27	75.88	0.12	4.77	67.93	0.10	5.27	61.48	0.08
4.28	75.70	0.14	4.78	67.78	0.12	5.28	61.36	0.09
4.29	75.53	0.16	4.79	67.64	0.13	5.29	61.25	0.11
4.30	75.35		4.80	67.50		5.30	61.13	
4.31	75.18	0.02	4.81	67.36	0.01	5.31	61.02	0.01
4.32	75.00	0.03	4.82	67.22	0.03	5.32	60.90	0.02
4.33	74.83	0.05	4.83	67.08	0.04	5.33	60.79	0.03
4.34	74.66	0.07	4.84	66.94	0.06	5.34	60.68	0.04
4.35	74.48	0.08	4.85	66.80	0.07	5.35	60.56	0.06
4.36	74.31	0.10	4.86	66.67	0.08	5.36	60.45	0.07
4.37	74.14	0.12	4.87	66.53	0.10	5.37	60.34	0.08
4.38	73.97	0.14	4.88	66.39	0.11	5.38	60.22	0.09
4.39	73.80	0.15	4.89	66.26	0.12	5.39	60.11	0.10
4.40	73.64		4.90	66.12		5.40	60.00	
4.41	73.47	0.02	4.91	65.99	0.01	5.41	59.89	0.01
4.42	73.30	0.03	4.92	65.85	0.03	5.42	59.78	0.02
4.43	73.14	0.05	4.93	65.72	0.04	5.43	59.67	0.03
4.44	72.97	0.06	4.94	65.59	0.05	5.44	59.56	0.04
4.45	72.81	0.08	4.95	65.46	0.07	5.45	59.45	0.05
4.46	72.65	0.10	4.96	65.32	0.08	5.46	59.34	0.06
4.47	72.49	0.11	4.97	65.19	0.09	5.47	59.23	0.08
4.48	72.32	0.13	4.98	65.06	0.10	5.48	59.12	0.09
4.49	72.16	0.15	4.99	64.93	0.12	5.49	59.02	0.10

Tafel I, A.

K = 324.

$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.
5.50	58.91	0.00	6.00	54.00	0.00	6.50	49.85	0.00
5.51	58.80	0.01	6.01	53.91	0.01	6.51	49.77	0.01
5.52	58.70	0.02	6.02	53.82	0.02	6.52	49.69	0.02
5.53	58.59	0.03	6.03	53.73	0.03	6.53	49.62	0.02
5.54	58.48	0.04	6.04	53.64	0.04	6.54	49.54	0.03
5.55	58.38	0.05	6.05	53.55	0.04	6.55	49.47	0.04
5.56	58.27	0.06	6.06	53.47	0.05	6.56	49.39	0.04
5.57	58.17	0.07	6.07	53.37	0.06	6.57	49.32	0.05
5.58	58.06	0.08	6.08	53.29	0.07	6.58	49.24	0.06
5.59	57.96	0.09	6.09	53.20	0.08	6.59	49.16	0.07
5.60	57.86	0.00	6.10	53.12	0.00	6.60	49.09	0.00
5.61	57.75	0.01	6.11	53.03	0.01	6.61	49.02	0.01
5.62	57.65	0.02	6.12	52.94	0.02	6.62	48.94	0.01
5.63	57.55	0.03	6.13	52.86	0.02	6.63	48.87	0.02
5.64	57.45	0.04	6.14	52.77	0.03	6.64	48.79	0.03
5.65	57.35	0.05	6.15	52.68	0.04	6.65	48.72	0.04
5.66	57.24	0.06	6.16	52.60	0.05	6.66	48.65	0.04
5.67	57.14	0.07	6.17	52.51	0.06	6.67	48.58	0.05
5.68	57.04	0.08	6.18	52.43	0.07	6.68	48.50	0.06
5.69	56.94	0.09	6.19	52.34	0.08	6.69	48.43	0.06
5.70	56.84	0.00	6.20	52.26	0.00	6.70	48.36	0.00
5.71	56.74	0.01	6.21	52.17	0.01	6.71	48.29	0.01
5.72	56.64	0.02	6.22	52.09	0.02	6.72	48.21	0.01
5.73	56.54	0.03	6.23	52.01	0.02	6.73	48.14	0.02
5.74	56.45	0.04	6.24	51.92	0.03	6.74	48.07	0.03
5.75	56.35	0.05	6.25	51.84	0.04	6.75	48.00	0.04
5.76	56.25	0.06	6.26	51.76	0.05	6.76	47.93	0.04
5.77	56.15	0.07	6.27	51.68	0.06	6.77	47.86	0.05
5.78	56.06	0.08	6.28	51.59	0.07	6.78	47.79	0.06
5.79	55.96	0.09	6.29	51.51	0.07	6.79	47.72	0.06
5.80	55.86	0.00	6.30	51.43	0.00	6.80	47.65	0.00
5.81	55.76	0.01	6.31	51.35	0.01	6.81	47.58	0.01
5.82	55.67	0.02	6.32	51.27	0.02	6.82	47.51	0.01
5.83	55.57	0.03	6.33	51.18	0.02	6.83	47.44	0.02
5.84	55.48	0.04	6.34	51.10	0.03	6.84	47.37	0.03
5.85	55.38	0.05	6.35	51.02	0.04	6.85	47.30	0.03
5.86	55.29	0.06	6.36	50.94	0.05	6.86	47.23	0.04
5.87	55.20	0.07	6.37	50.86	0.06	6.87	47.16	0.05
5.88	55.10	0.08	6.38	50.78	0.06	6.88	47.09	0.06
5.89	55.01	0.08	6.39	50.70	0.07	6.89	47.02	0.06
5.90	54.92	0.00	6.40	50.62	0.00	6.90	46.96	0.00
5.91	54.82	0.01	6.41	50.55	0.01	6.91	46.89	0.01
5.92	54.73	0.02	6.42	50.47	0.02	6.92	46.82	0.01
5.93	54.64	0.03	6.43	50.39	0.02	6.93	46.75	0.02
5.94	54.55	0.04	6.44	50.31	0.03	6.94	46.69	0.03
5.95	54.45	0.05	6.45	50.23	0.04	6.95	46.62	0.03
5.96	54.36	0.06	6.46	50.16	0.05	6.96	46.55	0.04
5.97	54.27	0.06	6.47	50.08	0.05	6.97	46.48	0.05
5.98	54.18	0.07	6.48	50.00	0.06	6.98	46.42	0.05
5.99	54.09	0.08	6.49	49.92	0.07	6.99	46.35	0.06

Tafel I, A.

K = 324.

$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.
7.00	46.29		7.50	43.20		8.00	40.50	
7.01	46.22	0.01	7.51	43.14	0.00	8.01	40.45	0.00
7.02	46.15	0.01	7.52	43.08	0.01	8.02	40.40	0.01
7.03	46.09	0.02	7.53	43.03	0.02	8.03	40.34	0.01
7.04	46.02	0.03	7.54	42.97	0.02	8.04	40.29	0.02
7.05	45.96	0.03	7.55	42.91	0.03	8.05	40.25	0.02
7.06	45.89	0.04	7.56	42.86	0.03	8.06	40.20	0.03
7.07	45.84	0.05	7.57	42.80	0.04	8.07	40.15	0.03
7.08	45.76	0.05	7.58	42.74	0.04	8.08	40.10	0.04
7.09	45.70	0.06	7.59	42.69	0.05	8.09	40.05	0.04
7.10	45.63		7.60	42.63		8.10	40.00	
7.11	45.57	0.01	7.61	42.58	0.00	8.11	39.95	0.00
7.12	45.51	0.01	7.62	42.52	0.01	8.12	39.90	0.01
7.13	45.44	0.02	7.63	42.46	0.02	8.13	39.85	0.01
7.14	45.38	0.02	7.64	42.41	0.02	8.14	39.80	0.02
7.15	45.32	0.03	7.65	42.35	0.03	8.15	39.75	0.02
7.16	45.25	0.04	7.66	42.30	0.03	8.16	39.71	0.03
7.17	45.19	0.04	7.67	42.24	0.04	8.17	39.66	0.03
7.18	45.13	0.05	7.68	42.19	0.04	8.18	39.61	0.04
7.19	45.06	0.06	7.69	42.13	0.05	8.19	39.56	0.04
7.20	45.00		7.70	42.08		8.20	39.51	
7.21	44.94	0.01	7.71	42.02	0.00	8.21	39.46	0.00
7.22	44.88	0.01	7.72	41.97	0.01	8.22	39.42	0.01
7.23	44.81	0.02	7.73	41.91	0.02	8.23	39.37	0.01
7.24	44.75	0.02	7.74	41.86	0.02	8.24	39.32	0.02
7.25	44.69	0.03	7.75	41.81	0.03	8.25	39.27	0.02
7.26	44.63	0.04	7.76	41.75	0.03	8.26	39.23	0.03
7.27	44.56	0.04	7.77	41.70	0.04	8.27	39.18	0.03
7.28	44.51	0.05	7.78	41.65	0.04	8.28	39.13	0.04
7.29	44.44	0.06	7.79	41.59	0.05	8.29	39.08	0.04
7.30	44.38		7.80	41.54		8.30	39.04	
7.31	44.32	0.01	7.81	41.48	0.00	8.31	38.99	0.00
7.32	44.26	0.01	7.82	41.43	0.01	8.32	38.94	0.01
7.33	44.20	0.02	7.83	41.38	0.02	8.33	38.90	0.01
7.34	44.14	0.02	7.84	41.33	0.02	8.34	38.85	0.02
7.35	44.08	0.03	7.85	41.27	0.03	8.35	38.80	0.02
7.36	44.02	0.04	7.86	41.22	0.03	8.36	38.76	0.03
7.37	43.96	0.04	7.87	41.17	0.04	8.37	38.71	0.03
7.38	43.90	0.05	7.88	41.12	0.04	8.38	38.66	0.04
7.39	43.84	0.05	7.89	41.06	0.05	8.39	38.62	0.04
7.40	43.78		7.90	41.01		8.40	38.57	
7.41	43.72	0.01	7.91	40.96	0.00	8.41	38.53	0.00
7.42	43.67	0.01	7.92	40.91	0.01	8.42	38.48	0.01
7.43	43.61	0.02	7.93	40.86	0.01	8.43	38.43	0.01
7.44	43.55	0.02	7.94	40.81	0.02	8.44	38.39	0.02
7.45	43.49	0.03	7.95	40.76	0.02	8.45	38.34	0.02
7.46	43.43	0.03	7.96	40.70	0.03	8.46	38.30	0.03
7.47	43.37	0.04	7.97	40.65	0.03	8.47	38.25	0.03
7.48	43.32	0.05	7.98	40.60	0.04	8.48	38.20	0.04
7.49	43.25	0.05	7.99	40.55	0.05	8.49	38.16	0.04

Tafel I, A.

K = 324.

$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.
8.50	38.12		9.00	36.00		9.50	34.11	
8.51	38.07	0.00	9.01	35.96	0.00	9.51	34.07	0.00
8.52	38.03	0.01	9.02	35.92	0.01	9.52	34.03	0.01
8.53	37.98	0.01	9.03	35.88	0.01	9.53	34.00	0.01
8.54	37.94	0.02	9.04	35.84	0.02	9.54	33.96	0.01
8.55	37.89	0.02	9.05	35.80	0.02	9.55	33.93	0.02
8.56	37.85	0.03	9.06	35.76	0.02	9.56	33.89	0.02
8.57	37.81	0.03	9.07	35.72	0.03	9.57	33.86	0.02
8.58	37.76	0.04	9.08	35.68	0.03	9.58	33.82	0.03
8.59	37.72	0.04	9.09	35.64	0.03	9.59	33.79	0.03
8.60	37.68		9.10	35.60		9.60	33.75	
8.61	37.63	0.00	9.11	35.56	0.00	9.61	33.72	0.00
8.62	37.59	0.01	9.12	35.53	0.01	9.62	33.68	0.01
8.63	37.54	0.01	9.13	35.49	0.01	9.63	33.64	0.01
8.64	37.50	0.02	9.14	35.45	0.01	9.64	33.61	0.01
8.65	37.46	0.02	9.15	35.41	0.02	9.65	33.58	0.02
8.66	37.41	0.03	9.16	35.37	0.02	9.66	33.54	0.02
8.67	37.37	0.03	9.17	35.33	0.02	9.67	33.52	0.02
8.68	37.33	0.04	9.18	35.29	0.03	9.68	33.47	0.03
8.69	37.28	0.04	9.19	35.26	0.03	9.69	33.44	0.03
8.70	37.24		9.20	35.22		9.70	33.40	
8.71	37.20	0.00	9.21	35.18	0.00	9.71	33.37	0.00
8.72	37.16	0.01	9.22	35.14	0.01	9.72	33.33	0.01
8.73	37.11	0.01	9.23	35.10	0.01	9.73	33.31	0.01
8.74	37.07	0.02	9.24	35.07	0.01	9.74	33.27	0.01
8.75	37.03	0.02	9.25	35.03	0.02	9.75	33.23	0.02
8.76	36.99	0.02	9.26	34.99	0.02	9.76	33.20	0.02
8.77	36.94	0.03	9.27	34.95	0.02	9.77	33.16	0.02
8.78	36.90	0.03	9.28	34.91	0.03	9.78	33.13	0.03
8.79	36.86	0.04	9.29	34.88	0.03	9.79	33.10	0.03
8.80	36.82		9.30	34.84		9.80	33.06	
8.81	36.78	0.00	9.31	34.80	0.00	9.81	33.03	0.00
8.82	36.74	0.01	9.32	34.76	0.01	9.82	32.99	0.01
8.83	36.69	0.01	9.33	34.73	0.01	9.83	32.96	0.01
8.84	36.65	0.02	9.34	34.69	0.01	9.84	32.93	0.01
8.85	36.61	0.02	9.35	34.65	0.02	9.85	32.89	0.02
8.86	36.57	0.02	9.36	34.62	0.02	9.86	32.86	0.02
8.87	36.53	0.03	9.37	34.58	0.02	9.87	32.83	0.02
8.88	36.49	0.03	9.38	34.54	0.03	9.88	32.79	0.03
8.89	36.45	0.04	9.39	34.51	0.03	9.89	32.76	0.03
8.90	36.40		9.40	34.47		9.90	32.73	
8.91	36.36	0.00	9.41	34.43	0.00	9.91	32.69	0.00
8.92	36.32	0.01	9.42	34.40	0.01	9.92	32.66	0.01
8.93	36.28	0.01	9.43	34.36	0.01	9.93	32.63	0.01
8.94	36.24	0.02	9.44	34.32	0.01	9.94	32.60	0.01
8.95	36.20	0.02	9.45	34.29	0.02	9.95	32.56	0.02
8.96	36.16	0.02	9.46	34.25	0.02	9.96	32.53	0.02
8.97	36.12	0.03	9.47	34.21	0.02	9.97	32.50	0.02
8.98	36.08	0.03	9.48	34.18	0.03	9.98	32.46	0.03
8.99	36.04	0.04	9.49	34.15	0.03	9.99	32.43	0.03

Tafel I, B.

K = 280.

$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.
1.00	280.00		1.50	186.67		2.00	140.00	
1.01	277.23	0.26	1.51	185.43	0.12	2.01	139.30	0.07
1.02	274.51	0.51	1.52	184.21	0.23	2.02	138.61	0.13
1.03	271.85	0.77	1.53	183.01	0.35	2.03	137.93	0.20
1.04	269.23	1.03	1.54	181.82	0.47	2.04	137.25	0.27
1.05	266.67	1.28	1.55	180.65	0.59	2.05	136.59	0.33
1.06	264.15	1.54	1.56	179.49	0.70	2.06	135.92	0.40
1.07	261.68	1.80	1.57	178.34	0.82	2.07	135.27	0.47
1.08	259.26	2.06	1.58	177.22	0.94	2.08	134.62	0.54
1.09	256.88	2.31	1.59	176.10	1.06	2.09	133.97	0.60
1.10	254.54		1.60	175.00		2.10	133.33	
1.11	252.25	0.21	1.61	173.91	0.10	2.11	132.70	0.06
1.12	250.00	0.43	1.62	172.84	0.21	2.12	132.08	0.12
1.13	247.79	0.64	1.63	171.78	0.31	2.13	131.46	0.18
1.14	245.61	0.86	1.64	170.73	0.42	2.14	130.84	0.24
1.15	243.48	1.07	1.65	169.70	0.52	2.15	130.23	0.30
1.16	241.38	1.28	1.66	168.67	0.62	2.16	129.63	0.37
1.17	239.32	1.50	1.67	167.66	0.73	2.17	129.03	0.43
1.18	237.29	1.71	1.68	166.67	0.83	2.18	128.44	0.49
1.19	235.29	1.93	1.69	165.68	0.94	2.19	127.85	0.55
1.20	233.33		1.70	164.71		2.20	127.27	
1.21	231.41	0.18	1.71	163.74	0.09	2.21	126.70	0.06
1.22	229.51	0.36	1.72	162.79	0.18	2.22	126.13	0.11
1.23	227.64	0.54	1.73	161.85	0.28	2.23	125.56	0.17
1.24	225.81	0.72	1.74	160.92	0.37	2.24	125.00	0.22
1.25	224.00	0.90	1.75	160.00	0.46	2.25	124.44	0.28
1.26	222.22	1.09	1.76	159.09	0.55	2.26	123.89	0.33
1.27	220.47	1.27	1.77	158.19	0.64	2.27	123.35	0.39
1.28	218.75	1.45	1.78	157.30	0.74	2.28	122.81	0.44
1.29	217.05	1.63	1.79	156.42	0.83	2.29	122.27	0.50
1.30	215.38		1.80	155.56		2.30	121.74	
1.31	213.74	0.15	1.81	154.70	0.08	2.31	121.21	0.05
1.32	212.12	0.31	1.82	153.85	0.16	2.32	120.69	0.10
1.33	210.53	0.46	1.83	153.01	0.25	2.33	120.17	0.15
1.34	208.96	0.62	1.84	152.17	0.33	2.34	119.66	0.20
1.35	207.41	0.77	1.85	151.35	0.41	2.35	119.15	0.25
1.36	205.88	0.93	1.86	150.54	0.49	2.36	118.64	0.31
1.37	204.38	1.08	1.87	149.73	0.57	2.37	118.14	0.36
1.38	202.90	1.24	1.88	148.94	0.66	2.38	117.65	0.41
1.39	201.44	1.39	1.89	148.15	0.74	2.39	117.15	0.46
1.40	200.00		1.90	147.37		2.40	116.67	
1.41	198.58	0.13	1.91	146.60	0.07	2.41	116.18	0.05
1.42	197.18	0.27	1.92	145.83	0.15	2.42	115.70	0.09
1.43	195.80	0.40	1.93	145.08	0.22	2.43	115.23	0.14
1.44	194.44	0.54	1.94	144.33	0.30	2.44	114.75	0.19
1.45	193.10	0.67	1.95	143.59	0.37	2.45	114.29	0.23
1.46	191.78	0.80	1.96	142.86	0.44	2.46	113.82	0.28
1.47	190.48	0.94	1.97	142.13	0.52	2.47	113.36	0.33
1.48	189.19	1.07	1.98	141.41	0.59	2.48	112.90	0.38
1.49	187.92	1.21	1.99	140.70	0.67	2.49	112.45	0.42

Tafel I, B.

 $K = 280.$

$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.
2.50	112.00		3.00	93.33		3.50	80.00	
2.51	111.55	0.04	3.01	93.02	0.03	3.51	79.77	0.02
2.52	111.11	0.09	3.02	92.72	0.06	3.52	79.55	0.04
2.53	110.67	0.13	3.03	92.41	0.09	3.53	79.32	0.07
2.54	110.24	0.17	3.04	92.11	0.12	3.54	79.10	0.09
2.55	109.80	0.22	3.05	91.80	0.15	3.55	78.87	0.11
2.56	109.38	0.26	3.06	91.50	0.18	3.56	78.65	0.13
2.57	108.95	0.30	3.07	91.21	0.21	3.57	78.43	0.15
2.58	108.53	0.34	3.08	90.91	0.24	3.58	78.21	0.18
2.59	108.11	0.39	3.09	90.62	0.27	3.59	77.99	0.20
2.60	107.69		3.10	90.32		3.60	77.78	
2.61	107.28	0.04	3.11	90.03	0.03	3.61	77.56	0.02
2.62	106.87	0.08	3.12	89.74	0.06	3.62	77.35	0.04
2.63	106.47	0.12	3.13	89.46	0.08	3.63	77.14	0.06
2.64	106.06	0.16	3.14	89.17	0.11	3.64	76.92	0.08
2.65	105.66	0.20	3.15	88.89	0.14	3.65	76.71	0.11
2.66	105.26	0.24	3.16	88.61	0.17	3.66	76.50	0.13
2.67	104.87	0.28	3.17	88.33	0.20	3.67	76.29	0.15
2.68	104.48	0.32	3.18	88.05	0.22	3.68	76.09	0.17
2.69	104.09	0.36	3.19	87.77	0.25	3.69	75.88	0.19
2.70	103.70		3.20	87.50		3.70	75.68	
2.71	103.32	0.04	3.21	87.23	0.03	3.71	75.47	0.02
2.72	102.94	0.07	3.22	86.96	0.05	3.72	75.27	0.04
2.73	102.56	0.11	3.23	86.69	0.08	3.73	75.07	0.06
2.74	102.19	0.15	3.24	86.42	0.11	3.74	74.87	0.08
2.75	101.82	0.19	3.25	86.15	0.13	3.75	74.67	0.10
2.76	101.45	0.22	3.26	85.89	0.16	3.76	74.47	0.12
2.77	101.08	0.26	3.27	85.63	0.19	3.77	74.27	0.14
2.78	100.72	0.30	3.28	85.37	0.21	3.78	74.07	0.16
2.79	100.36	0.33	3.29	85.11	0.24	3.79	73.88	0.18
2.80	100.00		3.30	84.85		3.80	73.68	
2.81	99.64	0.03	3.31	84.59	0.03	3.81	73.49	0.02
2.82	99.29	0.07	3.32	84.34	0.05	3.82	73.30	0.04
2.83	98.94	0.10	3.33	84.08	0.08	3.83	73.11	0.06
2.84	98.59	0.14	3.34	83.83	0.10	3.84	72.92	0.08
2.85	98.25	0.17	3.35	83.58	0.13	3.85	72.73	0.10
2.86	97.90	0.21	3.36	83.33	0.15	3.86	72.54	0.11
2.87	97.56	0.24	3.37	83.09	0.18	3.87	72.35	0.13
2.88	97.22	0.28	3.38	82.84	0.20	3.88	72.16	0.15
2.89	96.89	0.31	3.39	82.60	0.23	3.89	71.98	0.17
2.90	96.55		3.40	82.35		3.90	71.79	
2.91	96.22	0.03	3.41	82.11	0.02	3.91	71.61	0.02
2.92	95.89	0.06	3.42	81.87	0.05	3.92	71.43	0.04
2.93	95.56	0.10	3.43	81.63	0.07	3.93	71.25	0.05
2.94	95.24	0.13	3.44	81.40	0.09	3.94	71.07	0.07
2.95	94.92	0.16	3.45	81.16	0.12	3.95	70.89	0.09
2.96	94.59	0.19	3.46	80.92	0.14	3.96	70.71	0.11
2.97	94.28	0.22	3.47	80.69	0.17	3.97	70.53	0.13
2.98	93.96	0.26	3.48	80.46	0.19	3.98	70.35	0.14
2.99	93.65	0.29	3.49	80.23	0.21	3.99	70.18	0.16

Tafel I, B.

K = 280.

$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.
4.00	70.00		4.50	62.22		5.00	56.00	
4.01	69.83	0.02	4.51	62.08	0.01	5.01	55.89	0.01
4.02	69.65	0.03	4.52	61.95	0.03	5.02	55.78	0.02
4.03	69.48	0.05	4.53	61.81	0.04	5.03	55.67	0.03
4.04	69.31	0.07	4.54	61.67	0.05	5.04	55.56	0.04
4.05	69.14	0.09	4.55	61.54	0.07	5.05	55.45	0.06
4.06	68.97	0.10	4.56	61.40	0.08	5.06	55.34	0.07
4.07	68.80	0.12	4.57	61.27	0.09	5.07	55.23	0.08
4.08	68.63	0.14	4.58	61.14	0.11	5.08	55.12	0.09
4.09	68.46	0.15	4.59	61.00	0.12	5.09	55.01	0.10
4.10	68.29		4.60	60.87		5.10	54.90	
4.11	68.13	0.02	4.61	60.74	0.01	5.11	54.79	0.01
4.12	67.96	0.03	4.62	60.61	0.03	5.12	54.69	0.02
4.13	67.80	0.05	4.63	60.48	0.04	5.13	54.58	0.03
4.14	67.63	0.06	4.64	60.34	0.05	5.14	54.47	0.04
4.15	67.47	0.08	4.65	60.21	0.07	5.15	54.37	0.05
4.16	67.31	0.10	4.66	60.09	0.08	5.16	54.26	0.06
4.17	67.15	0.11	4.67	59.96	0.09	5.17	54.16	0.07
4.18	66.99	0.13	4.68	59.83	0.10	5.18	54.05	0.08
4.19	66.83	0.14	4.69	59.70	0.12	5.19	53.95	0.09
4.20	66.67		4.70	59.57		5.20	53.85	
4.21	66.51	0.02	4.71	59.45	0.01	5.21	53.74	0.01
4.22	66.35	0.03	4.72	59.32	0.02	5.22	53.64	0.02
4.23	66.19	0.05	4.73	59.20	0.04	5.23	53.54	0.03
4.24	66.04	0.06	4.74	59.07	0.05	5.24	53.44	0.04
4.25	65.88	0.08	4.75	58.95	0.06	5.25	53.33	0.05
4.26	65.73	0.09	4.76	58.82	0.07	5.26	53.23	0.06
4.27	65.57	0.11	4.77	58.70	0.09	5.27	53.13	0.07
4.28	65.42	0.12	4.78	58.58	0.10	5.28	53.03	0.08
4.29	65.27	0.14	4.79	58.46	0.11	5.29	52.93	0.09
4.30	65.12		4.80	58.33		5.30	52.83	
4.31	64.97	0.01	4.81	58.21	0.01	5.31	52.73	0.01
4.32	64.82	0.03	4.82	58.09	0.02	5.32	52.63	0.02
4.33	64.67	0.04	4.83	57.97	0.04	5.33	52.53	0.03
4.34	64.52	0.06	4.84	57.85	0.05	5.34	52.43	0.04
4.35	64.37	0.07	4.85	57.73	0.06	5.35	52.34	0.05
4.36	64.22	0.09	4.86	57.61	0.07	5.36	52.24	0.06
4.37	64.07	0.10	4.87	57.49	0.08	5.37	52.14	0.07
4.38	63.93	0.12	4.88	57.38	0.10	5.38	52.04	0.08
4.39	63.78	0.14	4.89	57.26	0.11	5.39	51.95	0.09
4.40	63.64		4.90	57.14		5.40	51.85	
4.41	63.49	0.01	4.91	57.03	0.01	5.41	51.76	0.01
4.42	63.35	0.03	4.92	56.91	0.02	5.42	51.66	0.02
4.43	63.21	0.04	4.93	56.80	0.03	5.43	51.57	0.03
4.44	63.06	0.06	4.94	56.68	0.05	5.44	51.47	0.04
4.45	62.92	0.07	4.95	56.57	0.06	5.45	51.38	0.05
4.46	62.78	0.08	4.96	56.45	0.07	5.46	51.28	0.06
4.47	62.64	0.10	4.97	56.34	0.08	5.47	51.19	0.07
4.48	62.50	0.11	4.98	56.23	0.09	5.48	51.09	0.08
4.49	62.36	0.13	4.99	56.11	0.10	5.49	51.00	0.08

Tafel I, B.

K = 280.

$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.
5.50	50.91		6.00	46.67		6.50	43.08	
5.51	50.82	0.01	6.01	46.59	0.01	6.51	43.01	0.01
5.52	50.72	0.02	6.02	46.51	0.02	6.52	42.94	0.01
5.53	50.63	0.03	6.03	46.43	0.02	6.53	42.88	0.02
5.54	50.54	0.04	6.04	46.36	0.03	6.54	42.81	0.03
5.55	50.45	0.05	6.05	46.28	0.04	6.55	42.75	0.03
5.56	50.36	0.05	6.06	46.20	0.05	6.56	42.68	0.04
5.57	50.27	0.06	6.07	46.13	0.05	6.57	42.62	0.05
5.58	50.18	0.07	6.08	46.05	0.06	6.58	42.55	0.05
5.59	50.09	0.08	6.09	45.98	0.07	6.59	42.49	0.06
5.60	50.00		6.10	45.90		6.60	42.42	
5.61	49.91	0.01	6.11	45.83	0.01	6.61	42.36	0.01
5.62	49.82	0.02	6.12	45.75	0.01	6.62	42.30	0.01
5.63	49.73	0.03	6.13	45.68	0.02	6.63	42.23	0.02
5.64	49.65	0.04	6.14	45.60	0.03	6.64	42.17	0.03
5.65	49.56	0.04	6.15	45.53	0.04	6.65	42.11	0.03
5.66	49.47	0.05	6.16	45.45	0.04	6.66	42.04	0.04
5.67	49.38	0.06	6.17	45.38	0.05	6.67	41.98	0.04
5.68	49.30	0.07	6.18	45.31	0.06	6.68	41.92	0.05
5.69	49.21	0.08	6.19	45.23	0.07	6.69	41.85	0.06
5.70	49.12		6.20	45.16		6.70	41.79	
5.71	49.04	0.01	6.21	45.09	0.01	6.71	41.73	0.01
5.72	48.95	0.02	6.22	45.02	0.01	6.72	41.67	0.01
5.73	48.87	0.03	6.23	44.94	0.02	6.73	41.60	0.02
5.74	48.78	0.03	6.24	44.87	0.03	6.74	41.54	0.02
5.75	48.70	0.04	6.25	44.80	0.04	6.75	41.48	0.03
5.76	48.61	0.05	6.26	44.73	0.04	6.76	41.42	0.04
5.77	48.53	0.06	6.27	44.66	0.05	6.77	41.36	0.04
5.78	48.44	0.07	6.28	44.59	0.06	6.78	41.30	0.05
5.79	48.36	0.08	6.29	44.52	0.06	6.79	41.24	0.05
5.80	48.28		6.30	44.44		6.80	41.18	
5.81	48.19	0.01	6.31	44.37	0.01	6.81	41.12	0.01
5.82	48.11	0.02	6.32	44.30	0.01	6.82	41.06	0.01
5.83	48.03	0.02	6.33	44.23	0.02	6.83	41.00	0.02
5.84	47.95	0.03	6.34	44.16	0.03	6.84	40.94	0.02
5.85	47.86	0.04	6.35	44.09	0.03	6.85	40.88	0.03
5.86	47.78	0.05	6.36	44.03	0.04	6.86	40.82	0.04
5.87	47.70	0.06	6.37	43.96	0.05	6.87	40.76	0.04
5.88	47.62	0.07	6.38	43.89	0.06	6.88	40.70	0.05
5.89	47.54	0.07	6.39	43.82	0.06	6.89	40.64	0.05
5.90	47.46		6.40	43.75		6.90	40.58	
5.91	47.38	0.01	6.41	43.68	0.01	6.91	40.52	0.01
5.92	47.30	0.02	6.42	43.61	0.01	6.92	40.46	0.01
5.93	47.22	0.02	6.43	43.55	0.02	6.93	40.40	0.02
5.94	47.14	0.03	6.44	43.48	0.03	6.94	40.35	0.02
5.95	47.06	0.04	6.45	43.41	0.03	6.95	40.29	0.03
5.96	46.98	0.05	6.46	43.34	0.04	6.96	40.23	0.03
5.97	46.90	0.06	6.47	43.28	0.05	6.97	40.17	0.04
5.98	46.82	0.06	6.48	43.21	0.05	6.98	40.11	0.05
5.99	46.74	0.07	6.49	43.14	0.06	6.99	40.06	0.05

Tafel I, B.

K = 280.

$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.
7.00	40.00		7.50	37.33		8.00	35.00	
7.01	39.94	0.01	7.51	37.28	0.00	8.01	34.96	0.00
7.02	39.89	0.01	7.52	37.23	0.01	8.02	34.91	0.01
7.03	39.83	0.02	7.53	37.18	0.01	8.03	34.87	0.01
7.04	39.77	0.02	7.54	37.14	0.02	8.04	34.83	0.02
7.05	39.72	0.03	7.55	37.09	0.02	8.05	34.78	0.02
7.06	39.66	0.03	7.56	37.04	0.03	8.06	34.74	0.03
7.07	39.60	0.04	7.57	36.99	0.03	8.07	34.70	0.03
7.08	39.55	0.04	7.58	36.94	0.04	8.08	34.65	0.03
7.09	39.49	0.05	7.59	36.89	0.04	8.09	34.61	0.04
7.10	39.44		7.60	36.84		8.10	34.57	
7.11	39.38	0.01	7.61	36.79	0.00	8.11	34.53	0.00
7.12	39.33	0.01	7.62	36.75	0.01	8.12	34.48	0.01
7.13	39.27	0.02	7.63	36.70	0.01	8.13	34.44	0.01
7.14	39.21	0.02	7.64	36.65	0.02	8.14	34.40	0.02
7.15	39.16	0.03	7.65	36.60	0.02	8.15	34.36	0.02
7.16	39.11	0.03	7.66	36.55	0.03	8.16	34.31	0.03
7.17	39.05	0.04	7.67	36.51	0.03	8.17	34.27	0.03
7.18	39.00	0.04	7.68	36.46	0.04	8.18	34.23	0.03
7.19	38.94	0.05	7.69	36.41	0.04	8.19	34.19	0.04
7.20	38.89		7.70	36.36		8.20	34.15	
7.21	38.84	0.01	7.71	36.32	0.00	8.21	34.10	0.00
7.22	38.78	0.01	7.72	36.27	0.01	8.22	34.06	0.01
7.23	38.73	0.02	7.73	36.22	0.01	8.23	34.02	0.01
7.24	38.67	0.02	7.74	36.18	0.02	8.24	33.98	0.02
7.25	38.62	0.03	7.75	36.13	0.02	8.25	33.94	0.02
7.26	38.57	0.03	7.76	36.08	0.03	8.26	33.90	0.03
7.27	38.51	0.04	7.77	36.04	0.03	8.27	33.86	0.03
7.28	38.46	0.04	7.78	35.99	0.04	8.28	33.82	0.03
7.29	38.41	0.05	7.79	35.94	0.04	8.29	33.78	0.04
7.30	38.36		7.80	35.90		8.30	33.73	
7.31	38.30	0.01	7.81	35.85	0.00	8.31	33.69	0.00
7.32	38.25	0.01	7.82	35.81	0.01	8.32	33.65	0.01
7.33	38.20	0.02	7.83	35.76	0.01	8.33	33.61	0.01
7.34	38.15	0.02	7.84	35.71	0.02	8.34	33.57	0.02
7.35	38.10	0.03	7.85	35.67	0.02	8.35	33.53	0.02
7.36	38.04	0.03	7.86	35.62	0.03	8.36	33.49	0.02
7.37	37.99	0.04	7.87	35.58	0.03	8.37	33.45	0.03
7.38	37.94	0.04	7.88	35.53	0.04	8.38	33.41	0.03
7.39	37.89	0.05	7.89	35.49	0.04	8.39	33.37	0.04
7.40	37.84		7.90	35.44		8.40	33.33	
7.41	37.79	0.01	7.91	35.40	0.00	8.41	33.29	0.00
7.42	37.74	0.01	7.92	35.35	0.01	8.42	33.25	0.01
7.43	37.69	0.02	7.93	35.31	0.01	8.43	33.21	0.01
7.44	37.63	0.02	7.94	35.26	0.02	8.44	33.18	0.02
7.45	37.58	0.03	7.95	35.22	0.02	8.45	33.14	0.02
7.46	37.53	0.03	7.96	35.18	0.03	8.46	33.10	0.02
7.47	37.48	0.04	7.97	35.13	0.03	8.47	33.06	0.03
7.48	37.43	0.04	7.98	35.09	0.04	8.48	33.02	0.03
7.49	37.38	0.05	7.99	35.04	0.04	8.49	32.98	0.04

Tafel I, B.

K = 280.

$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.
8.50	32.94		9.00	31.11		9.50	29.47	
8.51	32.90	0.00	9.01	31.08	0.00	9.51	29.44	0.00
8.52	32.86	0.01	9.02	31.04	0.01	9.52	29.41	0.01
8.53	32.83	0.01	9.03	31.01	0.01	9.53	29.38	0.01
8.54	32.79	0.02	9.04	30.97	0.01	9.54	29.35	0.01
8.55	32.75	0.02	9.05	30.94	0.02	9.55	29.32	0.02
8.56	32.71	0.02	9.06	30.91	0.02	9.56	29.29	0.02
8.57	32.67	0.03	9.07	30.87	0.02	9.57	29.26	0.02
8.58	32.63	0.03	9.08	30.84	0.03	9.58	29.23	0.02
8.59	32.60	0.03	9.09	30.80	0.03	9.59	29.20	0.03
8.60	32.56		9.10	30.77		9.60	29.17	
8.61	32.52	0.00	9.11	30.74	0.00	9.61	29.14	0.00
8.62	32.48	0.01	9.12	30.70	0.01	9.62	29.10	0.01
8.63	32.44	0.01	9.13	30.67	0.01	9.63	29.07	0.01
8.64	32.41	0.02	9.14	30.63	0.01	9.64	29.04	0.01
8.65	32.37	0.02	9.15	30.60	0.02	9.65	29.02	0.02
8.66	32.33	0.02	9.16	30.57	0.02	9.66	28.99	0.02
8.67	32.30	0.03	9.17	30.53	0.02	9.67	28.96	0.02
8.68	32.26	0.03	9.18	30.50	0.03	9.68	28.93	0.02
8.69	32.22	0.03	9.19	30.47	0.03	9.69	28.90	0.03
8.70	32.18		9.20	30.43		9.70	28.87	
8.71	32.15	0.00	9.21	30.40	0.00	9.71	28.84	0.00
8.72	32.11	0.01	9.22	30.37	0.01	9.72	28.81	0.01
8.73	32.07	0.01	9.23	30.34	0.01	9.73	28.78	0.01
8.74	32.04	0.01	9.24	30.30	0.01	9.74	28.75	0.01
8.75	32.00	0.02	9.25	30.27	0.02	9.75	28.72	0.02
8.76	31.96	0.02	9.26	30.24	0.02	9.76	28.69	0.02
8.77	31.93	0.03	9.27	30.20	0.02	9.77	28.66	0.02
8.78	31.89	0.03	9.28	30.17	0.03	9.78	28.63	0.02
8.79	31.85	0.03	9.29	30.14	0.03	9.79	28.60	0.03
8.80	31.82		9.30	30.11		9.80	28.57	
8.81	31.78	0.00	9.31	30.08	0.00	9.81	28.54	0.00
8.82	31.75	0.01	9.32	30.04	0.01	9.82	28.51	0.01
8.83	31.71	0.01	9.33	30.01	0.01	9.83	28.48	0.01
8.84	31.67	0.01	9.34	29.98	0.01	9.84	28.46	0.01
8.85	31.64	0.02	9.35	29.95	0.02	9.85	28.43	0.01
8.86	31.60	0.02	9.36	29.91	0.02	9.86	28.40	0.02
8.87	31.57	0.03	9.37	29.88	0.02	9.87	28.37	0.02
8.88	31.53	0.03	9.38	29.85	0.03	9.88	28.34	0.02
8.89	31.50	0.03	9.39	29.82	0.03	9.89	28.31	0.03
8.90	31.46		9.40	29.79		9.90	28.28	
8.91	31.43	0.00	9.41	29.76	0.00	9.91	28.25	0.00
8.92	31.39	0.01	9.42	29.72	0.01	9.92	28.23	0.01
8.93	31.36	0.01	9.43	29.69	0.01	9.93	28.20	0.01
8.94	31.32	0.01	9.44	29.66	0.01	9.94	28.17	0.01
8.95	31.28	0.02	9.45	29.63	0.02	9.95	28.14	0.01
8.96	31.25	0.02	9.46	29.60	0.02	9.96	28.11	0.02
8.97	31.22	0.02	9.47	29.57	0.02	9.97	28.08	0.02
8.98	31.18	0.03	9.48	29.54	0.03	9.98	28.06	0.02
8.99	31.15	0.03	9.49	29.50	0.03	9.99	28.03	0.03

Tafel I, C.

K = 225.

$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.
1.00	225.00		1.50	150.00		2.00	112.50	
1.01	222.77	0.21	1.51	149.01	0.09	2.01	111.94	0.05
1.02	220.59	0.41	1.52	148.03	0.19	2.02	111.39	0.11
1.03	218.45	0.62	1.53	147.06	0.28	2.03	110.84	0.16
1.04	216.35	0.83	1.54	146.10	0.38	2.04	110.29	0.22
1.05	214.29	1.03	1.55	145.16	0.47	2.05	109.76	0.27
1.06	212.26	1.24	1.56	144.23	0.56	2.06	109.22	0.32
1.07	210.28	1.44	1.57	143.31	0.66	2.07	108.70	0.38
1.08	208.33	1.65	1.58	142.41	0.75	2.08	108.17	0.43
1.09	206.42	1.86	1.59	141.51	0.85	2.09	107.66	0.49
1.10	204.55		1.60	140.63		2.10	107.14	
1.11	202.70	0.17	1.61	139.75	0.08	2.11	106.64	0.05
1.12	200.89	0.34	1.62	138.89	0.17	2.12	106.13	0.10
1.13	199.12	0.52	1.63	138.04	0.25	2.13	105.63	0.15
1.14	197.37	0.69	1.64	137.20	0.33	2.14	105.14	0.20
1.15	195.65	0.86	1.65	136.36	0.41	2.15	104.65	0.24
1.16	193.97	1.03	1.66	135.54	0.50	2.16	104.17	0.29
1.17	192.31	1.20	1.67	134.73	0.58	2.17	103.69	0.34
1.18	190.68	1.38	1.68	133.93	0.66	2.18	103.21	0.39
1.19	189.08	1.55	1.69	133.14	0.75	2.19	102.74	0.44
1.20	187.50		1.70	132.35		2.20	102.27	
1.21	185.95	0.14	1.71	131.58	0.07	2.21	101.81	0.04
1.22	184.43	0.29	1.72	130.81	0.15	2.22	101.35	0.09
1.23	182.93	0.43	1.73	130.06	0.22	2.23	100.90	0.13
1.24	181.45	0.58	1.74	129.31	0.30	2.24	100.45	0.18
1.25	180.00	0.72	1.75	128.57	0.37	2.25	100.00	0.22
1.26	178.57	0.87	1.76	127.84	0.44	2.26	99.56	0.27
1.27	177.16	1.01	1.77	127.12	0.52	2.27	99.12	0.31
1.28	175.78	1.16	1.78	126.40	0.59	2.28	98.68	0.36
1.29	174.42	1.30	1.79	125.70	0.67	2.29	98.25	0.40
1.30	173.08		1.80	125.00		2.30	97.82	
1.31	171.76	0.12	1.81	124.31	0.07	2.31	97.40	0.04
1.32	170.45	0.25	1.82	123.63	0.13	2.32	96.98	0.08
1.33	169.17	0.37	1.83	122.95	0.20	2.33	96.57	0.12
1.34	167.91	0.50	1.84	122.28	0.26	2.34	96.15	0.16
1.35	166.67	0.62	1.85	121.62	0.33	2.35	95.74	0.20
1.36	165.44	0.75	1.86	120.97	0.40	2.36	95.34	0.25
1.37	164.23	0.87	1.87	120.32	0.46	2.37	94.94	0.29
1.38	163.04	1.00	1.88	119.68	0.53	2.38	94.54	0.33
1.39	161.87	1.12	1.89	119.05	0.59	2.39	94.14	0.37
1.40	160.71		1.90	118.42		2.40	93.75	
1.41	159.57	0.11	1.91	117.80	0.06	2.41	93.36	0.04
1.42	158.45	0.22	1.92	117.19	0.12	2.42	92.98	0.08
1.43	157.34	0.32	1.93	116.58	0.18	2.43	92.59	0.11
1.44	156.25	0.43	1.94	115.98	0.24	2.44	92.21	0.15
1.45	155.17	0.54	1.95	115.38	0.30	2.45	91.84	0.19
1.46	154.11	0.65	1.96	114.80	0.36	2.46	91.46	0.23
1.47	153.06	0.76	1.97	114.21	0.42	2.47	91.09	0.26
1.48	152.03	0.86	1.98	113.64	0.48	2.48	90.73	0.30
1.49	151.01	0.97	1.99	113.07	0.53	2.49	90.36	0.34

Tafel I, C.

K = 225.

$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.
2.50	90.00		3.00	75.00		3.50	64.29	
2.51	89.64	0.03	3.01	74.75	0.02	3.51	64.10	0.02
2.52	89.29	0.07	3.02	74.50	0.05	3.52	63.92	0.04
2.53	88.93	0.10	3.03	74.26	0.07	3.53	63.74	0.05
2.54	88.58	0.14	3.04	74.01	0.10	3.54	63.56	0.07
2.55	88.24	0.17	3.05	73.77	0.12	3.55	63.38	0.09
2.56	87.89	0.21	3.06	73.53	0.14	3.56	63.20	0.11
2.57	87.55	0.24	3.07	73.29	0.17	3.57	63.03	0.13
2.58	87.21	0.28	3.08	73.05	0.19	3.58	62.85	0.14
2.59	86.87	0.31	3.09	72.82	0.22	3.59	62.67	0.16
2.60	86.54		3.10	72.58		3.60	62.50	
2.61	86.21	0.03	3.11	72.35	0.02	3.61	62.33	0.02
2.62	85.88	0.06	3.12	72.12	0.05	3.62	62.15	0.03
2.63	85.55	0.10	3.13	71.89	0.07	3.63	61.98	0.05
2.64	85.23	0.13	3.14	71.66	0.09	3.64	61.81	0.07
2.65	84.91	0.16	3.15	71.43	0.11	3.65	61.64	0.08
2.66	84.59	0.19	3.16	71.20	0.14	3.66	61.48	0.10
2.67	84.27	0.22	3.17	70.98	0.16	3.67	61.31	0.12
2.68	83.96	0.26	3.18	70.75	0.18	3.68	61.14	0.14
2.69	83.64	0.29	3.19	70.53	0.21	3.69	60.98	0.15
2.70	83.33		3.20	70.31		3.70	60.81	
2.71	83.03	0.03	3.21	70.09	0.02	3.71	60.65	0.02
2.72	82.72	0.06	3.22	69.88	0.04	3.72	60.48	0.03
2.73	82.42	0.09	3.23	69.66	0.06	3.73	60.32	0.05
2.74	82.12	0.12	3.24	69.44	0.09	3.74	60.16	0.06
2.75	81.82	0.15	3.25	69.23	0.11	3.75	60.00	0.08
2.76	81.52	0.18	3.26	69.02	0.13	3.76	59.84	0.10
2.77	81.23	0.21	3.27	68.81	0.15	3.77	59.68	0.11
2.78	80.94	0.24	3.28	68.60	0.17	3.78	59.52	0.13
2.79	80.65	0.27	3.29	68.39	0.19	3.79	59.37	0.14
2.80	80.36		3.30	68.18		3.80	59.21	
2.81	80.07	0.03	3.31	67.98	0.02	3.81	59.06	0.02
2.82	79.79	0.06	3.32	67.77	0.04	3.82	58.90	0.03
2.83	79.51	0.08	3.33	67.57	0.06	3.83	58.75	0.05
2.84	79.23	0.11	3.34	67.37	0.08	3.84	58.59	0.06
2.85	78.95	0.14	3.35	67.16	0.10	3.85	58.44	0.08
2.86	78.67	0.17	3.36	66.96	0.12	3.86	58.29	0.09
2.87	78.40	0.20	3.37	66.77	0.14	3.87	58.14	0.11
2.88	78.13	0.22	3.38	66.57	0.16	3.88	57.99	0.12
2.89	77.85	0.25	3.39	66.37	0.18	3.89	57.84	0.14
2.90	77.59		3.40	66.18		3.90	57.69	
2.91	77.32	0.03	3.41	65.98	0.02	3.91	57.54	0.01
2.92	77.05	0.05	3.42	65.79	0.04	3.92	57.40	0.03
2.93	76.79	0.08	3.43	65.60	0.06	3.93	57.25	0.04
2.94	76.53	0.10	3.44	65.41	0.08	3.94	57.11	0.06
2.95	76.27	0.13	3.45	65.22	0.09	3.95	56.96	0.07
2.96	76.01	0.16	3.46	65.03	0.11	3.96	56.82	0.09
2.97	75.76	0.18	3.47	64.84	0.13	3.97	56.68	0.10
2.98	75.50	0.21	3.48	64.66	0.15	3.98	56.53	0.11
2.99	75.25	0.23	3.49	64.47	0.17	3.99	56.39	0.13

Tafel I, C.

= K225.

$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.
4.00	56.25		4.50	50.00		5.00	45.00	
4.01	56.11	0.01	4.51	49.89	0.01	5.01	44.91	0.01
4.02	55.97	0.03	4.52	49.78	0.02	5.02	44.82	0.02
4.03	55.83	0.04	4.53	49.67	0.03	5.03	44.73	0.03
4.04	55.69	0.05	4.54	49.56	0.04	5.04	44.64	0.04
4.05	55.56	0.07	4.55	49.45	0.05	5.05	44.55	0.04
4.06	55.42	0.08	4.56	49.34	0.07	5.06	44.47	0.05
4.07	55.28	0.10	4.57	49.23	0.08	5.07	44.38	0.06
4.08	55.15	0.11	4.58	49.13	0.09	5.08	44.29	0.07
4.09	55.01	0.12	4.59	49.02	0.10	5.09	44.20	0.08
4.10	54.88		4.60	48.91		5.10	44.12	
4.11	54.74	0.01	4.61	48.81	0.01	5.11	44.03	0.01
4.12	54.61	0.03	4.62	48.70	0.02	5.12	43.95	0.02
4.13	54.48	0.04	4.63	48.60	0.03	5.13	43.86	0.03
4.14	54.35	0.05	4.64	48.49	0.04	5.14	43.77	0.03
4.15	54.22	0.07	4.65	48.39	0.05	5.15	43.69	0.04
4.16	54.09	0.08	4.66	48.28	0.06	5.16	43.60	0.05
4.17	53.96	0.09	4.67	48.18	0.07	5.17	43.52	0.06
4.18	53.83	0.10	4.68	48.08	0.08	5.18	43.44	0.07
4.19	53.70	0.12	4.69	47.97	0.09	5.19	43.35	0.08
4.20	53.57		4.70	47.87		5.20	43.27	
4.21	53.44	0.01	4.71	47.77	0.01	5.21	43.19	0.01
4.22	53.32	0.02	4.72	47.67	0.02	5.22	43.10	0.02
4.23	53.19	0.04	4.73	47.57	0.03	5.23	43.02	0.02
4.24	53.07	0.05	4.74	47.47	0.04	5.24	42.94	0.03
4.25	52.94	0.06	4.75	47.37	0.05	5.25	42.86	0.04
4.26	52.82	0.07	4.76	47.27	0.06	5.26	42.78	0.05
4.27	52.69	0.09	4.77	47.17	0.07	5.27	42.69	0.06
4.28	52.57	0.10	4.78	47.07	0.08	5.28	42.61	0.07
4.29	52.45	0.11	4.79	46.97	0.09	5.29	42.53	0.07
4.30	52.33		4.80	46.88		5.30	42.45	
4.31	52.21	0.01	4.81	46.78	0.01	5.31	42.37	0.01
4.32	52.08	0.02	4.82	46.68	0.02	5.32	42.29	0.02
4.33	51.96	0.04	4.83	46.58	0.03	5.33	42.21	0.02
4.34	51.84	0.05	4.84	46.49	0.04	5.34	42.13	0.03
4.35	51.72	0.06	4.85	46.39	0.05	5.35	42.06	0.04
4.36	51.61	0.07	4.86	46.30	0.06	5.36	41.98	0.05
4.37	51.49	0.08	4.87	46.20	0.07	5.37	41.90	0.05
4.38	51.37	0.10	4.88	46.11	0.08	5.38	41.82	0.06
4.39	51.25	0.11	4.89	46.01	0.09	5.39	41.74	0.07
4.40	51.14		4.90	45.92		5.40	41.67	
4.41	51.02	0.01	4.91	45.83	0.01	5.41	41.59	0.01
4.42	50.91	0.02	4.92	45.73	0.02	5.42	41.51	0.02
4.43	50.79	0.03	4.93	45.64	0.03	5.43	41.44	0.02
4.44	50.68	0.05	4.94	45.55	0.04	5.44	41.36	0.03
4.45	50.56	0.06	4.95	45.45	0.05	5.45	41.28	0.04
4.46	50.45	0.07	4.96	45.36	0.06	5.46	41.21	0.05
4.47	50.34	0.08	4.97	45.27	0.06	5.47	41.13	0.05
4.48	50.22	0.09	4.98	45.18	0.07	5.48	41.06	0.06
4.49	50.11	0.10	4.99	45.09	0.08	5.49	40.98	0.07

Tafel I, C.

K = 225.

$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.
5.50	40.91		6.00	37.50		6.50	34.62	
5.51	40.83	0.01	6.01	37.44	0.01	6.51	34.56	0.01
5.52	40.76	0.01	6.02	37.38	0.01	6.52	34.51	0.01
5.53	40.69	0.02	6.03	37.31	0.02	6.53	34.46	0.02
5.54	40.61	0.03	6.04	37.25	0.02	6.54	34.40	0.02
5.55	40.54	0.04	6.05	37.19	0.03	6.55	34.35	0.03
5.56	40.47	0.04	6.06	37.13	0.04	6.56	34.30	0.03
5.57	40.40	0.05	6.07	37.07	0.04	6.57	34.25	0.04
5.58	40.32	0.06	6.08	37.01	0.05	6.58	34.19	0.04
5.59	40.25	0.07	6.09	36.95	0.05	6.59	34.14	0.05
5.60	40.18		6.10	36.89		6.60	34.09	
5.61	40.11	0.01	6.11	36.82	0.01	6.61	34.04	0.01
5.62	40.04	0.01	6.12	36.76	0.01	6.62	33.99	0.01
5.63	39.96	0.02	6.13	36.70	0.02	6.63	33.94	0.02
5.64	39.89	0.03	6.14	36.65	0.02	6.64	33.89	0.02
5.65	39.82	0.04	6.15	36.59	0.03	6.65	33.83	0.03
5.66	39.75	0.04	6.16	36.53	0.04	6.66	33.78	0.03
5.67	39.68	0.05	6.17	36.47	0.04	6.67	33.73	0.04
5.68	39.61	0.06	6.18	36.41	0.05	6.68	33.68	0.04
5.69	39.54	0.06	6.19	36.35	0.05	6.69	33.63	0.05
5.70	39.47		6.20	36.29		6.70	33.58	
5.71	39.40	0.01	6.21	36.23	0.01	6.71	33.53	0.00
5.72	39.34	0.01	6.22	36.17	0.01	6.72	33.48	0.01
5.73	39.27	0.02	6.23	36.12	0.02	6.73	33.43	0.01
5.74	39.20	0.03	6.24	36.06	0.02	6.74	33.38	0.02
5.75	39.13	0.03	6.25	36.00	0.03	6.75	33.33	0.02
5.76	39.06	0.04	6.26	35.94	0.03	6.76	33.28	0.03
5.77	38.99	0.05	6.27	35.89	0.04	6.77	33.23	0.03
5.78	38.93	0.05	6.28	35.83	0.05	6.78	33.19	0.04
5.79	38.86	0.06	6.29	35.77	0.05	6.79	33.14	0.04
5.80	38.79		6.30	35.71		6.80	33.09	
5.81	38.73	0.01	6.31	35.66	0.01	6.81	33.04	0.00
5.82	38.66	0.01	6.32	35.60	0.01	6.82	32.99	0.01
5.83	38.59	0.02	6.33	35.55	0.02	6.83	32.94	0.01
5.84	38.53	0.03	6.34	35.49	0.02	6.84	32.89	0.02
5.85	38.46	0.03	6.35	35.43	0.03	6.85	32.85	0.02
5.86	38.40	0.04	6.36	35.38	0.03	6.86	32.80	0.03
5.87	38.33	0.05	6.37	35.32	0.04	6.87	32.75	0.03
5.88	38.27	0.05	6.38	35.27	0.04	6.88	32.70	0.04
5.89	38.20	0.06	6.39	35.21	0.05	6.89	32.66	0.04
5.90	38.14		6.40	35.16		6.90	32.61	
5.91	38.07	0.01	6.41	35.10	0.01	6.91	32.56	0.00
5.92	38.01	0.02	6.42	35.05	0.01	6.92	32.51	0.01
5.93	37.94	0.02	6.43	34.99	0.02	6.93	32.47	0.01
5.94	37.88	0.03	6.44	34.94	0.02	6.94	32.42	0.02
5.95	37.82	0.03	6.45	34.88	0.03	6.95	32.37	0.02
5.96	37.75	0.04	6.46	34.83	0.03	6.96	32.33	0.03
5.97	37.69	0.04	6.47	34.78	0.04	6.97	32.28	0.03
5.98	37.63	0.05	6.48	34.72	0.04	6.98	32.24	0.04
5.99	37.56	0.06	6.49	34.67	0.05	6.99	32.19	0.04

Tafel I, C.

K = 225.

$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.	$o-u$	Distanz	Prop. Thle.
7.00	32.14		7.50	30.00		8.00	28.13	
7.01	32.10	0.00	7.51	29.96	0.00	8.01	28.09	0.00
7.02	32.05	0.01	7.52	29.92	0.01	8.02	28.05	0.01
7.03	32.01	0.01	7.53	29.88	0.01	8.03	28.02	0.01
7.04	31.96	0.02	7.54	29.84	0.02	8.04	27.99	0.01
7.05	31.91	0.02	7.55	29.80	0.02	8.05	27.95	0.02
7.06	31.87	0.03	7.56	29.76	0.02	8.06	27.92	0.02
7.07	31.82	0.03	7.57	29.72	0.03	8.07	27.88	0.02
7.08	31.78	0.04	7.58	29.68	0.03	8.08	27.85	0.03
7.09	31.73	0.04	7.59	29.64	0.04	8.09	27.81	0.03
7.10	31.69		7.60	29.61		8.10	27.78	
7.11	31.65	0.00	7.61	29.57	0.00	8.11	27.74	0.00
7.12	31.60	0.01	7.62	29.53	0.01	8.12	27.71	0.01
7.13	31.56	0.01	7.63	29.49	0.01	8.13	27.68	0.01
7.14	31.51	0.02	7.64	29.45	0.02	8.14	27.64	0.01
7.15	31.47	0.02	7.65	29.41	0.02	8.15	27.61	0.02
7.16	31.42	0.03	7.66	29.37	0.02	8.16	27.57	0.02
7.17	31.38	0.03	7.67	29.34	0.03	8.17	27.54	0.02
7.18	31.34	0.04	7.68	29.30	0.03	8.18	27.51	0.03
7.19	31.29	0.04	7.69	29.26	0.04	8.19	27.47	0.03
7.20	31.25		7.70	29.22		8.20	27.44	
7.21	31.21	0.00	7.71	29.18	0.00	8.21	27.41	0.00
7.22	31.16	0.01	7.72	29.15	0.01	8.22	27.37	0.01
7.23	31.12	0.01	7.73	29.11	0.01	8.23	27.34	0.01
7.24	31.08	0.02	7.74	29.07	0.01	8.24	27.31	0.01
7.25	31.03	0.02	7.75	29.03	0.02	8.25	27.27	0.02
7.26	30.99	0.03	7.76	28.99	0.02	8.26	27.24	0.02
7.27	30.95	0.03	7.77	28.96	0.03	8.27	27.21	0.02
7.28	30.91	0.03	7.78	28.92	0.03	8.28	27.17	0.03
7.29	30.86	0.04	7.79	28.88	0.03	8.29	27.14	0.03
7.30	30.82		7.80	28.85		8.30	27.11	
7.31	30.78	0.00	7.81	28.81	0.00	8.31	27.08	0.00
7.32	30.74	0.01	7.82	28.77	0.01	8.32	27.04	0.01
7.33	30.70	0.01	7.83	28.74	0.01	8.33	27.01	0.01
7.34	30.65	0.02	7.84	28.70	0.01	8.34	26.98	0.01
7.35	30.61	0.02	7.85	28.66	0.02	8.35	26.95	0.02
7.36	30.57	0.03	7.86	28.63	0.02	8.36	26.91	0.02
7.37	30.53	0.03	7.87	28.59	0.03	8.37	26.88	0.02
7.38	30.49	0.03	7.88	28.55	0.03	8.38	26.85	0.03
7.39	30.45	0.04	7.89	28.52	0.03	8.39	26.82	0.03
7.40	30.40		7.90	28.48		8.40	26.79	
7.41	30.36	0.00	7.91	28.45	0.00	8.41	26.75	0.00
7.42	30.32	0.01	7.92	28.41	0.01	8.42	26.72	0.01
7.43	30.28	0.01	7.93	28.37	0.01	8.43	26.69	0.01
7.44	30.24	0.02	7.94	28.34	0.01	8.44	26.66	0.01
7.45	30.20	0.02	7.95	28.30	0.02	8.45	26.63	0.02
7.46	30.16	0.02	7.96	28.27	0.02	8.46	26.60	0.02
7.47	30.12	0.03	7.97	28.23	0.02	8.47	26.56	0.02
7.48	30.08	0.03	7.98	28.20	0.03	8.48	26.53	0.03
7.49	30.04	0.04	7.99	28.16	0.03	8.49	26.50	0.03

Tafel I, C.

K = 225.

$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.	$o - u$	Distanz	Prop. Thle.
8.50	26.47		9.00	25.00		9.50	23.68	
8.51	26.44	0.00	9.01	24.97	0.00	9.51	23.66	0.00
8.52	26.41	0.01	9.02	24.94	0.01	9.52	23.63	0.00
8.53	26.38	0.01	9.03	24.92	0.01	9.53	23.61	0.01
8.54	26.35	0.01	9.04	24.89	0.01	9.54	23.58	0.01
8.55	26.32	0.02	9.05	24.86	0.01	9.55	23.56	0.01
8.56	26.29	0.02	9.06	24.83	0.02	9.56	23.54	0.01
8.57	26.25	0.02	9.07	24.81	0.02	9.57	23.51	0.02
8.58	26.22	0.02	9.08	24.78	0.02	9.58	23.49	0.02
8.59	26.19	0.03	9.09	24.75	0.02	9.59	23.46	0.02
8.60	26.16		9.10	24.73		9.60	23.44	
8.61	26.13	0.00	9.11	24.70	0.00	9.61	23.41	0.00
8.62	26.10	0.01	9.12	24.67	0.01	9.62	23.39	0.00
8.63	26.07	0.01	9.13	24.64	0.01	9.63	23.36	0.01
8.64	26.04	0.01	9.14	24.62	0.01	9.64	23.34	0.01
8.65	26.01	0.02	9.15	24.59	0.01	9.65	23.32	0.01
8.66	25.98	0.02	9.16	24.56	0.02	9.66	23.29	0.01
8.67	25.95	0.02	9.17	24.54	0.02	9.67	23.27	0.02
8.68	25.92	0.02	9.18	24.51	0.02	9.68	23.24	0.02
8.69	25.89	0.03	9.19	24.48	0.02	9.69	23.22	0.02
8.70	25.86		9.20	24.46		9.70	23.20	
8.71	25.83	0.00	9.21	24.43	0.00	9.71	23.17	0.00
8.72	25.80	0.01	9.22	24.40	0.01	9.72	23.15	0.00
8.73	25.77	0.01	9.23	24.38	0.01	9.73	23.12	0.01
8.74	25.74	0.01	9.24	24.35	0.01	9.74	23.10	0.01
8.75	25.71	0.01	9.25	24.32	0.01	9.75	23.08	0.01
8.76	25.68	0.02	9.26	24.30	0.02	9.76	23.05	0.01
8.77	25.66	0.02	9.27	24.27	0.02	9.77	23.03	0.02
8.78	25.63	0.02	9.28	24.25	0.02	9.78	23.01	0.02
8.79	25.60	0.03	9.29	24.22	0.02	9.79	22.98	0.02
8.80	25.57		9.30	24.19		9.80	22.96	
8.81	25.54	0.00	9.31	24.17	0.00	9.81	22.94	0.00
8.82	25.51	0.01	9.32	24.14	0.01	9.82	22.91	0.00
8.83	25.48	0.01	9.33	24.12	0.01	9.83	22.89	0.01
8.84	25.45	0.01	9.34	24.09	0.01	9.84	22.87	0.01
8.85	25.42	0.01	9.35	24.06	0.01	9.85	22.84	0.01
8.86	25.40	0.02	9.36	24.04	0.02	9.86	22.82	0.01
8.87	25.37	0.02	9.37	24.01	0.02	9.87	22.80	0.02
8.88	25.34	0.02	9.38	23.99	0.02	9.88	22.77	0.02
8.89	25.31	0.03	9.39	23.96	0.02	9.89	22.75	0.02
8.90	25.28		9.40	23.94		9.90	22.73	
8.91	25.25	0.00	9.41	23.91	0.00	9.91	22.70	0.00
8.92	25.22	0.01	9.42	23.89	0.01	9.92	22.68	0.00
8.93	25.20	0.01	9.43	23.86	0.01	9.93	22.66	0.01
8.94	25.17	0.01	9.44	23.83	0.01	9.94	22.64	0.01
8.95	25.14	0.01	9.45	23.81	0.01	9.95	22.61	0.01
8.96	25.11	0.02	9.46	23.78	0.02	9.96	22.59	0.01
8.97	25.08	0.02	9.47	23.76	0.02	9.97	22.57	0.02
8.98	25.06	0.02	9.48	23.73	0.02	9.98	22.55	0.02
8.99	25.03	0.03	9.49	23.71	0.02	9.99	22.52	0.02

Tafel II.

Erste Verbesserung der Distanz.

(Ist positiv oder negativ, wenn $(o + u - 2m)$ positiv oder negativ.)

$o - u$	$o + u - 2m$									
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
1.0	0.16	0.33	0.49	0.65	0.82	0.98	1.14	1.30	1.47	1.63
1.05	0.16	0.31	0.47	0.62	0.78	0.93	1.09	1.24	1.40	1.55
1.1	0.15	0.30	0.44	0.59	0.74	0.89	1.04	1.18	1.33	1.48
1.15	0.14	0.28	0.42	0.57	0.71	0.85	0.99	1.13	1.27	1.42
1.2	0.14	0.27	0.41	0.54	0.68	0.81	0.95	1.09	1.22	1.36
1.25	0.13	0.26	0.39	0.52	0.65	0.78	0.91	1.04	1.17	1.30
1.3	0.13	0.25	0.38	0.50	0.63	0.75	0.88	1.00	1.13	1.25
1.35	0.12	0.24	0.36	0.48	0.60	0.72	0.84	0.97	1.09	1.21
1.4	0.12	0.23	0.35	0.47	0.58	0.70	0.81	0.93	1.04	1.16
1.45	0.11	0.22	0.34	0.45	0.56	0.67	0.79	0.90	1.01	1.12
1.5	0.11	0.22	0.33	0.43	0.54	0.65	0.76	0.87	0.98	1.09
1.6	0.10	0.20	0.31	0.41	0.52	0.61	0.71	0.81	0.92	1.02
1.7	0.10	0.19	0.29	0.38	0.48	0.57	0.67	0.77	0.86	0.96
1.8	0.09	0.18	0.27	0.36	0.45	0.54	0.63	0.72	0.81	0.90
1.9	0.09	0.17	0.26	0.34	0.43	0.51	0.60	0.69	0.77	0.86
2.0	0.08	0.16	0.24	0.32	0.41	0.49	0.57	0.65	0.73	0.81
2.1	0.08	0.16	0.23	0.31	0.39	0.47	0.54	0.62	0.70	0.76
2.2	0.07	0.15	0.22	0.30	0.37	0.44	0.52	0.59	0.68	0.74
2.3	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35	0.42	0.50	0.57	0.64	0.71
2.4	0.07	0.14	0.20	0.27	0.34	0.41	0.48	0.54	0.61	0.68
2.6	0.06	0.13	0.19	0.25	0.31	0.38	0.44	0.50	0.56	0.63
2.8	0.06	0.12	0.17	0.23	0.29	0.35	0.41	0.47	0.52	0.58
3.0	0.05	0.11	0.16	0.22	0.27	0.33	0.38	0.43	0.49	0.54
3.5	0.05	0.09	0.14	0.19	0.23	0.28	0.33	0.37	0.42	0.47
4.0	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20	0.24	0.29	0.33	0.37	0.41
4.5	0.04	0.07	0.11	0.14	0.18	0.22	0.25	0.29	0.33	0.36
5.0	0.03	0.07	0.10	0.13	0.16	0.20	0.23	0.26	0.29	0.33
6.0	0.03	0.05	0.08	0.11	0.14	0.16	0.19	0.22	0.24	0.27
7.0	0.02	0.05	0.07	0.09	0.12	0.14	0.16	0.19	0.21	0.23
8.0	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14	0.16	0.18	0.20
9.0	0.02	0.04	0.05	0.07	0.09	0.11	0.13	0.14	0.16	0.18
10.0	0.02	0.03	0.05	0.07	0.08	0.10	0.11	0.13	0.15	0.16
20.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10
30.0	0.01	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
40.0	0.01	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
50.0	0.01	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
60.0	0.01	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
70.0	0.01	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
80.0	0.01	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
90.0	0.01	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
100.0	0.01	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09

Tafel II. (Fortsetzung.)

Erste Verbesserung der Distanz.

(Ist positiv oder negativ, wenn $(o + u - 2m)$ positiv oder negativ.)

$o - u$	$o + u - 2m$									
	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
1.0	1.79	1.95	2.12	2.28	2.44	2.61	2.77	2.93	3.09	3.26
1.05	1.71	1.86	2.02	2.17	2.33	2.48	2.64	2.79	2.95	3.10
1.1	1.63	1.78	1.92	2.07	2.22	2.37	2.52	2.66	2.81	2.96
1.15	1.56	1.70	1.84	1.98	2.12	2.27	2.41	2.55	2.69	2.83
1.2	1.49	1.63	1.76	1.90	2.04	2.17	2.31	2.44	2.58	2.71
1.25	1.43	1.56	1.69	1.82	1.95	2.08	2.21	2.35	2.48	2.60
1.3	1.38	1.50	1.63	1.75	1.88	2.00	2.13	2.25	2.38	2.50
1.35	1.33	1.45	1.57	1.69	1.81	1.93	2.05	2.17	2.29	2.41
1.4	1.28	1.40	1.51	1.63	1.74	1.86	1.98	2.09	2.21	2.33
1.45	1.24	1.35	1.46	1.57	1.68	1.80	1.91	2.02	2.13	2.25
1.5	1.19	1.30	1.41	1.52	1.63	1.74	1.85	1.95	2.06	2.17
1.6	1.12	1.22	1.32	1.43	1.53	1.63	1.73	1.83	1.93	2.04
1.7	1.05	1.15	1.25	1.34	1.44	1.53	1.63	1.72	1.82	1.92
1.8	1.00	1.09	1.18	1.27	1.36	1.45	1.54	1.63	1.72	1.81
1.9	0.94	1.03	1.11	1.20	1.29	1.37	1.46	1.54	1.63	1.71
2.0	0.90	0.98	1.06	1.14	1.22	1.30	1.38	1.47	1.55	1.63
2.1	0.85	0.92	1.01	1.09	1.16	1.24	1.32	1.40	1.47	1.55
2.2	0.81	0.89	0.96	1.04	1.11	1.18	1.26	1.33	1.41	1.48
2.3	0.78	0.85	0.92	0.99	1.06	1.13	1.20	1.27	1.35	1.42
2.4	0.75	0.81	0.88	0.95	1.02	1.09	1.15	1.22	1.29	1.36
2.6	0.69	0.75	0.81	0.88	0.94	1.00	1.06	1.13	1.19	1.25
2.8	0.64	0.70	0.76	0.81	0.87	0.93	0.99	1.05	1.11	1.16
3.0	0.60	0.65	0.71	0.76	0.81	0.87	0.92	0.98	1.03	1.08
3.5	0.51	0.56	0.60	0.65	0.70	0.74	0.79	0.84	0.88	0.93
4.0	0.45	0.49	0.53	0.57	0.61	0.65	0.69	0.73	0.78	0.81
4.5	0.40	0.43	0.47	0.51	0.54	0.58	0.62	0.65	0.69	0.72
5.0	0.36	0.39	0.42	0.46	0.49	0.52	0.55	0.59	0.62	0.65
6.0	0.30	0.33	0.35	0.38	0.41	0.43	0.46	0.49	0.52	0.54
7.0	0.26	0.28	0.30	0.33	0.35	0.37	0.40	0.42	0.44	0.46
8.0	0.22	0.24	0.26	0.29	0.31	0.33	0.35	0.37	0.39	0.40
9.0	0.20	0.22	0.24	0.25	0.27	0.29	0.31	0.33	0.34	0.36
10.0	0.18	0.20	0.21	0.23	0.24	0.26	0.28	0.29	0.31	0.33

Tafel III.

Reduction der Distanz auf den Horizont.

(Ist immer negativ.)

$o - u$	$h - u$									
	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
1.0	0.05	0.11	0.20	0.31	0.45	0.61	0.80	1.00	1.24	1.50
1.05	0.05	0.10	0.19	0.30	0.43	0.58	0.76	0.96	1.18	1.43
1.1	0.05	0.10	0.18	0.28	0.41	0.55	0.72	0.91	1.13	1.36
1.15	0.04	0.10	0.17	0.27	0.39	0.53	0.69	0.87	1.08	1.31
1.2	0.04	0.09	0.16	0.26	0.37	0.51	0.66	0.84	1.03	1.25
1.25	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64	0.80	1.00	1.20
1.3	0.04	0.09	0.15	0.24	0.34	0.47	0.61	0.77	0.95	1.15
1.35	0.04	0.08	0.15	0.23	0.33	0.45	0.59	0.74	0.92	1.11
1.4	0.04	0.08	0.14	0.22	0.32	0.43	0.57	0.72	0.89	1.07
1.45	0.03	0.08	0.14	0.21	0.31	0.42	0.55	0.69	0.86	1.04
1.5	0.03	0.08	0.13	0.20	0.30	0.40	0.53	0.67	0.83	1.00
1.6	0.03	0.07	0.12	0.19	0.28	0.38	0.50	0.63	0.77	0.94
1.7	0.03	0.07	0.12	0.18	0.26	0.36	0.47	0.59	0.73	0.88
1.8	0.03	0.06	0.11	0.17	0.25	0.34	0.44	0.56	0.69	0.83
1.9	0.03	0.06	0.10	0.16	0.24	0.32	0.42	0.53	0.65	0.79
2.0	0.02	0.06	0.10	0.16	0.22	0.30	0.40	0.50	0.64	0.75
2.1	0.02	0.05	0.09	0.15	0.21	0.29	0.38	0.48	0.59	0.72
2.2	0.02	0.05	0.09	0.14	0.20	0.28	0.36	0.46	0.56	0.68
2.3	0.02	0.05	0.09	0.14	0.19	0.26	0.34	0.44	0.54	0.65
2.4	0.02	0.05	0.08	0.13	0.18	0.25	0.32	0.42	0.52	0.62
2.6	0.02	0.04	0.08	0.12	0.17	0.23	0.30	0.39	0.48	0.58
2.8	0.02	0.04	0.07	0.11	0.16	0.22	0.28	0.36	0.44	0.54
3.0	0.02	0.04	0.07	0.10	0.15	0.20	0.26	0.33	0.40	0.50
3.5	0.01	0.03	0.06	0.09	0.13	0.17	0.23	0.29	0.35	0.43
4.0	0.01	0.03	0.05	0.08	0.11	0.15	0.20	0.25	0.31	0.37
4.5	0.01	0.03	0.04	0.07	0.10	0.13	0.18	0.22	0.28	0.33
5.0	0.01	0.02	0.04	0.06	0.09	0.12	0.16	0.20	0.25	0.30
6.0	0.01	0.02	0.03	0.05	0.07	0.10	0.13	0.17	0.21	0.25
7.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.06	0.09	0.11	0.14	0.18	0.21
8.0	0.01	0.01	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.13	0.16	0.19
9.0	0.01	0.01	0.02	0.03	0.05	0.07	0.09	0.11	0.14	0.17
10.0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.05	0.06	0.08	0.10	0.12	0.15

Tafel IV.

Erste Verbesserung von $\left(\frac{h-u}{o-u}\right)$ (hat immer das entgegengesetzte Zeichen von $[h-u]$).

$o-u$	$h-u$									
	8	10	12	14	16	18	19	20	21	22
1.0	0.002	0.005	0.010	0.016	0.024	0.035	0.041	0.049	0.056	0.065
1.05	2	5	9	15	23	33	39	46	53	62
1.1	2	5	9	14	22	31	37	44	51	59
1.15	2	4	8	13	21	30	36	42	49	56
1.2	2	4	8	13	20	29	34	40	46	54
1.25	2	4	7	12	19	27	32	38	44	51
1.3	1	4	7	12	18	26	31	37	43	49
1.35	1	3	7	11	17	25	30	35	41	47
1.4	1	3	6	11	17	24	29	34	39	46
1.45	1	3	6	10	16	23	28	33	38	44
1.5	1	3	6	10	15	22	27	32	37	42
1.6	1	3	5	9	14	21	25	30	34	40
1.7	1	2	5	9	13	20	23	28	32	37
1.8	1	2	5	8	13	18	22	26	30	35
1.9	1	2	4	7	12	17	21	24	28	33
2.0	1	2	4	7	11	16	19	23	27	31
2.1	1	2	4	7	10	15	18	22	25	29
2.2	1	2	4	6	10	15	17	21	24	28
2.3	0	1	3	6	9	14	17	20	23	27
2.4		1	3	6	9	13	16	19	22	25
2.6		1	3	5	8	12	14	17	20	23
2.8		1	2	4	7	11	13	16	18	21
3.0		1	2	4	7	10	12	15	17	20
3.5		1	2	3	5	8	10	12	14	17
4.0		0	1	3	5	7	9	10	12	14
4.5			1	2	4	6	7	9	11	12
5.0			1	2	3	5	6	8	9	11
6.0			0	1	2	4	5	6	7	9
7.0				1	2	3	4	5	6	7
8.0				0	1	2	3	4	5	6
9.0					1	2	2	3	4	5
10.0					1	1	2	3	3	4

Tafel V.

Zweite Verbesserung von $\left(\frac{h-u}{o-u}\right)$

(hat immer das negative Zeichen).

$o - u$	$h - u$									
	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
1.0	0.002	0.004	0.007	0.012	0.017	0.023	0.030	0.038	0.046	0.056
1.05	2	4	7	11	16	22	28	36	44	53
1.1	2	4	7	10	15	20	27	34	42	50
1.15	2	4	6	10	14	20	26	32	40	48
1.2	2	4	6	10	14	19	24	31	38	46
1.25	1	3	6	9	13	18	23	30	36	44
1.3	1	3	6	9	13	17	22	28	35	42
1.35	1	3	5	8	12	16	21	27	33	40
1.4	1	3	5	8	12	16	21	26	32	39
1.45	1	3	5	8	11	15	20	25	31	37
1.5	1	3	5	7	11	15	19	24	30	36
1.6	1	3	4	7	10	14	18	22	28	33
1.7	1	2	4	6	9	13	17	21	26	31
1.8	1	2	4	6	9	12	16	20	24	29
1.9	1	2	4	6	8	11	15	18	23	27
2.0	1	2	3	5	8	10	14	17	21	26
2.1	1	2	3	5	7	10	13	16	20	24
2.2	1	2	3	5	7	9	12	15	19	23
2.3	1	2	3	5	7	9	12	15	18	22
2.4	1	2	3	4	6	8	11	14	17	21
2.6	1	1	2	4	6	8	10	13	15	19
2.8	1	1	2	4	5	7	9	11	14	17
3.0	1	1	2	3	5	6	8	11	13	16
3.5	0	1	2	3	4	5	7	9	11	13
4.0		1	1	2	3	4	6	7	9	11
4.5		1	1	2	3	4	5	6	7	9
5.0		1	1	2	2	3	4	5	6	8
6.0		1	1	1	2	2	3	4	5	6
7.0		0	1	1	1	2	2	3	3	4
8.0			0	1	1	1	2	2	3	3
9.0				0	1	1	1	1	2	2
10.0					0	1	1	1	1	2

Tafel VI.

Reduction vom scheinbaren auf den wahren Horizont.

(Immer negativ.)

Distanz in Wr. Klft. oder Meter	f in Wr. Klft.	f in Meter	$o - u$	K = 324				K = 280			
				f in Wr. Klft.		f in Meter		f in Wr. Klft.		f in Meter	
				$d=1^0$	$d=2^0$	$d=2^m$	$d=4^m$	$d=1^0$	$d=2^0$	$d=2^m$	$d=4^m$
100	0.001	0.001	0.60	0.038	0.152	0.080	0.319	0.028	0.113	0.059	0.238
150	3	2	0.61	37	147	77	308	27	109	58	230
200	5	3	0.62	36	142	75	298	26	106	56	223
250	8	4	0.63	34	138	72	289	26	102	54	216
300	12	6	0.64	33	133	70	280	25	99	52	209
320	0.013	0.007	0.65	0.032	0.129	0.068	0.272	0.024	0.096	0.051	0.203
340	15	8	0.66	31	126	66	263	23	93	49	197
360	17	9	0.67	30	122	64	256	23	90	48	191
380	19	10	0.68	29	118	62	248	22	88	46	185
400	21	11	0.69	29	115	60	241	21	85	45	180
420	0.023	0.012	0.70	0.028	0.112	0.059	0.234	0.021	0.083	0.044	0.175
440	25	13	0.72	26	105	55	221	20	78	41	165
460	27	14	0.74	25	100	52	209	19	74	39	156
480	30	16	0.76	24	094	50	199	18	70	37	148
500	32	17	0.78	22	090	47	189	17	67	35	141
520	0.035	0.018	0.80	0.021	0.085	0.045	0.179	0.016	0.063	0.033	0.134
540	38	20	0.82	20	81	43	171	15	60	32	127
560	41	21	0.84	19	77	41	163	14	58	30	121
580	44	23	0.86	18	74	39	155	14	55	29	116
600	47	25	0.88	18	71	37	148	13	52	28	111
620	0.050	0.026	0.90	0.017	0.067	0.035	0.142	0.013	0.050	0.026	0.106
640	53	28	0.95	15	60	32	127	11	45	24	95
660	56	30	1.00	14	54	29	115	10	41	21	86
680	60	32	1.05	12	50	26	104	9	37	19	78
700	63	33	1.10	11	45	24	95	8	34	18	71
720	0.067	0.035	1.15	0.010	0.041	0.022	0.087	0.008	0.031	0.016	0.067
740	71	37	1.20	9	38	20	80	7	28	15	60
760	75	39	1.30	8	32	17	68	6	24	13	51
780	79	42	1.40	7	28	15	59	5	21	11	44
800	83	44	1.50	6	24	13	51	5	18	10	38
820	0.087	0.046	1.60	0.005	0.021	0.011	0.045	0.004	0.016	0.008	0.033
840	91	48	1.80	4	17	9	35	3	13	7	26
860	96	51	2.00	3	14	7	29	3	10	5	21
880	100	53	2.50	2	9	5	18	2	6	3	14
900	105	55	3.00	2	6	3	13	1	5	2	9
920	0.110	0.058	3.50	0.001	0.004	0.002	0.009	0.001	0.003	0.002	0.007
940	114	60	4.00	1	3	2	7	1	3	1	5
960	119	63	4.50	1	3	1	6	0	2	1	4
980	124	66	5.00	1	2	1	5	0	2	1	3
1000	130	68	5.50	0	2	1	4	0	1	1	2

VII. Sehnentafel für den Halbmesser = 500.

Grad	Sehne	Prop. Thle.		Grd.	Sehne	Prop. Thle.		Grd.	Sehne	Prop. Thle.	
1	8.7	5'	0.7	37	317.3	5'	0.7	73	594.8	5'	0.6
2	17.5	10	1.4	38	325.6	10	1.4	74	601.8	10	1.1
3	26.2	15	2.2	39	333.8	15	2.0	75	608.8	15	1.7
4	34.9	20	2.9	40	342.0	20	2.7	76	615.7	20	2.3
5	43.6	25	3.6	41	350.2	25	3.4	77	622.5	25	2.8
6	52.3	30	4.4	42	358.4	30	4.1	78	629.3	30	3.4
7	61.0	35	5.1	43	366.5	35	4.8	79	636.1	35	4.0
8	69.8	40	5.8	44	374.6	40	5.4	80	642.8	40	4.5
9	78.5	45	6.5	45	382.7	45	6.1	81	649.4	45	5.1
10	87.2	50	7.3	46	390.7	50	6.8	82	656.1	50	5.6
11	95.8	55	8.0	47	398.7	55	7.5	83	662.6	55	6.2
12	104.5	60	8.7	48	406.7	60	8.1	84	669.1	60	6.8
13	113.2	5'	0.7	49	414.7	5'	0.7	85	675.6	5'	0.5
14	121.9	10	1.4	50	422.6	10	1.3	86	682.0	10	1.0
15	130.5	15	2.2	51	430.5	15	1.9	87	688.4	15	1.5
16	139.2	20	2.9	52	438.4	20	2.6	88	694.7	20	2.1
17	147.8	25	3.6	53	446.2	25	3.2	89	700.9	25	2.6
18	156.4	30	4.3	54	454.0	30	3.9	90	707.1	30	3.1
19	165.0	35	5.0	55	461.7	35	4.5	91	713.2	35	3.6
20	173.6	40	5.7	56	469.5	40	5.2	92	719.3	40	4.1
21	182.2	45	6.4	57	477.2	45	5.8	93	725.4	45	4.6
22	190.8	50	7.2	58	484.8	50	6.5	94	731.4	50	5.1
23	199.4	55	7.9	59	492.4	55	7.1	95	737.3	55	5.7
24	207.9	60	8.6	60	500.0	60	7.8	96	743.1	60	6.2
25	216.4	5'	0.7	61	507.5	5'	0.6	97	749.0	5'	0.5
26	225.0	10	1.4	62	515.0	10	1.2	98	754.7	10	0.9
27	233.4	15	2.1	63	522.5	15	1.8	99	760.4	15	1.4
28	241.9	20	2.8	64	529.9	20	2.4	100	766.0	20	1.8
29	250.4	25	3.5	65	537.3	25	3.1	101	771.6	25	2.3
30	258.8	30	4.2	66	544.6	30	3.7	102	777.1	30	2.7
31	267.2	35	4.9	67	551.9	35	4.3	103	782.6	35	3.2
32	275.6	40	5.6	68	559.2	40	4.9	104	788.0	40	3.6
33	284.0	45	6.3	69	566.4	45	5.5	105	793.4	45	4.1
34	292.4	50	7.0	70	573.6	50	6.1	106	798.7	50	4.5
35	300.7	55	7.7	71	580.7	55	6.7	107	803.9	55	5.0
36	309.0	60	8.4	72	587.8	60	7.3	108	809.0	60	5.5

VIII. Sehnentafel für den Halbmesser = 1000.

Grad	Sehne	Prop. Thle.	Grd.	Sehne	Prop. Thle.	Grd.	Sehne	Prop. Thle.			
1	17.5	5'	1.5	37	634.6	5'	1.4	73	1189.6	5'	1.1
2	34.9	10	2.9	38	651.1	10	2.7	74	1203.6	10	2.3
3	52.4	15	4.4	39	667.6	15	4.1	75	1217.5	15	3.4
4	69.8	20	5.8	40	684.0	20	5.4	76	1231.3	20	4.5
5	87.2	25	7.3	41	700.4	25	6.8	77	1245.0	25	5.6
6	104.7	30	8.7	42	716.7	30	8.1	78	1258.6	30	6.8
7	122.1	35	10.2	43	733.0	35	9.5	79	1272.2	35	7.9
8	139.5	40	11.6	44	749.2	40	10.8	80	1285.6	40	9.0
9	156.9	45	13.1	45	765.4	45	12.2	81	1298.9	45	10.1
10	174.3	50	14.5	46	781.5	50	13.6	82	1312.1	50	11.3
11	191.7	55	16.0	47	797.5	55	14.9	83	1325.2	55	12.4
12	209.1	60	17.4	48	813.5	60	16.3	84	1338.3	60	13.5
13	226.4	5'	1.4	49	829.4	5'	1.3	85	1351.2	5'	1.0
14	243.7	10	2.9	50	845.2	10	2.6	86	1364.0	10	2.0
15	261.1	15	4.3	51	861.0	15	3.9	87	1376.7	15	3.1
16	278.3	20	5.7	52	876.7	20	5.2	88	1389.3	20	4.1
17	295.6	25	7.2	53	892.4	25	6.5	89	1401.8	25	5.1
18	312.9	30	8.6	54	908.0	30	7.8	90	1414.2	30	6.1
19	330.1	35	10.1	55	923.5	35	9.1	91	1426.5	35	7.2
20	347.3	40	11.5	56	938.9	40	10.4	92	1438.7	40	8.2
21	364.5	45	12.9	57	954.3	45	11.6	93	1450.7	45	9.2
22	381.6	50	14.4	58	969.6	50	12.9	94	1462.7	50	10.2
23	398.7	55	15.8	59	984.8	55	14.2	95	1474.6	55	11.3
24	415.8	60	17.2	60	1000.0	60	15.5	96	1486.3	60	12.3
25	432.9	5'	1.4	61	1015.1	5'	1.2	97	1497.9	5'	0.9
26	449.9	10	2.8	62	1030.1	10	2.4	98	1509.4	10	1.8
27	466.9	15	4.2	63	1045.0	15	3.6	99	1520.8	15	2.7
28	483.8	20	5.6	64	1059.8	20	4.9	100	1532.1	20	3.6
29	500.8	25	7.0	65	1074.6	25	6.1	101	1543.2	25	4.5
30	517.6	30	8.4	66	1089.3	30	7.3	102	1554.3	30	5.5
31	534.5	35	9.8	67	1103.9	35	8.5	103	1565.2	35	6.4
32	551.3	40	11.2	68	1118.4	40	9.7	104	1576.0	40	7.3
33	568.0	45	12.6	69	1132.8	45	10.9	105	1586.7	45	8.2
34	584.7	50	14.0	70	1147.2	50	12.2	106	1597.3	50	9.1
35	601.4	55	15.4	71	1161.4	55	13.4	107	1607.7	55	10.0
36	618.0	60	16.8	72	1175.6	60	14.6	108	1618.0	60	10.9

Tafel IX.

Barometrische Höhentafel.

(Höhe in Wiener Klaftern.)

1. Tafel.						2. Tafel.		
$t + t'$ Réaum.	A	Prop. Thle.	$t + t'$ Réaum.	A	Prop. Thle.	Geogr. Breite	Correct.	Geogr. Breite
−10 ⁰	3.97548	0	+20 ⁰	4.00763	0	0 ⁰	+113—	90 ⁰
9	3.97656	0.1 11	21	4.00867	0.1 10	1	113	89
8	3.97767	0.2 22	22	4.00970	0.2 20	2	112	88
7	3.97878	0.3 33	23	4.01072	0.3 31	3	112	87
6	3.97988	0.4 44	24	4.01175	0.4 41	4	111	86
5	3.98098	0.5 55	25	4.01277	0.5 51	5	+111—	85
4	3.98208	0.6 66	26	4.01379	0.6 61	6	110	84
3	3.98317	0.7 77	27	4.01481	0.7 72	7	109	83
2	3.98427	0.8 88	28	4.01583	0.8 82	8	108	82
−1	3.98536	0.9 99	29	4.01684	0.9 92	9	107	81
0 ⁰	3.98644	0	+30 ⁰	4.01785	0	10	+106—	80
+1	3.98753	0.1 11	31	4.01886	0.1 10	11	105	79
2	3.98861	0.2 21	32	4.01987	0.2 20	12	103	78
3	3.99969	0.3 32	33	4.02087	0.3 30	13	102	77
4	3.99076	0.4 43	34	4.02187	0.4 40	14	100	76
5	3.99184	0.5 54	35	4.02287	0.5 50	15	+98—	75
6	3.99291	0.6 64	36	4.02387	0.6 60	16	96	74
7	3.99398	0.7 75	37	4.02486	0.7 70	17	94	73
8	3.99504	0.8 86	38	4.02586	0.8 80	18	91	72
9	3.99611	0.9 97	39	4.02685	0.9 90	19	89	71
+10 ⁰	3.99717	0	+40 ⁰	4.02784	0	20	+86—	70
11	3.99823	0.1 10	41	4.02882	0.1 10	21	84	69
12	3.99928	0.2 21	42	4.02981	0.2 20	22	81	68
13	4.00033	0.3 31	43	4.03079	0.3 29	23	79	67
14	4.00138	0.4 42	44	4.03177	0.4 39	24	76	66
15	4.00243	0.5 52	45	4.03274	0.5 49	25	+73—	65
16	4.00348	0.6 63	46	4.03372	0.6 59	26	70	64
17	4.00452	0.7 73	47	4.03469	0.7 68	27	66	63
18	4.00556	0.8 84	48	4.03566	0.8 78	28	63	62
+19	4.00660	0.9 94	+49	4.03663	0.9 88	29	60	61
3. Tafel.						30	+56—	60
						31	53	59
						32	50	58
						33	46	57
						34	42	56
						35	+39—	55
						36	35	54
						37	31	53
						38	27	52
						39	24	51
						40	+20—	50
						41	16	49
						42	12	48
						43	8	47
						44	4	46
						45	+0—	45
2.00	+1	2.97	+12	3.40	+32	3.62	+52	
2.17	2	3.03	14	3.43	34	3.64	54	
2.37	3	3.10	16	3.46	36	3.66	56	
2.53	4	3.15	18	3.48	38	3.68	58	
2.63	5	3.20	20	3.50	40	3.70	60	
2.68	6	3.23	22	3.52	42	3.72	62	
2.73	7	3.27	24	3.54	44	3.74	64	
2.78	8	3.31	26	3.56	46	3.76	66	
2.83	9	3.35	28	3.58	48	3.78	68	
2.88	+10	3.38	+30	3.60	50	3.80	70	

Tafel X.

Barometrische Höhentafel.

(Höhe in Metern.)

1. Tafel.						2. Tafel.				
$t + t'$ Réaum.	A	Prop. Thle.		$t + t'$ Réaum.	A	Prop. Thle.		Geogr. Breite	Correct.	Geogr. Breite
— 10°	4.25340	0		+ 20°	4.28558	0		0°	+ 113—	90°
9	4.25451	0.1	11	21	4.28661	0.1	10	1	113	89
8	4.25562	0.2	22	22	4.28765	0.2	20	2	112	88
7	4.25673	0.3	33	23	4.28867	0.3	31	3	112	87
6	4.25783	0.4	44	24	4.28970	0.4	41	4	111	86
5	4.25893	0.5	55	25	4.29072	0.5	51	5	+ 111—	85
4	4.26003	0.6	66	26	4.29174	0.6	61	6	110	84
3	4.26112	0.7	77	27	4.29276	0.7	72	7	109	83
2	4.26222	0.8	88	28	4.29378	0.8	82	8	108	82
— 1	4.26331	0.9	99	29	4.29479	0.9	92	9	107	81
0°	4.26439	0		+ 30°	4.29580	0		10	+ 106—	80
+ 1	4.26548	0.1	11	31	4.29681	0.1	10	11	105	79
2	4.26656	0.2	21	32	4.29782	0.2	20	12	103	78
3	4.26764	0.3	32	33	4.29882	0.3	30	13	102	77
4	4.26871	0.4	43	34	4.29982	0.4	40	14	100	76
5	4.26979	0.5	54	35	4.30082	0.5	50	15	+ 98—	75
6	4.27086	0.6	64	36	4.30182	0.6	60	16	96	74
7	4.27193	0.7	75	37	4.30281	0.7	70	17	94	73
8	4.27299	0.8	86	38	4.30381	0.8	80	18	91	72
9	4.27406	0.9	97	39	4.30480	0.9	90	19	89	71
+ 10°	4.27512	0		+ 40°	4.30579	0		20	+ 86—	70
11	4.27617	0.1	10	41	4.30677	0.1	10	21	84	69
12	4.27723	0.2	21	42	4.30776	0.2	20	22	81	68
13	4.27828	0.3	31	43	4.30874	0.3	29	23	79	67
14	4.27933	0.4	42	44	4.30972	0.4	39	24	76	66
15	4.28038	0.5	52	45	4.31069	0.5	49	25	+ 73—	65
16	4.28143	0.6	63	46	4.31167	0.6	59	26	70	64
17	4.28247	0.7	73	47	4.31264	0.7	68	27	66	63
18	4.28351	0.8	84	48	4.31361	0.8	78	28	63	62
+ 19	4.28455	0.9	94	+ 49	4.31458	0.9	88	29	60	61
3. Tafel.										
Log. H.	Corr.	Log. H.	Corr.	Log. H.	Corr.	Log. H.	Corr.			
2.17	+ 1	3.24	+ 12	3.67	+ 32	3.88	+ 52	30	+ 56—	60
2.47	2	3.31	14	3.70	34	3.90	54	31	53	59
2.64	3	3.37	16	3.72	36	3.91	56	32	50	58
2.77	4	3.42	18	3.75	38	3.93	58	33	46	57
2.86	5	3.47	20	3.77	40	3.94	60	34	42	56
2.94	6	3.51	22	3.79	42	3.96	62	35	+ 39—	55
3.01	7	3.55	24	3.81	44	3.97	64	36	35	54
3.07	8	3.58	26	3.83	46	3.99	66	37	31	53
3.12	9	3.61	28	3.85	48	4.00	68	38	27	52
3.17	+ 10	3.64	+ 30	3.86	+ 50	4.01	+ 70	39	24	51
								40	+ 20—	50
								41	16	49
								42	12	48
								43	8	47
								44	4	46
								45	+ 0—	45

AUSZUG

aus dem

Preistarife für geodätische Instrumente

der

Werkstätte von **Starke & Kammerer** in Wien.

Wieden, Karlsgasse Nr. 11.

Preise ohne Verbindlichkeit in österreichischer Währung pr. comptant loco Wien. — Verpackung wird besonders berechnet. — Versendung auf Gefahr und Kosten des Empfängers.

(Die citirten Figuren und §§. beziehen sich auf Prof. S. Stampfer's „Anleitung zum Nivelliren“, 8. Aufl. Wien, bei Carl Gerold's Sohn.)

Nivellir-Instrumente.

Tarif-Nr.

- | | | |
|------|---|---------------|
| 12) | Grosses Universal-Nivellir-Instrument (Fig. 27, §. 40) mit Fernrohr zum Umlegen von 15 Linien Oeffnung und 26maliger Vergrößerung, Libelle zum Aufsetzen auf das Fernrohr. Horizontal- und Verticalkreis haben $4\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser und geben jeder durch zwei diametrale Nonien 26 Secunden. Das Instrument hat die Einrichtung zum Distanz- und Höhenmessen nach <i>Stampfer & Starke</i> , sammt Stativ | 350 fl. Ö. W. |
| 13) | Grosses Universal-Nivellir-Instrument, wie Nr. 12, jedoch ohne Stampfer's Messschraube, mit Parallelfäden im Oculare zur Distanz-Messung nach <i>Reichenbach</i> , sammt Stativ | 320 " " |
| 14) | Universal-Nivellir-Instrument mit Fernrohr zum Umlegen von 12 Linien Oeffnung und 20maliger Vergrößerung; Horizontalkreis und Verticalbogen geben durch je einen Nonius die Winkel von Minute zu Minute; Libelle zum Aufsetzen auf die Rohrcylinder; Messschraube nach <i>Stampfer & Starke</i> wie bei Nr. 12, sammt Stativ | 310 " " |
| 15) | Universal-Nivellir-Instrument, wie Nr. 14, ohne Messschraube, mit Parallelfäden im Ocular, sammt Stativ | 260 " " |
| 15a) | Universal-Nivellir-Instrument, neu construiert von <i>G. Starke</i> (Fig. 29, §. 42), sammt Stativ | 270 " " |
| 15b) | Universal-Nivellir-Instrument, wie Nr. 15a, der Horizontalkreis und der verticale Vollkreis geben durch je 2 Nonien 20 Secunden, sammt Stativ | 320 " " |
| 16) | Nivellir-Instrument nach Patent <i>Stampfer & Starke</i> (Fig. 21, §. 29), mit Fernrohr zum Umlegen, wie bei Nr. 14; der Horizontalkreis gibt Minuten, Libelle fix am Träger, Messschraube nach <i>Stampfer & Starke</i> , sammt Stativ | 250 " " |
| 17) | Nivellir-Instrument, wie Nr. 16, jedoch ohne Messschraube, sammt Stativ | 210 " " |
| 18) | Nivellir-Instrument, wie Nr. 16, jedoch ohne Kreis, sammt Stativ | 210 " " |
| 19) | Nivellir-Instrument, wie Nr. 16, jedoch ohne Kreis und ohne Messschraube, sammt Stativ | 160 " " |
| 20) | Nivellir-Instrument mit fixem Fernrohr von 12 Linien Oeffnung und 20maliger Vergrößerung; Libelle fix am Fernrohr, Horizontalkreis von Minute zu Minute, Messschraube nach <i>Stampfer & Starke</i> , sammt Stativ | 200 " " |
| 21) | Nivellir-Instrument, wie Nr. 20, ohne Messschraube, sammt Stativ | 165 " " |
| 22) | Nivellir-Instrument, wie Nr. 20, ohne Kreis, sammt Stativ | 165 " " |
| 23) | Nivellir-Instrument, wie Nr. 20, ohne Kreis und ohne Messschraube, sammt Stativ | 125 " " |
| 24) | Prismatischer Objectiv-Ansatz (Fig. 30, §. 43) zu Nr. 12 und 13 | 60 " " |

Tarif-Nr.

25)	Prismatischer Objectiv-Ansatz zu Nr. 14 bis incl. 19	50 fl. Ö. W.
26)	Nivellir-Instrument Fig. 17, §. 22) mit fixem Fernrohr von 11 Linien Oeffnung und 16maliger Vergrößerung; Horizontalkreis von Minute zu Minute, Messschraube nach <i>Stampfer & Starke</i> , sammt Stativ	165 „ „
27)	Nivellir-Instrument, wie Nr. 26, ohne Kreis, sammt Stativ	135 „ „
28)	Nivellir-Instrument, wie Nr. 26, ohne Messschraube, sammt Stativ	135 „ „
29)	Nivellir-Instrument, wie Nr. 26, ohne Kreis und ohne Messschraube, sammt Stativ	100 „ „
Vorstehende Nivellir-Instrumente sind in Kästen mit Schloss, Handhabe und Traggurte eingerichtet; die Fernrohre haben sämmtlich Getriebe zur feinen Einstellung.		
30)	Taschen-Nivellir-Instrument, (Fig. 20, §. 28) mit fixem Fernrohr von 8 Linien Oeffnung und 10mal. Vergrößerung; Horizontalkreis von Minute zu Minute, Messschraube nach <i>Stampfer & Starke</i> , ohne Stativ	120 „ „
31)	Taschen-Nivellir-Instrument, wie Nr. 30, ohne Messschraube, ohne Stativ	90 „ „
Diese zwei Sorten sind in kleinen Kästchen mit Schloss und Handhabe eingerichtet, 7 Zoll lang, 5 Zoll breit, 5 Zoll hoch.		
32)	Taschen-Nivellir-Instrument wie Nr. 30, ohne Kreis, ohne Stativ	90 „ „
33)	Taschen-Nivellir-Instrument (Fig. 19, §. 28), wie Nr. 30, ohne Kreis und ohne Messschraube, ohne Stativ	60 „ „
34)	Taschen-Nivellir-Diopter (Fig. 41, §. 50) mit Fernrohr ohne Vergrößerung zum Vor- u. Rückwärts-Visiren, ohne Stativ	50 „ „
Die Instrumente Nr. 32, 33 u. 34 sind in Leder-Futteralen eingerichtet. Die Taschen-Instrumente haben Fernrohre ohne Getriebe.		
35)	Stative zu Nivellir-Instrumenten (Fig. 13, §. 20), pr. Stück	12 „ „
35a)	Stativ mit centrirbarem Kopfe (Fig. 14, §. 20)	16 „ „
36)	Nivellir-Latten mit Visir-Scheiben, 1 Paar im Ganzen, zusammen 4 Meter lang (Fig. 31, §. 44)	12½ „ „
37)	Nivellir-Latten wie Nr. 36, zum Zerlegen in 4 Theile, sammt Kasten	22 „ „
38)	Nivellir-Latten, zum Selbstablesen (Fig. 34–36, §. 46), 3, 4 und 5 Meter lang, im Ganzen	fl. 9, fl. 10 und 13 „ „
39)	Nivellir-Latten zum Selbstablesen, 4 und 6 Meter lang, zerlegbar in 3 Theile	fl. 18 und 24 „ „
39a)	Nivellir-Latten zum Selbstablesen, 4 Meter lang mit Charnier zum Zusammenklappen	18 „ „
40)	Nivellir-Latten zum Selbstablesen, zusammenschiebbar in Lederfutteral mit Tragriemen	35 „ „
40a)	Nivellir-Latten wie Nr. 40, einfacher ausgestattet in Holzkästchen	25 „ „

Seit 36 Jahren sind in der Werkstätte des k. k. polytechnischen Institutes zu Wien (seit 1873 von uns in eigenen Betrieb übernommen) Nivellir-Instrumente verschiedener Art in grosser Anzahl verfertigt worden. Hierunter befinden sich 1715 Stück mit der *Stampfer'schen* Messschraube, welche nicht nur nach allen Ländern der österr.-ungar. Monarchie, sondern auch in das Ausland, namentlich nach den verschiedenen Theilen Deutschlands und der Schweiz, nach Russland und Dänemark, Holland, Italien, Spanien, Portugal, nach Serbien, der Walachei und Türkei, nach den Verein. Staaten Nordamerika's, nach Brasilien und Persien ihren Absatz fanden.

Von sämmtlichen Nummern des vorstehenden Verzeichnisses haben wir stets grössere Partien vorrätzig und sind in der Lage, allen Anforderungen in kürzester Zeit zu genügen.

Wien, im Juli 1876.

Starke & Kammerer.

Stampfer, S.

Theoret. u. prakt. Anleitung zum Nivelliren Mit einem Anhang üb. d.
Ausstecken u. Kreisbogen

Wien 1877

A.hydr. 1042 b

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11354099-9